Larousse
enciclopedia científica
EN COLOR

2

Larousse
enciclopedia científica
EN COLOR



enciclopedia científica larousse en color 2

por
RAMÓN GARCÍA-PELAYO Y GROSS
Profesor de la Universidad de París (Sorbona)
Miembro c. de la Academia Argentina de Letras,
de la Academia de San Dionisio de Ciencias, Artes y Letras,
de la Academia Boliviana de la Historia
y de la Real Academia de Bellas Artes de San Telmo.



EDICIONES LAROUSSE
Marsella 53, C. P. 06600 México, D. F.
17, rue du Montparnasse — 75006 París
Valentín Gómez 3530 Buenos Aires R 13

HAN COLABORADO EN ESTA OBRA

redacción

FERNANDO GARCÍA-PELAYO Y GROSS
MICHELINE DURAND

JULIA ÁLVAREZ TAIBO (Química)
MIGUEL F. LAHOZ LEÓN (Matemáticas)
PEDRO MARÍN GARCÍA (Física)
JESÚS PÉREZ GALLEGO (Ciencias Naturales)

confección

MANUEL TARAZONA

corrección

FERNANDO GÓMEZ PELÁEZ

Revisión, agosto 1982

PRIMERA EDICIÓN—Séptima reimpresión

ISBN 2-03-450103-9 (Librairie Larousse, Edición completa)
ISBN 968-6042-70-9 (Ediciones Larousse, Edición completa))
ISBN 968-6042-72-5 (Ediciones Larousse, Tomo 2)

Impreso en México — Printed in Mexico

INDICE DE MATERIAS

TOMO I

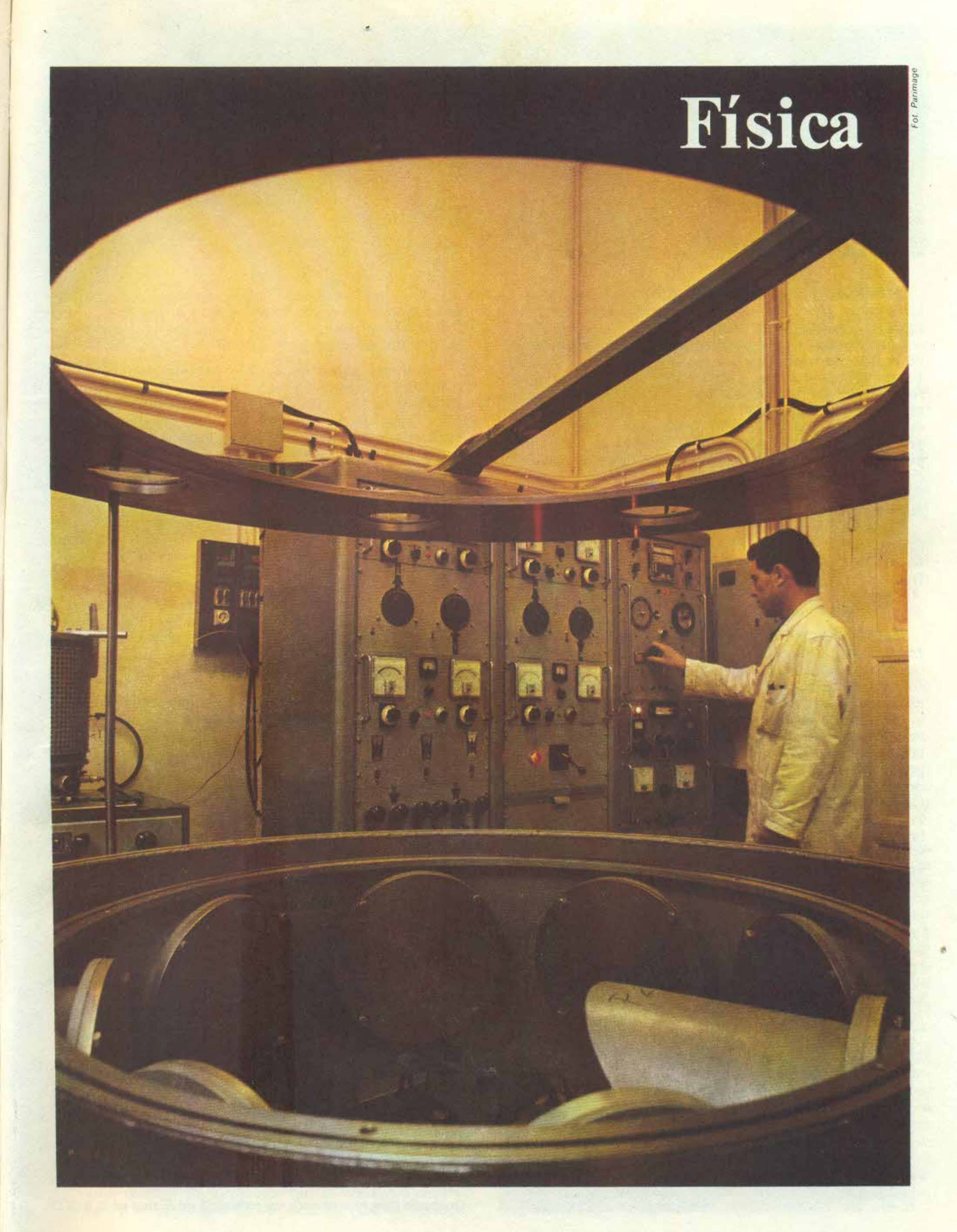
INDICE DE MATERIAS

TOMO II

INDICE DE MATERIAS

TOMO III

CIENCIAS NATURALES


Física
Fot. Parimage

Física

1. — Definición y clasificación

Definición y distinción entre Física y Química. Métodos de la Física. *Observación y experimentación. Hipótesis y teoría.* Partes de la Física.

Definición y distinción entre Física y Química. — La palabra *física* se deriva de un término griego que significa « relativo a la Naturaleza ».

Las ciencias físicas estudian las propiedades generales de la materia reveladas por los órganos de los sentidos. Estas últimas pueden sufrir modificaciones, llamadas *fenómenos*, que son de dos tipos : los que sólo transforman de modo pasajero el aspecto y las propiedades de los cuerpos y los que los alteran de manera permanente. Los primeros apenas dependen de la naturaleza de los cuerpos, mientras que los segundos varían con ella y se deben casi siempre a la acción recíproca de las sustancias, que desaparecen como tales en estas reacciones para originar materias distintas dotadas de nuevas propiedades.

Las ciencias físicas se dividen, por lo tanto, en dos ramas : la Física propiamente dicha y la Química, que están íntimamente relacionadas entre sí y tienden a fundirse en una *Mecánica molecular*, puesto que la *Atomística* moderna reduce el estudio de las propiedades de la materia al de las fuerzas y movimientos.

Métodos de la Física. — *Observación y experimentación.* — La Física, estudio de ciertas propiedades de la materia, se fundamenta en la *observación*, que consiste no sólo en apreciar con exactitud todas las circunstancias que acompañan un fenómeno, sino también en diferenciar lo esencial de lo accesorio o incluso de lo que no tiene relación alguna con el hecho observado. Es necesario, por tanto, efectuar una numerosa serie de observaciones para poder hacer variar los diversos factores del fenómeno y determinar así el papel que desempeña cada uno de ellos. Como en la Naturaleza no se suele distinguir claramente lo importante de lo accesorio, el físico tiene que recurrir a la experimentación.

La *experimentación* consiste en efectuar una observación simplificando lo más posible las condiciones del fenómeno. Se puede hacer variar, por ejemplo, sólo una de las circunstancias, mientras que las restantes permanecen idénticas para saber, entre las múltiples influencias ejercidas, cuál es la que pertenece exclusivamente al fenómeno considerado.

Hipótesis y teoría. — Los sentidos constituyen los primeros medios de información, pero, como son insuficientes para revelar todo lo que existe, el hombre tiene que interpretar lo que observa mediante el razonamiento y reconocer la existencia de la materia que no ve (el gas, por ejemplo) por los efectos que produce. Por consiguiente, al lado de los hechos observados, caben interpretaciones diversas que pueden evolucionar con el progreso de la ciencia.

Los experimentos permiten determinar las causas de los hechos observados, es decir, las condiciones indispensables para que éstos se produzcan, y agrupar de este modo los fenómenos relacionados con una misma causa. Sin embargo, como, en muchos casos, ésta es desconocida, se tiene que sustituir por una *hipótesis*. La explicación de varios hechos por la misma hipótesis, o de toda une serie de hechos por un conjunto de hipótesis, lleva a la formulación de una *teoría*, cuyas consecuencias deben comprobarse mediante la realización de nuevos experimentos.

Una teoría debe considerarse como válida si explica todo lo observado, pero se tiene que reemplazar o modificar cuando no permite interpretar un nuevo hecho, y es perfecta a partir del momento en que, gracias a ella, un número muy reducido de hipótesis da la posibilidad de comprender una gran cantidad de fenómenos. Las hipótesis postuladas como válidas, incluso si en casos particulares no las corrobora la experiencia, reciben el nombre de *principios*. Algunos de éstos se abandonan con el tiempo, es decir, cada vez que los científicos demuestran que son erróneos.

A partir de los datos experimentales obtenidos se enuncian *leyes*, destinadas a expresar la relación existente entre los fenómenos naturales. Éstas se deben revisar o sustituir por otras si la exactitud que se les atribuía inicialmente llega a ser dudosa.

Partes de la Física. — La Física se divide tradicionalmente en varias partes que corresponden a las propiedades generales de los cuerpos : *Gravedad* o estudio de la atracción ejercida por la Tierra, *Estática de los gases y líquidos*, *Termología*, *Acústica*, *Óptica*, *Electricidad* y *Magnetismo*. Por comodidad de exposición se adopta aquí esta clasificación, aunque no se justifique en la actualidad, puesto que las innumerables relaciones que se han descubierto entre los fenómenos luminosos, eléctricos y magnéticos permiten considerar las diversas manifestaciones de los mismos como diferentes aspectos de una sola magnitud llamada *energía*.

Fot. Giraudon

Grabado que representa un gabinete de Física en el s. XVII.

2. — Medidas, errores de medida y unidades

Medida de magnitudes. Errores de medida. *Errores absoluto y relativo. Cálculo de errores.* Unidades. *Sistemas de unidades.* Patrones y unidades de longitud, masa y tiempo. Medición de longitudes. *Tornillo micrométrico. Nonio. Pie de rey. Palmer. Esferómetro.*

Medida de magnitudes. — La observación de los fenómenos naturales hace surgir una serie de conceptos abstractos, llamados *magnitudes* (longitud, tiempo, masa, fuerza, etc.), cuya cuantía varía de un caso a otro. Así, las longitudes son más o menos grandes, la fuerza mayor o menor, etc. Pero, para que esos conceptos sean verdaderas magnitudes, han de poderse comparar mediante las expresiones *igual que*, *mayor que* y *menor que*, es decir, que debe ser posible definir en ellos la igualdad y la suma.

En Física, para que sea útil la experimentación, es necesario, apoyándose en las Matemáticas, expresar los resultados obtenidos por medio de números y, por lo tanto, saber *medir* las magnitudes que intervienen en los fenómenos físicos.

Medir una magnitud es compararla con otra de la misma especie tomada como patrón y llamada *unidad*. El resultado de la comparación es un número, denominado *medida* de la magnitud.

Errores de medida. — La medida de una magnitud no está nunca exenta de error, pero ha de procurarse que éste sea lo más pequeño posible usando métodos y aparatos apropiados. Deben tenerse, por consiguiente, en cuenta las múltiples causas de error : imperfecciones inevitables del aparato de medida, limitaciones impuestas por los sentidos humanos, defectos del método empleado, circunstancias externas que acompañan la medición, como la presión y la temperatura, etc.

Los errores se pueden clasificar en dos tipos : *sistemáticos* y *accidentales*. Los primeros actúan siempre del mismo modo, puesto que se deben a defectos relacionados con los instrumentos o el método aplicado. Los segundos están originados por distintas causas y cambian naturalmente de un experimento a otro. Si se efectúan, por ejemplo, en un laboratorio varias mediciones de una misma magnitud, la temperatura y presión varían ligeramente y la posición del ojo no es siempre idéntica en el momento de realizar la lectura. Se obtienen, por lo tanto, diferentes medidas de la magnitud considerada.

Errores absoluto y relativo. — A causa de los errores inevitables, las magnitudes sólo se dan de manera aproximada por medio de la última cifra del número que representa el resultado de la medida efectuada. Por ejemplo, afirmar que el peso de un objeto es de 17,024 kg indica que el error cometido es de ± 0,001 kg, es decir, que el número 17,024 no es forzosamente preciso y que el valor exacto se sitúa entre 17,025 y 17,023. Esta aproximación se expresa diciendo que la magnitud medida es igual a 17,024 ± 0,001 kg. El valor 0,001 recibe el nombre de *error absoluto* de la medida y se considera como el límite máximo de error.

El error absoluto no permite saber con qué precisión se ha efectuado la medida. En efecto, si se miden dos longitudes diferentes y se obtienen como resultados 8 m y 540 m respectivamente, con un error absoluto para ambas cifras de una unidad, es decir, de ± 1 m, resulta evidente que la segunda medida es más precisa que la primera.

El *error relativo* es la relación que existe entre el error absoluto y el resultado de la medida. En el ejemplo anterior, si se llama $\Delta M = 1$ m (Δ se lee «incremento de») al error absoluto y M = 8 m y M' = 540 m a las correspondientes medidas, se obtienen respectivamente para los errores relativos

$$\frac{\Delta M}{M} = \frac{1}{8} \quad \text{y} \quad \frac{\Delta M}{M'} = \frac{1}{540}$$

La inversa del error relativo da el *grado de precisión* de la medida, que es tanto mayor cuanto menor sea el error relativo.

Cálculo de errores. — El cálculo de errores para la medida de una magnitud es complicado y sólo se dan a continuación dos de las reglas más usadas.

a) *Error absoluto de una suma o diferencia :* si se desea hallar el error absoluto de la magnitud S, siendo $S = a + b$, donde a y b son otras dos magnitudes, aquél se obtiene por la expresión $\pm \Delta S = \pm (\Delta a + \Delta b)$, donde ΔS, Δa y Δb son respectivamente los errores absolutos de la suma y de cada uno de los sumandos.

En general, el *error absoluto de una suma o de una diferencia es igual a la suma de los errores absolutos cometidos sobre cada uno de los sumandos.*

b) *Error relativo de un producto o de un cociente :* suponiendo el producto $P = a \cdot b$, el error relativo es

$$\pm \frac{\Delta P}{P} = \pm \left(\frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b}\right)$$

El mismo valor se obtendría para el cociente $C = \frac{a}{b}$, lo que equivale a decir,

$$\pm \frac{\Delta C}{C} = \pm \left(\frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b}\right)$$

Por lo tanto, *el error relativo de un producto o de un cociente es igual a la suma de los errores relativos cometidos sobre cada uno de los factores.*

Unidades. — Con objeto de medir las diversas magnitudes físicas es preciso elegir para cada caso la unidad conveniente, que ha de ser siempre de la misma especie que la que se mide. Para evitar una multiplicación excesiva de los sistemas de unidades, se decidió adoptar uno que fuese lo más internacional posible y que utilizara un número reducido de unidades arbitrarias independientes. A partir de éstas se han podido deducir las demás. Las primeras se llaman *unidades fundamentales* y las segundas *unidades derivadas*, a las cuales corresponden, respectivamente, *magnitudes fundamentales* y *magnitudes derivadas*.

Sistemas de unidades. — Entre los sistemas de unidades, se ha generalizado el denominado *sistema internacional de unidades* o *S. I.*, adoptado en la XI Conferencia General de Pesas y Medidas, celebrada en París en octubre de 1960. Este sistema toma como magnitudes fundamentales la longitud, la masa, el tiempo, la intensidad de corriente eléctrica, la temperatura termodinámica y la intensidad luminosa, a las cuales asigna respectivamente las unidades llamadas *metro*, *kilogramo masa*, *segundo*, *amperio*, *grado Kelvin* y *candela*.

Todavía son muy conocidos otros sistemas, como el *sistema C. G. S.*, en el cual las distintas unidades son el centímetro para la longitud, el gramo para la masa y el segundo para el tiempo, o el *sistema técnico*, en el que se adoptan como magnitudes fundamentales la longitud, la fuerza y el tiempo, con las unidades correspondientes, el *metro*, el *kilogramo-fuerza* o *kilopondio* y el *segundo*.

En este estudio se utiliza sobre todo el sistema internacional, por las evidentes ventajas que presenta y por lo generalizado de su uso, sin abandonar completamente por ello los otros, que se emplean todavía en muchas publicaciones.

Patrones y unidades de longitud, masa y tiempo. — Los patrones están destinados a materializar las unidades y deben tener una precisión suficiente para poder servir de modelo oficial.

El primer patrón de longitud, llamado *metro patrón*, fue construido con una aleación de platino iridiado y correspondía a la distancia, a una temperatura de cero grados centígrados, que separaba dos ranuras trazadas en una barra hecha con esta aleación. Se pensó también en una definición basada en la diezmillonésima parte del cuadrante del meridiano terrestre. Finalmente, en el sistema internacional, se considera que el *metro* (abreviatura m) equivale a *1 650 763,73 veces la longitud de la onda luminosa emitida durante la transición del electrón del átomo de criptón de masa 86 entre los niveles 2* p_{10} *y 5* d_5. Esta definición resulta difícil de comprender para personas no especializadas, pero permite disponer de un patrón constante e invariable.

El *kilogramo masa*, de símbolo kg, es *la masa del prototipo internacional de platino iridiado, adoptado por la III Conferencia General de Pesas y Medidas en 1889 y depositado en el Pabellón de Breteuil, en Sèvres (Francia)*.

El *segundo*, cuya abreviatura es s, se define como la *31 556 925,974 7ª parte del primer año trópico del siglo XX (1900)*. Anteriormente se utilizaba otra definición basada en la rotación de la Tierra y que sigue rigiendo para el tiempo civil y legal, según la cual un segundo es la fracción 1/86 400 del día solar medio.

Cuando es necesario medir cantidades de una magnitud mucho más grande o mucho más pequeña que la unidad elegida, se utilizan diversos múltiplos y submúltiplos decimales de la misma.

Medición de longitudes. — Como ejemplo de medición de magnitudes físicas, es útil describir algunos instrumentos y métodos empleados. Puesto que el científico suele medir en el laboratorio esencialmente pequeñas longitudes, cabe describir en primer lugar el *tornillo micrométrico* y el *nonio*, para pasar luego al estudio del *pie de rey*, del *palmer* y del *esferómetro*.

Tornillo micrométrico. — El *tornillo micrométrico* sirve para medir con mucha precisión el espesor de los objetos.

Se llama *hélice* a la curva que describe en un cilindro circular recto un móvil que se desplaza con movimiento uniforme, paralelamente al eje del cilindro, mientras éste gira alrededor de dicho eje con un movimiento de rotación uniforme (*fig.* 1).

La distancia AB comprendida entre dos intesecciones sucesivas de la hélice con una generatriz del cilindro se denomina *paso de la hélice*.

Supongamos un polígono pequeño, por ejemplo un triángulo A'B'D, de base A'B' = AB, situado en el meridiano CC'M; supongamos también que este meridiano gira alrededor del eje CC' y que el punto A' describe la hélice; el triángulo A'B'D engendrará un sólido denominado *filete del tornillo*, que varía con la forma del polígono y que en este caso concreto sería triangular; el tornillo lo constituye el conjunto del sólido cilíndrico y del filete, siendo el paso del tornillo igual al paso de la hélice.

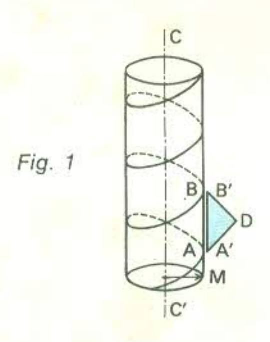


Fig. 1

Nonio. — El grado de aproximación que existe entre las graduaciones de una regla o de un tambor está determinado por la anchura de sus divisiones. El *nonio*, acompañado de una regla graduada, por ejemplo en milímetros, permite obtener medidas más exactas. Si se divide el nonio en diez partes, las medidas obtenidas son diez veces más precisas; se dice entonces que el nonio es de 1/10. Consideremos una regla graduada en milímetros y una reglilla móvil (nonio) que puede deslizarse a lo largo de aquélla (*fig.* 2). La reglilla tiene una longitud de 9 mm

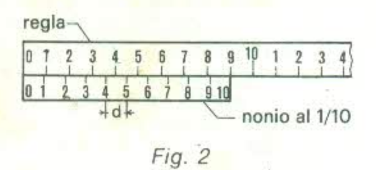


Fig. 2

y está dividida en diez partes iguales, es decir, que cada división *d* de la reglilla mide 9/10 mm; como cada división de la regla R mide un milímetro (10/10 mm), al hacer coincidir el cero del nonio con el cero de la regla, el trazo 1 del nonio distará del trazo 1 de la regla $\frac{10}{10} - \frac{9}{10}$, o sea, $\frac{1}{10}$ mm; el trazo 2 distará $\frac{2}{10}$ mm del otro trazo correspondiente de la regla, y así sucesivamente hasta llegar al trazo 10, que distará $\frac{10}{10} = 1$ mm del trazo 10 de la regla, lo que significa que coincidirá con el trazo 9.

Si se desliza la reglilla N/10 mm, cada uno de los trazos se desplazará la misma distancia $\frac{N}{10}$ mm, y el único trazo que coincidirá con un trazo de la regla será el trazo N.

Para medir una longitud G se hace coincidir uno de sus extremos E (no representado en la *fig.* 3) con el cero de la

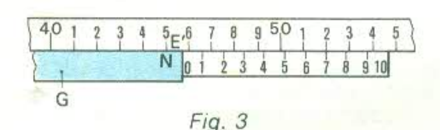


Fig. 3

regla y se lee la división N de la regla inmediatamente anterior al extremo E'; por ejemplo N = 45 (*fig.* 3). La longitud que hay que determinar equivaldrá, por consiguiente, a N divisiones de la regla más la fracción NE'. Para obtener la longitud de esta fracción se desliza el nonio hasta que su cero corresponda a E' y se busca cuál

de sus divisiones coincide con una división de la regla, si es que la hay; en el caso de la *fig.* 4, coincide la séptima. Se ve fácilmente de este modo que NE' = 7/10 de milímetro.

Generalmente no hay coincidencia entre un trazo de la regla y uno del nonio, pero en este caso dos trazos del nonio se encuentran comprendidos entre dos trazos sucesivos de la regla como, por ejemplo, en la *fig.* 4, los trazos 2 y 3 del nonio. La longitud que hay que medir, AB, es igual a 8 milímetros más una fracción mayor que 2/10 y menor que 3/10 de milímetro; tomando como valor de esta fracción la media aritmética de $\frac{2}{10}$ y $\frac{3}{10}$, es decir, $\frac{25}{100}$ mm, la longitud AB será igual a 8,25 mm, con una aproximación de 1/10 de milímetro.

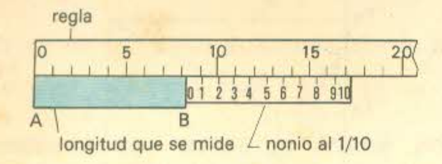


Fig. 4

Pie de rey. — El *pie de rey* es un instrumento que sirve para medir con precisión el espesor de un objeto o el diámetro de una pieza cilíndrica. Se compone de una regla R, dividida en milímetros (*fig.* 5), en cuyo extremo se encuentra un tope T perpendicular. Una pieza móvil T' es solidaria de un carro que puede deslizarse a lo largo de la regla y que tiene una ventana con un nonio 1/10 inscrito en el borde. Este carro se inmoviliza en la regla graduada por medio de un tornillo a presión. Cuando los topes T y T' están en contacto, el cero de la regla y el del nonio coinciden.

Para medir el espesor de un objeto O, se coloca éste entre los dos topes y se desplaza el carro hasta apretar ligeramente el objeto, bloqueándose entonces el carro con el tornillo. La lectura del nonio permite conocer el espesor buscado con una aproximación de 1/10 de milímetro.

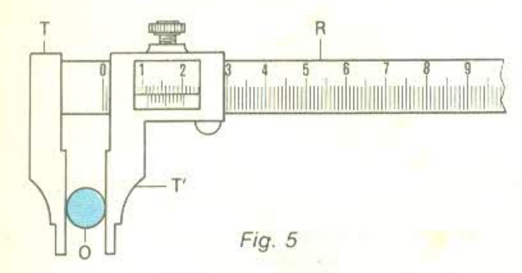


Fig. 5

Palmer. — El *palmer* es un instrumento empleado para medir con una precisión de una centésima de milímetro espesores pequeños, como los diámetros de hilos finos. Está constituido (*fig.* 6) por una pieza M, en forma de herradura, con dos extremos diferentes. El primero de éstos lleva una especie de yunque (E) y el otro sirve de tuerca a un tornillo micrométrico con un paso de un milímetro y un tambor T dividido en 100 partes. Cuando están en contacto los extremos del tornillo y el yunque, el tambor está en el cero; la posición de la división del tambor sobre la escala G, graduada en milímetros, indica el número de vueltas completas.

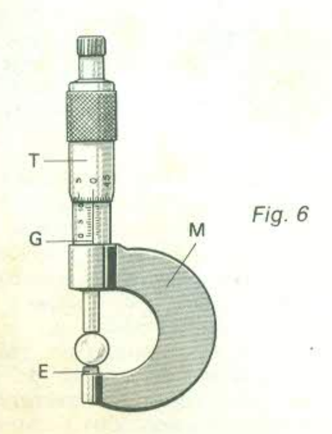


Fig. 6

Esferómetro. — El *esferómetro* es un instrumento que sirve para medir el radio y la curvatura de superficies esféricas o el espesor de láminas de caras paralelas. Se compone de un tornillo micrométrico (*fig.* 7) cuyo paso suele ser de medio milímetro y cuyo extremo acaba en una punta roma P. Este tornillo está colocado en una tuerca E, que se apoya en un zócalo S, por 3 puntas de acero (A, B y C), que forman los vértices de un triángulo equilátero cuyo plano es, por construcción, perpendicular al eje del tornillo y cuyo centro está situado sobre este eje. La cabeza del tornillo está constituida por un tambor T dividido en 500 partes iguales. En una de las puntas está fijada verticalmente una regla R, con divisiones dispuestas de tal manera que cada una de ellas corresponde a una vuelta completa del tambor.

Se utiliza el esferómetro colocándolo sobre un vidrio H, perfectamente plano, y se hace girar el tambor hasta que la punta P se ponga en contacto con el plano de vidrio; se apuntan entonces las cifras encontradas en la regla y el tambor en el punto de coincidencia de ambos.

Para medir el espesor de una lámina, se levanta la punta P, se introduce la lámina, se hace girar el tambor hasta que dicha punta se ponga en contacto con aquélla y se leen los resultados obtenidos en la regla y en el tambor.

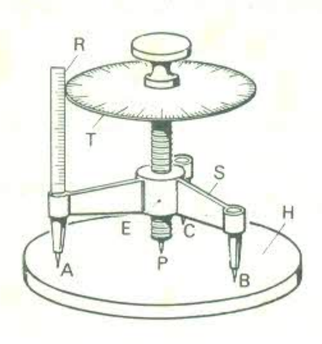


Fig. 7

3. — Nociones de cálculo vectorial

Magnitudes escalares y vectoriales. Proyecciones. *Componentes de un vector.* Suma geométrica. *De varios vectores consecutivos. De vectores que tienen el mismo origen o concurrentes.* Proyección sobre un eje. Casos particulares importantes. Diferencia de vectores. Producto. *De un escalar por un vector. Escalar de dos vectores. Vectorial de dos vectores.* Derivada de un vector respecto de un escalar.

Magnitudes escalares y vectoriales. — En Física se usan principalmente dos clases de magnitudes : *escalares* y *vectoriales*. Las primeras quedan completamente determinadas por su medida en función de una unidad adecuada y a este tipo pertenecen, entre otras, la masa, la temperatura, el volumen y el tiempo.

Las segundas, en cambio, no pueden definirse únicamente por su valor numérico, sino que requieren que se precise además la noción de dirección. Estas magnitudes se representan por *vectores*, es decir, por segmentos rectilíneos orientados y caracterizados por el módulo, dirección, sentido y punto de aplicación. El módulo corresponde a la longitud del segmento, y la dirección es la recta a que pertenece este segmento, o sea, la recta soporte del vector (la recta AB es la recta soporte del vector $\vec{a} = \overrightarrow{MN}$ en la figura 8). El sentido, indicado por una flecha, queda determinado por el de los dos puntos (el sentido del vector $\vec{a}$ es de M hacia N en el caso aquí estudiado). Finalmente, el punto de aplicación es el origen del vector (el punto M en este ejemplo).

A continuación se representará un vector sea por una letra sobre la cual se colocará una flechita, sea mediante dos letras (las del origen y del extremo del vector), también con una flechita ($\vec{a}$ y $\overrightarrow{MN}$ para el caso anteriormente mencionado).

Dos vectores con distinto punto de aplicación son *equipolentes* si tienen igual módulo, el mismo sentido y la misma dirección o direcciones paralelas.

Suelen clasificarse los vectores en *fijos* o *localizados*, *deslizantes* y *libres*. Los primeros son los que tienen su punto de aplicación u origen fijo, como ocurre con la fuerza aplicada a un punto material. Los segundos son aquellos que pueden trasladar su punto de aplicación a lo largo de la recta soporte, de manera que los infinitos vectores que de esta forma se pueden obtener sean todos equipolentes y equivalentes entre sí; éste es el caso de la fuerza aplicada a un sólido rígido. En los últimos, el punto de aplicación puede trasladarse sobre la recta soporte o sobre cualquier recta paralela a ésta, y los vectores resultantes son siempre equipolentes y equivalentes al primero; un ejemplo característico de este tipo es el momento de un par de fuerzas aplicado a un sólido rígido.

Proyecciones. — *Componentes de un vector.* — La proyección de un vector sobre un eje es el vector que

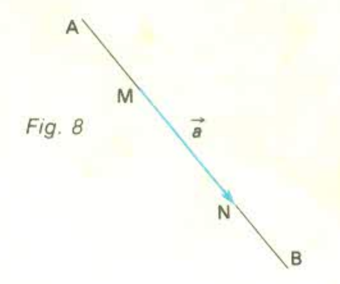


Fig. 8

tiene por origen la proyección del origen y por extremo la proyección del extremo (*fig.* 9). Las proyecciones del

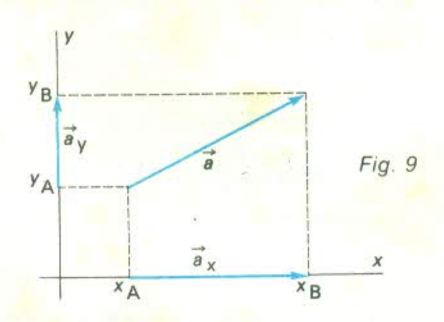


Fig. 9

vector $\vec{a}$ sobre los ejes x e y son, respectivamente, $\vec{a}_x$ y $\vec{a}_y$, y los módulos correspondientes son

$$a_x = x_B - x_A \quad \text{y} \quad a_y = y_B - y_A$$

Dos vectores equipolentes tienen sobre el mismo eje dos proyecciones equipolentes.

Si proyectamos un vector $\vec{a} = \overrightarrow{OM}$ (*fig.* 10) sobre tres ejes rectangulares, a_x, a_y y a_z serán los módulos de sus

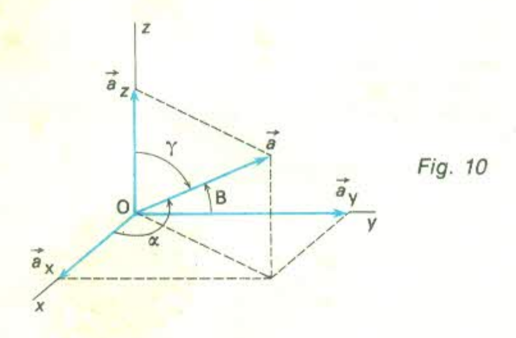


Fig. 10

proyecciones. Si son α, β y γ, respectivamente, los ángulos que el vector forma con los tres ejes, a los cosenos de estos ángulos ($\cos\alpha$, $\cos\beta$, $\cos\gamma$) se les llama *cosenos directores* del vector $\vec{a}$.

Los valores numéricos a_x, a_y, a_z reciben el nombre de *componentes* del vector $\vec{a}$ y están relacionados con su módulo de la manera siguiente :

$$a_x = a \cos\alpha; \quad a_y = a \cos\beta; \quad a_z = a \cos\gamma \qquad [3, 1]$$

Elevando las tres expresiones al cuadrado y sumándolas miembro a miembro se obtiene (mediante la expresión $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$) :

$$a^2 = a_x^2 + a_y^2 + a_z^2 \qquad [3, 2]$$

y al extraer la raíz cuadrada

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} \qquad [3, 3]$$

que expresa el módulo del vector $\vec{a}$ en función de sus componentes.

Suma geométrica. — *De varios vectores consecutivos.* — Son *vectores consecutivos* aquellos en los que el extremo de cada uno es el origen del siguiente.

La suma geométrica o *resultante de varios vectores consecutivos es el vector que tiene por origen el origen del primero y, por extremo, el extremo del último* (*fig.* 11).

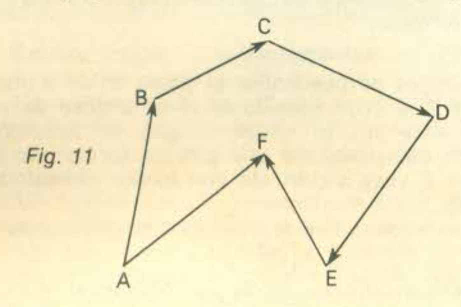


Fig. 11

Se representa esta suma geométrica por la notación simbólica

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AF}$$

De vectores que tienen el mismo origen o concurrentes. — Sean los *vectores concurrentes* $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OC}$, $\overrightarrow{OD}$ (*fig.* 12). Se lleva en A el vector $\overrightarrow{AB'}$

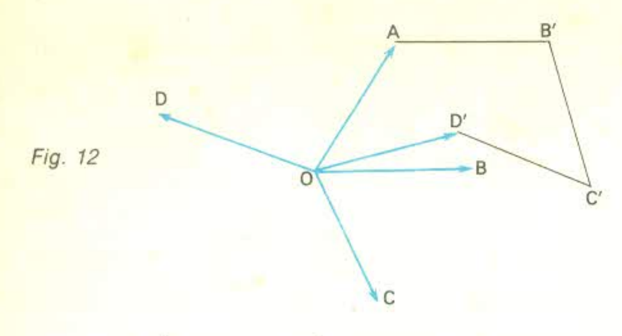


Fig. 12

equipolente a $\overrightarrow{OB}$, después $\overrightarrow{B'C'}$ equipolente a $\overrightarrow{OC}$ y, por último, $\overrightarrow{C'D'}$ equipolente a $\overrightarrow{OD}$. El vector $\overrightarrow{OD'}$ es la suma geométrica de los vectores dados.

Esta definición es válida también para vectores no concurrentes.

La suma geométrica de varios vectores es independiente del orden de los mismos. Se pueden sustituir varios vectores por su suma geométrica y, recíprocamente, sustituir un vector por varios vectores cuya suma sea igual a aquel vector.

Proyección sobre un eje. — Si se proyectan sobre un eje varios vectores y su suma geométrica, la proyección del vector suma geométrica es la suma geométrica de las proyecciones de los vectores componentes (*fig.* 13).

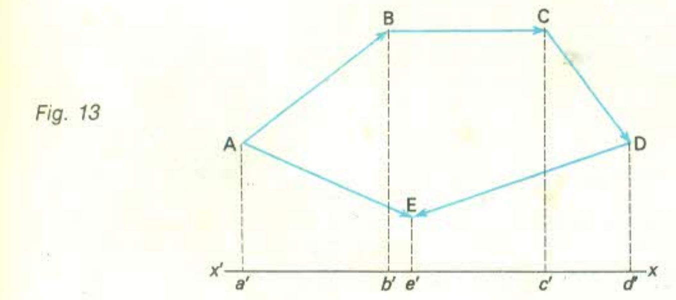


Fig. 13

Al ser todos los vectores proyecciones sobre un mismo eje, se les puede aplicar el *teorema de Chasles* y efectuar cálculos algebraicos; mediante proyecciones convenientes es posible, por tanto, emplear el cálculo algebraico en los problemas de Mecánica.

Casos particulares importantes. — La suma geométrica de dos vectores es la diagonal del paralelogramo construido sobre dichos vectores. La suma geométrica de tres vectores es la diagonal del paralelepípedo construido sobre esos tres vectores (*fig.* 14).

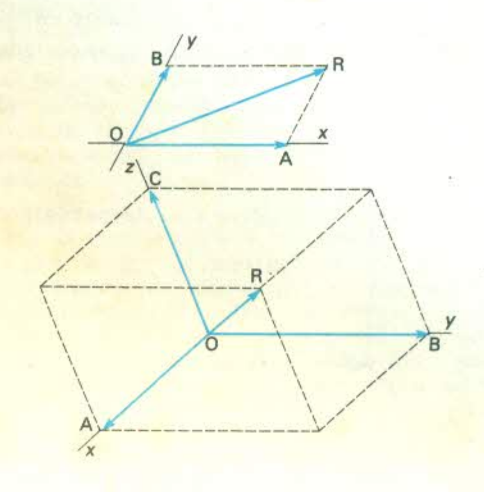


Fig. 14

Inversamente, dado un vector $\overrightarrow{OR}$ y dos líneas soportes situadas en el mismo plano que el vector, se pueden encontrar, construyendo un paralelogramo, dos vectores tales que su suma geométrica sea el vector dado.

Asimismo, dado un vector $\overrightarrow{OR}$ y tres rectas OX, OY, OZ, no situadas en un mismo plano, se obtienen, construyendo el paralelepípedo cuya diagonal sea $\overrightarrow{OR}$ y cuyas aristas estén sobre las rectas dadas, tres vectores $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OC}$, cuya suma geométrica es $\overrightarrow{OR}$.

Diferencia de vectores. — Por definición, la diferencia entre dos vectores $\overrightarrow{OA}$ y $\overrightarrow{OB}$ es un vector $\overrightarrow{AB}$ tal que, sumándolo con $\overrightarrow{OA}$, nos de el vector $\overrightarrow{OB}$ (*fig.* 15).

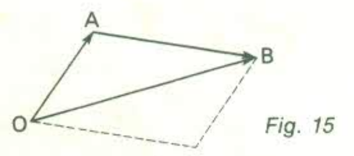


Fig. 15

Lo cual expresamos de la forma

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}$$

Aunque no lo demostremos, se comprueba fácilmente que la suma de vectores es asociativa y conmutativa, es decir :

$$\vec{a} + (\vec{b} + \vec{c}) = (\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c}\,; \quad \vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}\,;$$

siendo $\vec{a}$, $\vec{b}$ y $\vec{c}$ vectores.

Producto. — *De un escalar por un vector.* — En virtud de la definición de la suma vectorial, la suma de n vectores iguales a uno dado $\vec{a}$ será un vector $\vec{b}$ con igual

dirección y sentido que los sumandos, pero de módulo n veces mayor.

$$\vec{b} = \vec{a} + \vec{a} + \vec{a} + \ \dots \ = n\vec{a} \qquad [3, 4]$$

Por consiguiente, el producto de un escalar n (número real) por un vector $\vec{a}$ es un vector $\vec{b}$ que tiene la misma dirección, cuyo módulo es n veces el de $\vec{a}$ y cuyo sentido es el mismo que el de $\vec{a}$, si $n > 0$, y opuesto si $n < 0$.

A partir de este concepto, si llamamos $\vec{i}$ a un vector cuyo módulo sea la unidad y cuya dirección y sentido sean los del vector $\vec{a}$, entonces : $\vec{a} = a\vec{i}$ **[3, 5]**
Los vectores como el $\vec{i}$ se llaman *vectores-unidad*.

Recordemos que, al proyectar un vector $\vec{a}$ sobre tres ejes rectangulares, éste quedaba descompuesto en los $\vec{a}_x$, $\vec{a}_y$, $\vec{a}_z$, cuyos módulos respectivos a_x, a_y, a_z se designaban como componentes del vector $\vec{a}$, así :

$$\vec{a} = \vec{a}_x + \vec{a}_y + \vec{a}_z \qquad [3, 6]$$

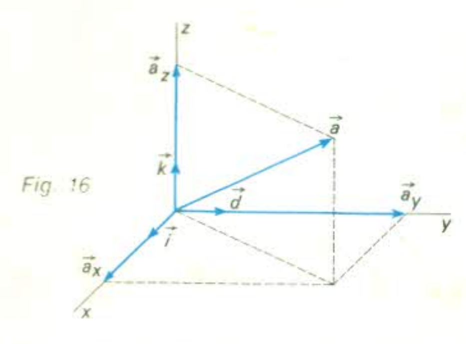


Fig. 16

Si sobre los ejes tomamos sendos vectores-unidad $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ (*fig.* 16), tendremos según **[3, 5]** :

$$\vec{a}_x = a_x\vec{i}\ ; \quad \vec{a}_y = a_y\vec{j}\ ; \quad \vec{a}_z = a_z\vec{k} \qquad [3, 7]$$

introduciéndolas en **[3, 6]** :

$$\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k} \qquad [3, 8]$$

Escalar de dos vectores. — Dados dos vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$, que forman un ángulo α, se define su *producto escalar* como *el producto de sus módulos por el coseno del ángulo* α :

$$q = ab \ \cos \alpha$$

Este producto se expresa simbólicamente escribiendo los dos vectores uno a continuación del otro :

$$q = \vec{a}\vec{b}$$

De su definición se desprende claramente que el producto escalar tiene propiedad conmutativa :

$$\vec{a}\vec{b} = \vec{b}\vec{a}$$

También se demuestra que posee propiedad distributiva :

$$(\vec{a} + \vec{b})\ \vec{c} = \vec{a}\vec{c} + \vec{b}\vec{c}$$

Mediante la *fig.* 17, resulta fácil ver que *el producto escalar de dos vectores es el producto de uno de ellos por la proyección del otro sobre él :*

$$\vec{a}\vec{b} = ap_b = bp_a = ab \ \cos \alpha$$

(siendo $p_b = b \ \cos \alpha\ ;\ p_a = a \ \cos \alpha$).

Fig. 17

Si $\alpha = 90^0$, el producto escalar es cero; en cambio éste es positivo si α es agudo y negativo si α es obtuso.

Vectorial de dos vectores. — Definimos el *producto vectorial* de dos vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$, que forman un ángulo α, como otro vector $\vec{p}$ (*fig.* 18), cuyo módulo es igual al producto de los módulos de los factores y del seno del ángulo que forman :

$$p = ab \ \text{sen} \ \alpha$$

cuya dirección es perpendicular el plano π de ambos vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$ y cuyo sentido es el de avance de un sacacorchos con el eje situado según la dirección anteriormente mencionada y que gira de forma que el primer vector $\vec{a}$ vaya a coincidir con $\vec{b}$, describiendo el menor ángulo.

El producto vectorial se representa simbólicamente :

$$\vec{p} = [\vec{a}\vec{b}]$$

La regla del sacacorchos, usada para obtener el sentido del vector $\vec{p}$, determina que, al invertir el orden de los factores, cambia el sentido del vector producto :

$$[\vec{a}\vec{b}] = -[\vec{b}\vec{a}]$$

por tanto, el producto vectorial no es conmutativo, pero tiene propiedad distributiva :

$$[(\vec{a} + \vec{b})\ \vec{c}] = [\vec{a}\vec{c}] + [\vec{b}\vec{c}]$$

De la definición se desprende que el producto vectorial es nulo si el ángulo α es igual a cero, mientras que es máximo cuando α vale 90^0.

Derivada de un vector respecto de un escalar. — Supongamos que un vector $\vec{a}$ no es constante, sino que depende de una cierta magnitud escalar t, es decir, que $\vec{a}$ es función de t, lo cual se expresa :

$$\vec{a} = f(t)$$

Para cada valor de t tendremos un valor determinado de $\vec{a}$, que será, en general, un vector con módulo, dirección y sentido diferentes para cada valor de t.

Si t sufre una variación Δt, el vector $\vec{a}$ se transforma en otro vector $\vec{a} + \Delta\vec{a}$. El cociente $\frac{\Delta\vec{a}}{\Delta t}$ es un vector con igual dirección y sentido que $\Delta\vec{a}$, y, cuando Δt tiende a cero, el cociente $\frac{\Delta\vec{a}}{\Delta t}$ tiende a un límite, llamado *derivada del vector* $\vec{a}$ respecto al escalar t y representado por la relación :

$$\frac{d\vec{a}}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{a}}{\Delta t}$$

Según esta definición, la derivada de un vector suma de otros dos es igual a la suma de las derivadas de éstos :

$$\frac{d(\vec{a} + \vec{b})}{dt} = \frac{d\vec{a}}{dt} + \frac{d\vec{b}}{dt}$$

Por tanto, y de acuerdo con **[3, 8]**, la derivada de un vector viene dada por :

$$\frac{d\vec{a}}{dt} = \frac{da_x}{dt}\vec{i} + \frac{da_y}{dt}\vec{j} + \frac{da_z}{dt}\vec{k} \qquad [3, 9]$$

dado que los vectores $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ son constantes.

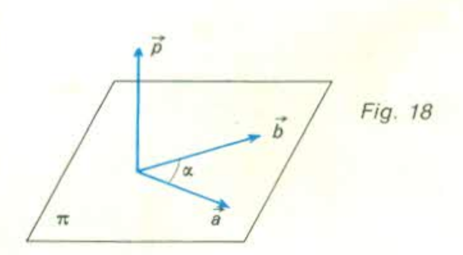


Fig. 18

4. — Estados de la materia

Estado físico. Cambios de estado. Estructura molecular. *Cuerpos isótropos y anisótropos. Estado cristalino. Estado amorfo.* Cristalización. Constitución física de los cristales. Estado coloidal.

Estado físico. — Los cuerpos suelen distinguirse por su estado físico, que puede ser sólido, líquido o gaseoso.

Un cuerpo *sólido* tiene *forma y volumen propios* y sólo se deforma si se ejercen sobre él presiones más o menos intensas. Casi todos los metales, por ejemplo, son sustancias sólidas.

Un *líquido* tiene un *volumen constante,* pero su *forma varía* según el recipiente que lo contiene.

Un *gas carece de forma y volumen propios;* ocupa siempre el volumen del recipiente que lo contiene, puesto que es dilatable y compresible.

Cambios de estado. — Muchas sustancias pueden pasar de un estado a otro bajo los efectos de la temperatura y la presión. El agua, líquida a la temperatura ordinaria, se transforma en gas (vapor de agua) a 100 °C y a la presión atmosférica *(vaporización)* y en sólido (hielo) a 0 °C y a la presión atmosférica *(solidificación).* Al elevarse la temperatura, el hielo vuelve a convertirse en líquido por *fusión*. En la actualidad se suelen clasificar los cuerpos con arreglo a su estructura íntima, porque, si bien todas las sustancias pueden existir en uno de los tres estados antedichos, resulta a veces difícil establecer una diferencia precisa entre éstos y las propiedades pueden variar de una manera continua al pasar de un estado a otro. Por ejemplo, el vidrio y la cera se convierten en líquidos sin que se perciba una discontinuidad *(fusión pastosa),* y un metal, sometido a una presión de varios millares de atmósferas en un recipiente resistente, puede verterse por un orificio *(fluencia).*

Estructura molecular. — La materia está constituida por partículas idénticas y sumamente pequeñas *(moléculas),* separadas por espacios vacíos. Dos cuerpos puros distintos tienen moléculas diferentes. Las moléculas de un cuerpo puro pueden estar distribuidas regularmente (estado cristalino) o sin orden (estado amorfo).

Cuerpos isótropos y anisótropos. — Si se hacen girar dos esferas, una de *vidrio* y otra de *cuarzo* o de *cristal de roca,* dentro de bloques perfectamente homogéneos, se observa que, al calentarlas, la de vidrio se transforma por dilatación en otra esfera, lo cual demuestra que el coeficiente de dilatación del vidrio es *el mismo en todas las direcciones*. En cambio, la esfera de cuarzo se convierte en elipsoide, porque algunos radios de la esfera se dilatan más que otros. El coeficiente de dilatación del cuarzo, por consiguiente, *varía según la dirección considerada*.

Este fenómeno registrado en el coeficiente de dilatación aparece también en relación con la cohesión, índice de refracción, resistencia eléctrica, conductividad calorífica, etc.

Se dice entonces que el vidrio, cuyas propiedades son independientes de la dirección, es un cuerpo *isótropo* (del griego *isos*, igual, y *tropos*, dirección), mientras que el cuarzo, cuyas propiedades varían según la dirección, es *anisótropo*.

Estado cristalino. — El *estado cristalino* se caracteriza por ser anisótropo.

Se observa, al estudiar en los cristales la difracción de los rayos X, que las partículas materiales forman alineaciones regulares. Las propiedades físicas de un cuerpo cristalino serán las mismas en las direcciones paralelas del cuerpo que tengan idéntica distribución de partículas. Los sólidos cristalinos se funden por *fusión neta*.

Estado amorfo. — El *estado amorfo* se caracteriza por su isotropía. Las moléculas están repartidas sin orden y las propiedades del cuerpo considerado son idénticas en todas las direcciones.

Los sólidos amorfos pueden asimilarse a líquidos de viscosidad elevada. Cuando se funden, lo hacen por *fusión pastosa,* es decir, por un reblandecimiento progresivo.

Cristalización. — La *cristalización* puede conseguirse por *fusión, sublimación* y *disolución*.

a) *Por fusión :* el cuerpo, una vez fundido, se deja enfriar lentamente hasta que se forme una corteza superficial sólida; al romper esta última y al decantar el líquido restante aparecen los cristales. Algunos cuerpos presentan el fenómeno de *sobrefusión,* por el cual permanecen líquidos a una temperatura inferior a su punto de fusión, pero se pueden solidificar totalmente si se introduce una pequeña porción de cristal sólido (el vidrio es un líquido sobrefundido).

b) *Por sublimación :* la sustancia, al calentarse, produce vapores que se condensan en las paredes frías del recipiente en el que aquélla se encuentra (el yodo y la naftalina se subliman de esta forma).

c) *Por disolución :* se disuelve la sustancia y se evapora o se enfría la solución. La cristalización por disolución permite separar los cristales de una especie pura de los demás cuerpos gracias a la diferencia de solubilidad (cristalización fraccionada).

Constitución física de los cristales. — La difracción de los rayos X ha permitido determinar la distribución de la materia en las sustancias cristalinas. Las partículas materiales se encuentran no sólo en los nudos, sino también en el centro de la malla y de las caras así como en los puntos medios de las aristas.

En los electrólitos, los iones se disocian en el propio cristal y ocupan las posiciones anteriormente mencionadas.

Estado coloidal. — Los *coloides* son sustancias formadas por partículas muy pequeñas *(micelas),* que constan de un número considerable de átomos y que pueden considerarse como moléculas muy pesadas y voluminosas o como aglomeraciones de moléculas.

Los coloides, tanto orgánicos como minerales, son abundantes en la Naturaleza (albúmina, gelatina, almidón, sílice, alúmina, etc.). Las micelas emulsionadas en un líquido dan una solución poco límpida, denominada *sol,* que puede coagularse o flocularse bajo la influencia de ciertos factores (aumento de temperatura, adición de alcohol o de electrólitos, etc.) en forma de *gel*.

Las membranas celulares de los seres vivos tienen una estructura micelar y dejan pasar moléculas más o menos gruesas. Así, la pared del intestino es permeable a la glucosa, mientras que la del riñón, en condiciones normales, es impermeable.

Los coloides no suelen cristalizar, contrariamente a lo que ocurre con las demás sustancias que reciben, por esta razón, el nombre de *cristaloides*.

En los soles, las micelas se disocian en iones diferentes. Uno de ellos, denominado *gránulo,* contiene casi la totalidad de los átomos, y el otro es comparable a los iones minerales. El primero puede ser positivo o negativo y, al estar sometido a la acción de un campo eléctrico, se dirige hacia el electrodo correspondiente.

El punto de congelación de los coloides es próximo al del solvente puro a causa del tamaño de las micelas.

Mecánica

Reseña histórica. — **Aristóteles** (384-322 a. de J. C.) intentó elaborar una teoría de la Mecánica, pero no hizo ninguna distinción entre las propiedades estáticas, cinemáticas y dinámicas. **Arquímedes** (¿287?-¿212? a. de J. C.) fue el verdadero creador de la Mecánica teórica, inventó la palanca, el tornillo que lleva su nombre y el polipasto, además de establecer los fundamentos de la Hidrostática con su célebre principio. La labor de este físico fue proseguida en el siglo III por PAPPO DE ALEJANDRÍA.

Tras el largo período de la Edad Media, la Física experimentó un notable impulso durante el Renacimiento. El matemático italiano **Tartaglia** (¿1499?-1557) llevó a cabo un estudio sobre los proyectiles destinados a la artillería, mientras que su compatriota Gerolamo **Cardano** (1501-1576) escribió un tratado sobre la Mecánica e inventó la junta universal llamada *cardán.* El verdadero iniciador de la Mecánica moderna fue el pisano **Galileo** GALILEI (1564-1642), que descubrió las leyes de la caída de los cuerpos y enunció el principio de la inercia y la ley de composición de velocidades. Otro italiano, Evangelista **Torricelli** (1608-1647), demostró los efectos de la presión atmosférica. **Simón de Brujas** (1548-1620) resolvió el problema de la composición de fuerzas y estableció el valor de la presión ejercida por un líquido sobre las paredes del recipiente que lo contiene, mientras que las investigaciones del suizo Paul **Guldin** (1577-1643) condujeron a la nueva formulación de los teoremas de Pappo de Alejandría. El holandés Christiaan **Huygens** (1629-1695) estudió los relojes y el péndulo y analizó la acción de las fuerzas aplicadas a un móvil. El inglés Isaac **Newton** (1642-1727) elaboró la teoría sobre la atracción universal. Los suizos Jacques (1654-1705) y Jean **Bernoulli** (1667-1748) aplicaron las teorías mecánicas a los problemas de Dinámica. El francés Pierre **Varignon** (1654-1722) fue autor de la teoría de los momentos y del principio de las velocidades virtuales.

Durante el siglo XVIII, el suizo Leonhard **Euler** (1707-1783) aplicó el análisis matemático a la ciencia del movimiento y el francés **D'Alembert** (1717-1783) escribió un tratado de Dinámica, mientras que Louis de **Lagrange** (1736-1813), compatriota suyo, enunció el teorema de las velocidades virtuales en un tratado de Mecánica analítica, y el español Jorge **Juan** (1713-1773) supo emplear acertadamente los conocimientos de Mecánica en la construcción naval.

En el siglo XIX sobresalieron el irlandés William Rowan HAMILTON (1805-1865), que se interesó por cuestiones de Óptica y Dinámica, el francés Louis POINSOT (1777-1859), simplificador de la Estática, y el cubano Bernardo PORTUONDO (1840-1920). Ya en la centuria actual, el alemán, naturalizado norteamericano, Albert **Einstein** (1879-1955) formuló la teoría de la relatividad, de importancia fundamental para la ciencia moderna, y su labor fue completada por los franceses Louis de **Broglie,** n. en 1892, y Paul LANGEVIN (1872-1946).

Consideraciones generales. — La *Mecánica* es la parte de la Física que estudia el movimiento de los cuerpos y las causas que lo producen, es decir, las fuerzas.

Se llama fuerza toda causa capaz de modificar el estado de reposo o de movimiento de un cuerpo.

La Mecánica se divide en *Cinemática,* que estudia el movimiento independientemente de las fuerzas que lo producen, *Estática,* que trata de las fuerzas prescindiendo del movimiento, y *Dinámica,* que se ocupa de las relaciones entre movimientos y fuerzas.

El movimiento es un fenómeno esencialmente relativo y siempre se estudia, por tanto, con un sistema de referencia. Éste es la Tierra, para la mayoría de los movimientos reales, y otro distinto, relacionado con el sistema solar, para ciertos problemas de Astronomía.

El estudio del equilibrio, es decir, de la ausencia de movimiento en los cuerpos, se hará también en relación con un sistema de referencia, lo mismo que el cálculo necesario para resolver los problemas de Cinemática. En este último caso, se emplean las coordenadas y se considera que un punto está en movimiento cuando éstas son funciones variables del tiempo.

Se llama *móvil* un cuerpo en movimiento, y *trayectoria* la línea recta o curva descrita.



Las grúas proporcionan un ejemplo excelente de combinaciones de las máquinas simples que sirven para transmitir la acción de las fuerzas.

5. — Cinemática

Medida algebraica del tiempo. Movimiento rectilíneo uniforme. *Representación de la velocidad. Diagrama de los espacios.* Movimiento rectilíneo en general. *Velocidad media. Velocidad en el instante* t_0. Aceleración de un movimiento rectilíneo. *Diagramas de espacios, velocidades y aceleraciones.* Movimiento rectilíneo uniformemente variado. *Significado de las constantes. Relación entre la velocidad y la abscisa. Resumen de las ecuaciones.* Unidades de velocidad y aceleración. Movimiento curvilíneo. *Velocidad media. Velocidad en un instante determinado. Aceleración.* Vector de posición. *Ecuaciones del movimiento.* Movimiento circular. Cinemática del sólido rígido. Movimiento de traslación. Movimiento de rotación. Movimiento helicoidal.

Medida algebraica del tiempo. — Se elige un instante como origen y una unidad (por ejemplo, el segundo). Cada instante queda determinado por un número algebraico. Si un hecho tiene lugar después del instante tomado como origen, se le atribuye un número positivo que tiene como valor absoluto el intervalo de tiempo que separa el instante origen de aquel en que sucede el hecho. Si se produce antes del instante origen, queda determinado por un número negativo. Los números algebraicos indican de esta forma las *fechas* de los sucesos.

La duración de un fenómeno es la diferencia entre el momento de su terminación y el de su comienzo. Por ejemplo, si se toma como origen el 21 de marzo a las doce del día y como unidad la hora, se considera que un acontecimiento que haya ocurrido el mismo día a las 4 de la tarde ha tenido lugar en el tiempo + 4, y que otro que se haya producido a las 10 de la mañana, el mismo día, se ha verificado en el tiempo − 2.

Movimiento rectilíneo uniforme. — *Los movimientos rectilíneos son aquellos que tienen como trayectoria una recta.* Si se orienta esta recta y se elige sobre la misma un punto de referencia como origen, la abscisa de un móvil sobre dicha recta será función del tiempo.

Un móvil tiene un movimiento rectilíneo uniforme cuando, al desplazarse siempre en el mismo sentido, en tiempos iguales recorre espacios iguales. La relación constante entre el espacio y el tiempo representa la *velocidad.* Si el movimiento se efectúa en sentido positivo, la velocidad es positiva; si se realiza, en cambio, en sentido negativo, la velocidad es negativa.

OBSERVACIÓN. — Lo que se llama corrientemente velocidad es el valor absoluto de la velocidad matemática.

TEOREMA. — *Todo movimiento rectilíneo uniforme tiene una ecuación de primer grado con relación al tiempo.*

Sea v la velocidad del movimiento rectilíneo uniforme considerado. Si en el instante t_0 el móvil está en el punto M_0, de abscisa x_0, y en el instante t está en el punto M,

Fig. 19

de abscisa x (*fig.* 19), como el espacio recorrido es proporcional al tiempo :

$$\frac{x - x_0}{t - t_0} = v \qquad [5, 1]$$

despejando x se tiene que

$$x = vt + x_0 - vt_0 \qquad [5, 2]$$

Esta ecuación, que define la posición del punto M con relación al tiempo, se denomina ecuación (o ley) del movimiento, y es lineal, es decir, de primer grado con respecto a t.

TEOREMA. — Recíprocamente, *si la abscisa x de un móvil, animado de un movimiento rectilíneo, es una ecuación de primer grado respecto al tiempo, el movimiento es uniforme.*

Sea $x = mt + n$ la ley del movimiento. En el instante t_1, el móvil está en M_1, de abscisa x_1, $x_1 = mt_1 + n$. En el instante t_2, el móvil está en M_2, de abscisa x_2, $x_2 = mt_2 + n$. De estas dos igualdades se deduce que

$$\frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = m \quad \text{ó} \quad \frac{\overline{M_1M_2}}{t_2 - t_1} = m$$

donde $\overline{M_1M_2}$ representa el segmento comprendido entre los puntos M_1 y M_2.

Esto demuestra que el espacio recorrido es proporcional al tiempo. El movimiento es uniforme y su velocidad es m.

OBSERVACIÓN. — n es la abscisa del móvil en el instante $t = 0$.

Representación de la velocidad. — La velocidad, al ser una magnitud algebraica, puede representarse por un vector que indique la magnitud y sentido de la misma y cuya recta soporte sea la trayectoria.

Diagrama de los espacios. — El *diagrama de los espacios* es la curva que representa la función $x = mt + n$; los tiempos se llevan sobre el eje de abscisas y los espacios recorridos sobre el eje de ordenadas; el diagrama es una recta cuyo coeficiente angular es precisamente la velocidad (*fig.* 20).

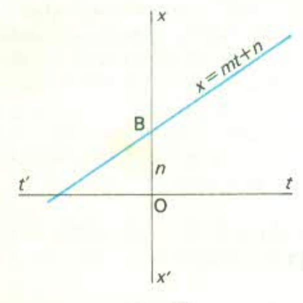


Fig. 20

Movimiento rectilíneo en general. — De forma general, todo movimiento rectilíneo puede representarse por la función $x = f(t)$, entre el tiempo y la posición del punto (o espacio recorrido). Esta función es la ecuación (o ley) del movimiento. Se va a demostrar cómo pueden deducirse, del estudio de esta ecuación, las características del movimiento.

Velocidad media. — Sea M_0 la posición de un móvil en el instante t_0 y M_1 su posición en el instante t_1. Se llama velocidad media (entre los dos instantes t_0 y t_1) la velocidad de un móvil ficticio que recorriera el eje xx' con un movimiento uniforme, pasando por el punto M_0 en el instante t_0 y por el punto M_1 en el instante t_1. El valor de esta velocidad media es

$$V_m = \frac{\overline{M_0M_1}}{t_1 - t_0} = \frac{x_1 - x_0}{t_1 - t_0}$$

$$V_m = \frac{f(t_1) - f(t_0)}{t_1 - t_0}$$

OBSERVACIONES. — 1.ª La velocidad media puede representarse por un vector.

2.ª La velocidad media es la que se suele mencionar cuando se habla, por ejemplo, de la velocidad de un tren entre dos estaciones.

Velocidad en el instante t_0. — Para darse perfecta cuenta de lo que sucede en el instante t_0, es necesario que t_1 esté lo más cerca posible de t_0 (que sea superior o inferior). Se llega así al concepto de la velocidad en el instante t_0. Por definición, ésta es el límite hacia el que tiende la velocidad media cuando t_1 tiende hacia t_0.

Ahora bien, el límite de $\frac{f(t_1) - f(t_0)}{t_1 - t_0}$, cuando t_0 tiende hacia t_1, es la derivada de la función $f(t)$.

Por lo tanto, *la velocidad de un punto animado de un movimiento rectilíneo es la derivada de la abscisa o espacio recorrido* :

$$v = f'(t) = \frac{dx}{dt} \qquad [5, 3]$$

o bien : $$v = \lim_{t_1 \to t_0} \frac{x_1 - x_0}{t_1 - t_0} = \lim_{t_1 \to t_0} \frac{f(t_1) - f(t_0)}{t_1 - t_0} \qquad [5, 4]$$

En cada instante la velocidad puede representarse por un vector y sólo se prescinde de la dirección y del sentido en algunos casos particulares, en los que no resulta necesario considerar estos elementos. El vector velocidad en el instante t_0 viene dado por

$$\vec{v} = \lim_{t_1 \to t_0} \frac{\vec{x}_1 - \vec{x}_0}{t_1 - t_0} \qquad [5, 5]$$

Como ejemplo práctico, se puede mencionar que en balística es muy importante conocer la velocidad del proyectil en el momento mismo en que éste sale por el tubo del cañón. Para ello se emplea un procedimiento que consiste en hacer que el proyectil corte dos circuitos eléctricos colocados delante de la boca de fuego, a unos pocos centímetros uno de otro, y en registrar el tiempo que separa esas dos rupturas. Se obtiene así una velocidad media muy próxima a la velocidad del proyectil en el instante en que sale del tubo.

Aceleración de un movimiento rectilíneo. — La *aceleración* es la variación de la velocidad en la unidad de tiempo.

Se llama aceleración media, entre dos instantes t_0 y t_1, el valor algebraico de la relación $\frac{f'(t_1) - f'(t_0)}{t_1 - t_0}$.

Se llama aceleración en el instante t_0 y se representa por la letra a el límite hacia el que tiende la aceleración media cuando t_1 tiende hacia t_0

$$a = \lim_{t_1 \to t_0} \frac{f'(t_1) - f'(t_0)}{t_1 - t_0} \qquad [5, 6]$$

Se ve que en cada instante la aceleración es la derivada de la velocidad.

Como la velocidad es la derivada del espacio, la aceleración en los movimientos rectilíneos es la derivada segunda del espacio.

En definitiva, si $x = f(t)$, $v = f'(t)$ o bien $v = \frac{d^2x}{dt}$

$$a = f''(t) \quad \text{o bien} \quad a = \frac{d^2x}{dt^2} \qquad [5, 7]$$

OBSERVACIONES. — 1.ª La aceleración medida por un valor algebraico puede representarse por un vector de origen M situado en una recta constituida por la trayectoria.

2.ª Si la velocidad y la aceleración son del mismo signo, el valor absoluto de la primera aumenta y el móvil va cada vez más rápido. El movimiento en este caso es acelerado.

Si la velocidad y la aceleración, en cambio, son de signos contrarios, el valor absoluto de la velocidad disminuye y el móvil va cada vez más despacio. El movimiento es retardado.

Los dos problemas principales de la Cinemática rectilínea son los siguientes :

1.° Conocida la ley del movimiento $x = f(t)$, deducir las características del mismo.

2.° Conocidas algunas características del movimiento, encontrar la ley del mismo.

Si se conoce la aceleración, se obtiene, por una integración, la velocidad, de la cual se deduce el espacio o abscisa del móvil por una nueva integración. En cada una de estas integraciones se introduce una constante, que depende de las condiciones iniciales del problema.

Diagramas de espacios, velocidades y aceleraciones. — El *diagrama de espacio* es la curva que representa la función $x = f(t)$, el *de velocidades* es la curva que representa la función $v = f'(t)$ y el *de aceleraciones* es la curva que representa $a = f''(t)$.

Movimiento rectilíneo uniformemente variado. — Un movimiento es uniformemente variado cuando su aceleración es constante sin ser nula. Puede ser acelerado o retardado. Un móvil tiene movimiento uniformemente acelerado cuando en tiempos iguales su velocidad aumenta en cantidades iguales. En el movimiento uniformemente acelerado, la aceleración es proporcional al tiempo.

TEOREMA. — *En el movimiento uniformemente acelerado, los espacios recorridos son proporcionales a los cuadrados de los tiempos.*

Sea, en efecto, a el valor constante de la aceleración. La velocidad es una integral de la aceleración, por lo tanto

$$v = at + m, \text{ siendo } m \text{ una constante.} \qquad [5, 8]$$

Siendo el espacio recorrido o abscisa del móvil la integral de la velocidad, su valor será

$$x = \frac{1}{2} at^2 + mt + n \qquad [5, 9]$$

Las constantes m y n resultan directa o indirectamente de las condiciones del problema.

RECÍPROCO. — *Todo movimiento rectilíneo en el que los espacios recorridos son proporcionales a los cuadrados de los tiempos es un movimiento uniformemente acelerado.*

Sea $x = pt^2 + mt + n$. Calculando las derivadas, se obtiene $v = 2pt + m$ y $a = 2p$.

Por lo tanto, la aceleración es constante.

Significado de las constantes. — La mitad de la aceleración es p. Si se toma $t = 0$, se obtiene $v_0 = m$ y $x_0 = n$. Por consiguiente, m es la velocidad del móvil en el instante origen, y n es la abscisa en el mismo momento. Se puede escribir, por tanto, la ecuación del movimiento de la siguiente forma :

$$x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0 \qquad [5, 10]$$

Relación entre la velocidad y la abscisa. — Despejando el tiempo en la ecuación **[5, 8]** se obtiene

$$t = \frac{v - m}{a}$$

y sustituyéndolo en la ecuación **[5, 9]** se deduce la siguiente ecuación :

$$v^2 - m^2 = 2a(x - n) \qquad [5, 11]$$

Esta última ecuación permite afirmar que, si el móvil, durante el movimiento, pasa por un mismo punto, lleva en valor absoluto una velocidad semejante cada vez que se encuentra en él.

Resumen de las ecuaciones. — Si en las ecuaciones anteriores se sustituyen las constantes p, m, n por sus respectivos valores, en función de su significado físico, se obtiene un conjunto de ecuaciones que permiten resolver los diferentes problemas relativos al movimiento uniformemente variado :

$$\left.\begin{aligned} v &= v_0 + at \\ x &= x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \\ v^2 &= v_0^2 + 2a(x - x_0) \end{aligned}\right\} \qquad [5, 12]$$

Para el caso particular en que $v_0 = 0$ y $x_0 = 0$, estas ecuaciones quedan simplificadas de la forma

$$\left.\begin{aligned} v &= at \\ x &= \frac{1}{2} at \\ v^2 &= 2ax \end{aligned}\right\} \qquad [5, 13]$$

Unidades de velocidad y aceleración. — En el sistema internacional las unidades de velocidad y aceleración son respectivamente el m/s y el m/s^2, mientras que en el sistema C. G. S. son el cm/s y el cm/s^2. Se utilizan asimismo otras unidades como, por ejemplo, el km/h en el caso de los vehículos de motor.

Movimiento curvilíneo. — *Velocidad media.* — El movimiento es curvilíneo cuando la trayectoria del mismo es una curva. Sobre esta curva se elige un origen O y un sentido. Sea M un punto de la curva : se llama abscisa curvilínea s el número algebraico que tiene como valor absoluto la longitud del arco OM y como signo + ó −, según que el móvil, para ir de O a M, se desplace en sentido positivo o negativo. El movimiento queda definido si se conoce la ley del mismo $s = f(t)$, que da la abscisa curvilínea o espacio recorrido en función del tiempo. Si $f(t)$ es una función lineal, el movimiento es uniforme :

$$s = mt + n$$

Sea M_1 la posición del móvil en el instante t_1 y M_2 su posición en el instante t_2 (*fig.* 21); se llama velocidad media, entre los instantes t_1 y t_2, la velocidad de un móvil ficticio animado de un movimiento rectilíneo uniforme, que se encontrara en el punto M_1 en el instante t_1 y en el punto M_2 en el instante t_2.

Esta velocidad puede representarse por un vector $\overrightarrow{M_1V_m}$ de origen M_1, situado en la recta M_1M_2 y de valor algebraico

$$\vec{v}_m = \overrightarrow{M_1V_m} = \frac{\overline{M_1M_2}}{t_2 - t_1}$$

Velocidad en un instante determinado. — Se llama velocidad en el instante t_1 el límite hacia el que tiende, en magnitud, dirección y sentido, el vector velocidad media entre t_1 y t_2, cuando t_2 tiende hacia t_1; se obtiene como límite un vector que recibe el nombre de *vector velocidad*.

Cuando el punto M_2 tiende hacia M_1, la recta M_1M_2 se convierte en la tangente a la trayectoria en el punto M_1. Se obtiene el valor absoluto del vector velocidad de la manera siguiente :

$$v_m = \frac{\text{cuerda } M_1M_2}{t_2 - t_1} = \frac{\text{cuerda } M_1M_2}{\text{arco } M_1M_2} \cdot \frac{\text{arco } M_1M_2}{t_2 - t_1}$$

Si $s = f(t)$ es la ley del movimiento,

$$v_m = \frac{\text{cuerda } M_1M_2}{\text{arco } M_1M_2} \cdot \left|\frac{f(t_2) - f(t_1)}{t_2 - t_1}\right|$$

donde la expresión $\left|\frac{f(t_2) - f(t_1)}{t_2 - t_1}\right|$, encerrada entre barras, indica que sólo se tiene en cuenta el valor absoluto sin considerar su signo.

Ahora bien, cuando t_2 tiende hacia t_1, la relación $\frac{\text{cuerda } M_1M_2}{\text{arco } M_1M_2}$ tiende hacia 1 y la relación $\left|\frac{f(t_2) - f(t_1)}{t_2 - t_1}\right|$ tiene como límite el valor absoluto de la derivada de $f(t)$ para $t = t_1$; este límite es la velocidad en la acepción corriente de la palabra.

Teniendo en cuenta la orientación de la trayectoria y examinando los distintos casos posibles, se llega al resultado siguiente, que tiene gran importancia :

En todo instante el vector velocidad se encuentra en la tangente a la trayectoria y, si dicha tangente está orientada en el mismo sentido que la curva, la medida algebraica del vector velocidad es la derivada de la abscisa curvilínea.

$$\text{Si } s = f(t), \quad v = \frac{ds}{dt} = f'(t) \qquad [5, 14]$$

Según todo lo expuesto, el vector velocidad en un instante determinado se expresa de la forma

$$\vec{v} = \overrightarrow{M_1V} = \lim_{t_2 \to t_1} \frac{\vec{v}_m}{t_2 - t_1} = \frac{d\vec{v}_m}{dt} \qquad [5, 15]$$

Aceleración. — El *vector aceleración* permite conocer las variaciones del vector velocidad en dirección e intensidad y tiene una importancia fundamental en Dinámica.

Sea un móvil que recorre una trayectoria curva C (*fig.* 22) de tal forma que su velocidad (a partir de ahora se empleará esta palabra para indicar la velocidad en un instante determinado) varía en cada instante no sólo en módulo, sino también en dirección.

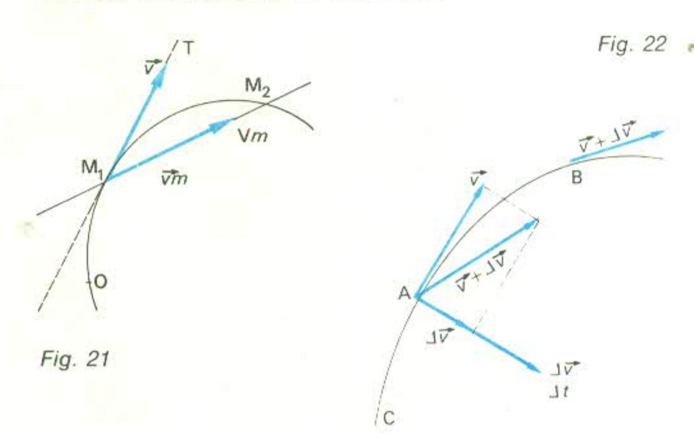


Fig. 21

Fig. 22

Si en el instante t la velocidad viene dada por el vector $\vec{v}$ y para el instante $t + \Delta t$ equivale a $\vec{v} + \Delta\vec{v}$, al incremento de tiempo Δt corresponde un incremento de la velocidad $\Delta\vec{v}$. Mediante la razón $\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$ se define un vector cuya dirección y sentido son los de $\Delta\vec{v}$. Si ahora se supone que Δt disminuye hasta llegar a un límite, se define la *aceleración* del móvil en el punto A mediante el vector

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} \qquad [5, 16]$$

La aceleración es, por consiguiente, la derivada de la velocidad respecto al tiempo.

Vector de posición. — *Ecuaciones del movimiento.* — Sea un punto que se mueve describiendo una curva cualquiera C (*fig.* 23). Para estudiar el movimiento del punto se pueden escoger como sistema de referencia tres ejes rectangulares. En un instante determinado, el punto se encontrará en P, de coordenadas x, y, z. Se conoce la posición del punto móvil en todo momento a partir de la variación de sus coordenadas en función del tiempo

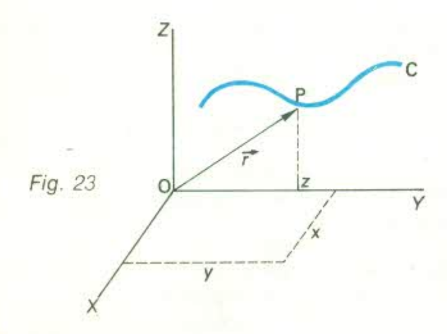


Fig. 23

$$x = f_1(t)$$
$$y = f_2(t) \qquad [5,17]$$
$$z = f_3(t)$$

Estas ecuaciones se denominan *ecuaciones del movimiento.*

Puesto que las coordenadas x, y, z del punto P coinciden con las componentes del vector $\vec{r} = \overline{OP}$, la posición del punto en cada instante queda determinada también por medio del vector $\vec{r}$. Este último recibe el nombre de *vector de posición* del punto móvil, y la curva que describe su extremo coincide con la trayectoria seguida por el punto.

Como $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$, la velocidad, según **[3, 9]**, se puede expresar mediante el vector

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k} \qquad [5, 18]$$

siendo sus componentes

$$v_x = \frac{dx}{dt};\ v_y = \frac{dy}{dt};\ v_z = \frac{dz}{dt} \qquad [5, 19]$$

De forma análoga, los componentes del vector aceleración $\vec{a}$ serán

$$a_x = \frac{dv_x}{dt};\ a_y = \frac{dv_y}{dt};\ a_z = \frac{dv_z}{dt} \qquad [5, 20]$$

Movimiento circular. — En el *movimiento circular*, la trayectoria es una circunferencia (*fig.* 24). Sea A el origen de las abscisas curvilíneas o espacios recorridos representados por la letra s. Se sabe que $s = R \cdot \theta$, siendo R el radio de la circunferencia y θ el ángulo que forman OA y OM, medido en radianes (el radián es una unidad de medida, de símbolo *rd*, que equivale al ángulo que, teniendo su vértice en el centro de un círculo, intercepta sobre la circunferencia un arco de una longitud igual a la del radio del círculo). El valor algebraico del vector velocidad situado en la tangente es

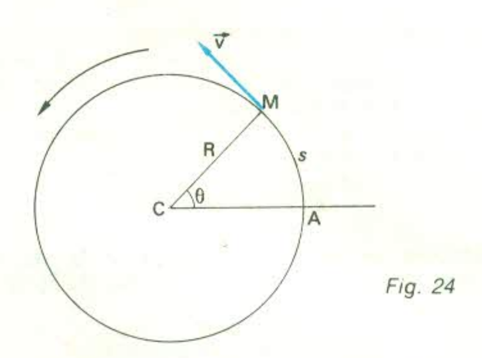


Fig. 24

$$v = \frac{ds}{dt} = R\,\frac{d\theta}{dt} = R\omega$$

donde θ es función del tiempo y ω es la *velocidad angular* del móvil M. La velocidad de un móvil animado de un movimiento circular es igual al producto de la velocidad angular por el radio.

La ecuación del movimiento circular uniforme es

$$s = vt + s_0 \qquad [5, 21]$$

siendo v una constante y s_0 la abscisa curvilínea en el instante tomado como origen. Al ser constante la velocidad v, lo es también la velocidad angular ω. Si φ es el ángulo que corresponde al punto s_0, donde está el móvil en el instante tomado como origen, $s_0 = R \cdot \varphi$, abscisa que, sustituida en la **[5, 21]**, juntamente con los valores $s = R\theta$ y $v = R\omega$, convierte a la **[5, 21]** en $R\theta = R\omega t + R\varphi$ y por tanto

$$\theta = \omega t + \varphi \qquad [5, 22]$$

expresión que relaciona el espacio angular con la velocidad angular en el movimiento circular uniforme.

La velocidad angular se expresa siempre en radianes por segundo.

En todo movimiento curvilíneo hay aceleración, puesto que, aunque el módulo de la velocidad permanezca constante, no sucede lo mismo con la dirección.

Por ejemplo, en el movimiento circular uniforme la aceleración tiene como módulo

$$a = \omega v = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R \qquad [5, 23]$$

y su dirección y sentido apuntan hacia el centro de la circunferencia que describe el móvil.

En efecto, proyectando el vector velocidad $\vec{v}$ sobre los ejes x, y (*fig.* 25), se obtienen los componentes respectivos de la velocidad :

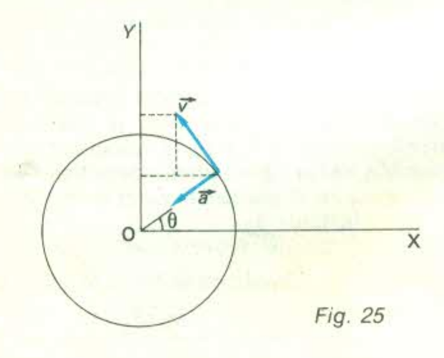


Fig. 25

$$v_x = -v \text{ sen } \theta = -v \text{ sen } \omega t$$
$$v_y = v \cos \theta = v \cos \omega t$$

dado que, en este caso $\varphi = 0$ en la **[5, 22]**, y según la **[5, 20]** los componentes de la aceleración serán

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = -v\omega \cos \omega t = -\omega v_y$$
$$a_y = \frac{dv_y}{dt} = -v\omega \text{ sen } \omega t = \omega v_x$$

y el producto escalar $\vec{a}\vec{v}$

$$\vec{a}\vec{v} = (a_x\vec{i} + a_y\vec{j})(v_x\vec{i} + \vec{v}_y\vec{j})$$
$$\vec{a}\vec{v} = a_x v_x + a_y v_y = -\omega v_y v_z + \omega v_x v_y = 0$$

ya que los productos escalares entre los vectores-unidad sobre los ejes cumplen las relaciones

$$\vec{i}\vec{i} = \vec{j}\vec{j} = \vec{k}\vec{k} = 1$$
$$\vec{i}\vec{j} = \vec{j}\vec{k} = \vec{k}\vec{i} = 0 \qquad \textbf{[5, 24]}$$

El que sea igual a cero el producto $\vec{a}\vec{v}$ prueba que $\vec{a}$ y $\vec{v}$ son perpendiculares. Además,

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \omega \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \omega v$$

o $$a = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$$

La velocidad angular suele representarse por un vector $\vec{\omega}$ (*fig.* 26), perpendicular al plano de la circunferencia descrita por el móvil, cuyo módulo es ω y cuyo sentido corresponde al de avance de un sacacorchos o tornillo que gira en el sentido de la rotación.

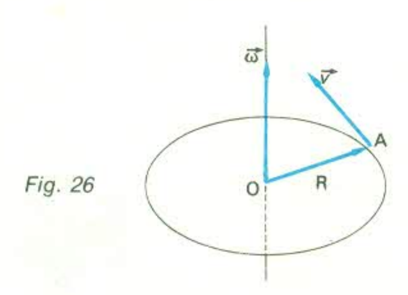


Fig. 26

Entonces, recordando la definición de producto escalar, la velocidad tangencial se relaciona con el radio vector y con la velocidad angular mediante la expresión

$$\vec{v} = [\vec{\omega}\vec{R}] \qquad \textbf{[5, 25]}$$

Cinemática del sólido rígido. — Un *sólido rígido* es un conjunto indeformable de puntos materiales cuyas distancias entre sí permanecen invariables. Es, por consiguiente, una abstracción, ya que los cuerpos reales son todos más o menos deformables.

Es posible explicar todos los movimientos de un sólido rígido basándose en los movimientos de traslación, de rotación y helicoidal.

Movimiento de traslación. — Los ejemplos de sólidos que realizan *movimientos de traslación* son muy numerosos : cabina de ascensor, pistón de máquina y cabinas de ciertas norias de feria. Los dos primeros efectuán traslaciones rectilíneas.

Un sólido está animado de un movimiento de traslación cuando todo vector relacionado con el sólido permanece equipolente a sí mismo, es decir, cuando su dirección, sentido y módulo son constantes.

Si un sólido está animado de un movimiento de traslación, todos sus puntos tienen trayectorias idénticas y los vectores velocidad y aceleración de los mismos son equipolentes en cada instante.

Cuando un sólido está animado de un movimiento de traslación, puesto que todos sus puntos tienen la misma velocidad y la misma aceleración en un instante dado, se puede hablar de la velocidad y aceleración del sólido.

Pero si se menciona, por ejemplo, la velocidad de un automóvil, se trata de la velocidad de su carrocería, parte del vehículo que está animada de un movimiento de traslación, mientras que los distintos puntos de las ruedas tienen velocidades muy diferentes.

Movimiento de rotación. — *Un sólido está animado de un movimiento de rotación cuando dos de sus puntos* A *y* B *permanecen fijos.* Por lo tanto, todo punto situado en la línea recta AB permanece fijo. La recta AB es el eje de rotación.

Existen muchos ejemplos de sólidos que realizan movimientos de rotación : tiovivo, volante, bombos de la lotería, etc. Todo punto del sólido que permanezca a una distancia constante del eje tiene como trayectoria una circunferencia situada en un plano perpendicular al eje.

El estudio del movimiento de rotación de un sólido corresponde al del movimiento circular de cada uno de sus puntos y se puede aplicar, por consiguiente, todo lo afirmado anteriormente al respecto. Si el movimiento de rotación es uniforme, la velocidad angular es la misma para todos los puntos y resulta constante. Entonces, de la expresión **[5, 25]** se deduce que la velocidad tangencial de cada punto varía con la distancia R del punto al eje de rotación.

Movimiento helicoidal. — *Un sólido está animado de un movimiento helicoidal cuando, al mismo tiempo que gira alrededor de un eje, efectúa un movimiento de traslación a lo largo de dicho eje.* En este caso, cada uno de los puntos del sólido describe una curva llamada *hélice*, excepto los del eje, donde la hélice se convierte en una recta que se confunde con el propio eje.



6. — Estática

Concepto estático de fuerza. Peso. Medida de pesos y de fuerzas. Dinamómetros. *De muelle. De láminas de acero. Líquidos.* Carácter vectorial de la fuerza. Principios de la Estática. Equilibrio de un punto material. *Métodos para resolver los problemas de equilibrio. Caso particular importante.* Estática del punto ligado. Reacción del apoyo. Resistencia al deslizamiento : frotamiento. *Leyes de Coulomb. Medida del coeficiente de frotamiento.* Estática del sólido. *Fuerzas interiores y exteriores.* Operaciones elementales. *Primera. Segunda. Tercera. Aplicación al estudio de los problemas de equilibrio.* Composición de dos fuerzas paralelas. *De igual sentido. De sentido contrario.* Par de fuerzas. *Aplicación al estudio del equilibrio.* Momento de un vector respecto a un punto. Cambio de origen para el momento de un vector. Momento de un par de fuerzas. Composición de un sistema de fuerzas aplicadas a un sólido. Condiciones de equilibrio del sólido. Peso y masa. Centro de gravedad de un sólido. Coordenadas de este centro. Sólido homogéneo. *Utilización de las simetrías.* Estática del sólido ligado. *Principio.* Sólido con un punto fijo. Equilibrio de un sistema de sólidos.

Concepto estático de fuerza. — En el capítulo anterior, se definió la *fuerza* como toda causa capaz de modificar el estado de reposo o de movimiento de un cuerpo. Se consideró así el aspecto *dinámico*, pero existen fuerzas que no producen aceleración en el cuerpo sobre el cual se ejercen. Si se empuja, por ejemplo, un muro, éste no se mueve, porque opone una fuerza igual y contraria a la aplicada, que sólo lo deforma, y se establece un equilibrio entre las dos fuerzas. La *Estática* es la parte de la Mecánica que trata de las condiciones de equilibrio entre varias fuerzas.

Como toda fuerza aplicada a un cuerpo produce en éste una deformación, si no logra moverlo, se puede decir que fuerza es toda causa capaz de modificar el estado de reposo o de movimiento de un cuerpo o de producir en él una deformación.

Peso. — El *peso* de un cuerpo, en un punto determinado, corresponde a la fuerza debida a la atracción que la Tierra ejerce sobre ese mismo punto. Ésta varía según los lugares considerados.

Medida de pesos y de fuerzas. — Para medir los pesos y las fuerzas se utilizan *dinamómetros*. Estos aparatos permiten equilibrar la fuerza que se mide oponiéndole otra igual y de magnitud conocida. Las unidades de fuerzas se establecen a partir del kilogramo patrón.

Dinamómetros. — *De muelle.* — En un cilindro L, que constituye la parte exterior del aparato, se desliza una varilla T, sostenida por un muelle R provisto en su extremidad inferior de un gancho C, del que se cuelga el peso P que hay que medir.

Se produce por compresión en el muelle R un acortamiento proporcional a la fuerza P ejercida en el gancho. La varilla T está graduada en unidades de peso en la parte exterior del cilindro L (*fig.* 27).

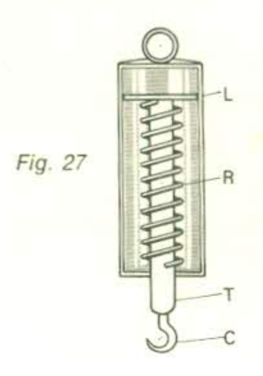


Fig. 27

En algunos dinamómetros de este tipo, el muelle R se deforma por tracción y no por compresión.

De láminas de acero. — La lámina elástica es deformable, tiene la forma de una V y lleva en sus dos extremos A y B dos varillas en arco de círculo provistas de anillos, que resbalan, una ante la otra, cuando se ejercen fuerzas sobre estos anillos. Se obtiene el peso en el punto *a* situado sobre una de las varillas graduadas en kilogramos (*fig.* 28).

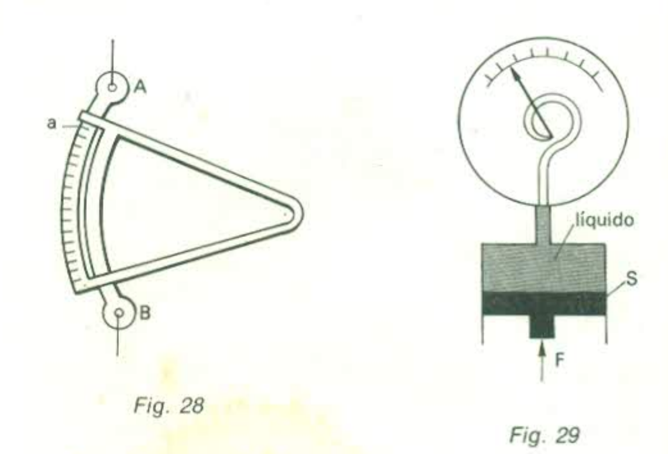


Fig. 28

Fig. 29

Líquidos. — Para las fuerzas de gran intensidad se procede indirectamente midiendo las presiones que éstas originan. La fuerza F, cuyo valor se trata de encontrar, actúa sobre un émbolo, de superficie S, que comprime un líquido (por lo general aceite) en una bomba (*fig.* 29). La presión $p = \frac{F}{S}$ se transmite por el líquido (v. ESTÁTICA DE LOS FLUIDOS) al tubo de un manómetro metálico cuyas indicaciones son, por consiguiente, proporcionales a F. Este aparato se gradúa, como los demás dinamómetros, por medio de fuerzas conocidas, y el *limbo* (escala graduada en forma de corona) está dividido en unidades de fuerzas.

Carácter vectorial de la fuerza. — Si se quiere, por ejemplo, ejercer una fuerza F de 3 kg sobre un libro, se puede proceder naturalmente de diversas maneras : deformarlo, levantarlo, moverlo hacia la derecha o hacia la izquierda, etc. En cada uno de los casos el efecto producido será distinto. Resulta evidente, por consiguiente, que el número de 3 kg es insuficiente para determinar completamente la fuerza aplicada.

La fuerza es una magnitud vectorial caracterizada por su intensidad, dirección, sentido y punto de aplicación. Se representa por un vector, cuyo módulo corresponde a la intensidad, y se puede estudiar, por lo tanto, empleando el cálculo vectorial.

Principios de la Estática. — La Estática del punto material (cuerpo de dimensiones lo suficientemente pequeñas como para considerarse despreciables) se fundamenta en los principios siguientes :

1.° Principio de inercia *(Kepler). Un cuerpo en reposo no varía de posición mientras no esté solicitado por la acción de una fuerza.*

2.° Principio de la igualdad de la acción y de la reacción *(Newton). Cuando un punto material o cuerpo* A *ejerce sobre otro llamado* B *una fuerza cualquiera, éste reacciona sobre el primero con otra fuerza igual y contraria* (*fig.* 30).

A ———→- - - - - - -←——— B

Fig. 30

Estas fuerzas pueden ser de atracción o repulsión. El principio de la igualdad de la acción y de la reacción, enunciado para las acciones recíprocas de dos puntos distantes, se aplica también a las acciones de dos puntos en contacto.

Si un punto material está en reposo sobre un apoyo, ejerce una fuerza sobre él; recíprocamente, el apoyo ejerce sobre el punto material una fuerza directamente opuesta a la anterior.

3.° Principio de la composición de fuerzas *(Galileo). Si varias fuerzas actúan simultáneamente sobre un punto material, su efecto sobre dicho punto es el mismo que el de una fuerza única llamada resultante; el vector que representa esta última es la suma geométrica de los vectores que representan aquellas fuerzas.*

Recíprocamente se puede reemplazar una fuerza por varias aplicadas al mismo punto y que tengan como resultante la fuerza considerada.

Equilibrio de un punto material. — Para que un punto sometido a varias fuerzas esté en equilibrio, es necesario y suficiente que la resultante de las fuerzas a él aplicadas sea nula.

Métodos para resolver los problemas de equilibrio. — Se pueden resolver los *problemas de equilibrio* por la Geometría pura o por la Geometría analítica. En el primer caso es preciso construir la resultante y comprobar que es nula, mientras que en el segundo hay que asociar el sistema de fuerzas a un sistema de tres ejes de coordenadas. Para que la resultante sea nula, es necesario y suficiente que sus proyecciones sobre los tres ejes lo sean también. Puesto que, como se ha visto, el valor algebraico de la proyección de la resultante sobre un eje es la suma algebraica de las proyecciones de las fuerzas (o vectores) consideradas, si n fuerzas, $F_1, F_2 \ldots, F_n$, actúan sobre un punto y si X_i, Y_i, Z_i son los valores algebraicos de las proyecciones de la fuerza F_i sobre los tres ejes, las condiciones necesarias y suficientes para que exista equilibrio se expresan analíticamente de la manera siguiente :

$$\begin{aligned} X_1 + X_2 + \ldots + X_n &= 0 \\ Y_1 + Y_2 + \ldots + Y_n &= 0 \\ Z_1 + Z_2 + \ldots + Z_n &= 0 \end{aligned} \qquad [6, 1]$$

En el caso particular en que todas las fuerzas estén en el mismo plano, estas ecuaciones se reducen a dos, que se obtienen expresando analíticamente que la suma de los valores algebraicos de las proyecciones de las fuerzas sobre dos ejes situados en su plano es nula. De forma más general, las proyecciones de todas las fuerzas aplicadas a un punto, sobre una recta o un plano, deben tener una resultante nula.

Caso particular importante. — Es importante el caso de un punto material sometido a tres fuerzas. Éstas deben estar en un mismo plano, porque, si no lo estuvieran, su resultante sería la diagonal del paralelepípedo construido sobre los tres vectores y por lo tanto no sería nula.

Si las tres fuerzas están situadas en un mismo plano y si el punto está en equilibrio, la resultante es nula. Si se colocan los vectores equipolentes a las tres fuerzas consideradas uno a continuación de otro, el extremo del tercer vector coincide con el origen del primero y los tres vectores forman un triángulo (*fig.* 31).

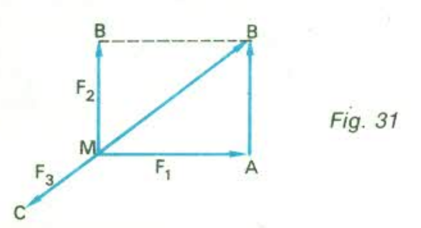


Fig. 31

El vector $\overrightarrow{B'M}$ es equipolente al vector $\overrightarrow{MC}$, mientras que el vector $\overrightarrow{MB'}$ es la resultante de los dos vectores $\overrightarrow{MA}$ y $\overrightarrow{MB}$. Por consiguiente, si tres fuerzas están en equilibrio, cada una de ellas se opone directamente a la resultante de las otras dos.

Además, en el triángulo MAB', cada lado es proporcional al seno del ángulo opuesto. El seno del ángulo $\widehat{AMB'}$ es igual al seno del ángulo $\widehat{CMA}$, puesto que son ángulos suplementarios, y el ángulo $\widehat{CMA}$ es precisamente el formado por los vectores F_3 y F_1. De ello resulta que, si tres fuerzas están en equilibrio, cada una de ellas es proporcional al seno del ángulo formado por las otras dos :

$$\frac{F_1}{\operatorname{sen}(\widehat{F_2, F_3})} = \frac{F_2}{\operatorname{sen}(\widehat{F_3, F_1})} = \frac{F_3}{\operatorname{sen}(\widehat{F_1, F_2})}$$

DEMOSTRACIÓN EXPERIMENTAL. — Sobre un tablero de dibujo (*fig.* 32) se sujeta, por medio de tres dinamómetros, un anillo a tres puntos fijos. Se obtienen así tres fuerzas en equilibrio. Las direcciones de los hilos señalan las direcciones de las fuerzas, y la intensidad de estas últimas está indicada por los dinamómetros. De este modo se comprueban experimentalmente las leyes de equilibrio de tres fuerzas.

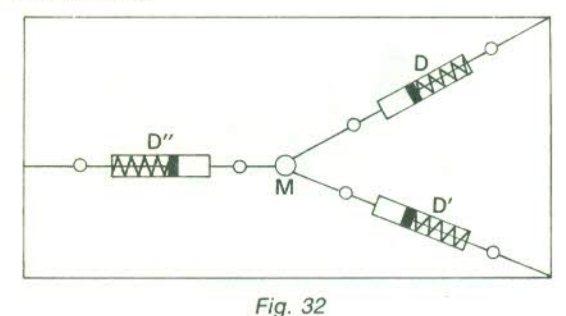


Fig. 32

Estática del punto ligado. — En el estudio que precede, el punto mencionado podía moverse en cualquier dirección cuando no existía equilibrio. Se van a considerar ahora los *puntos ligados*, es decir, los que permanecen forzosamente sobre una línea o sobre una

superficie. Se pueden mencionar como ejemplos un punto que permanece sobre un plano, un punto situado en el extremo de un hilo de longitud constante (péndulo) y un anillo móvil sobre un hilo de hierro que lo atraviesa. Existen enlaces o ligaduras unilaterales y bilaterales. Así, un punto pesante que está obligado o permanecer sobre una mesa puede, no obstante, abandonar la mesa hacia arriba; en este caso, el enlace o ligadura es unilateral. Ocurre lo mismo con un punto móvil colocado en el extremo de un hilo. En cambio, el enlace es bilateral si el punto debe permanecer en un tubo (como, por ejemplo, una bola en algunos rodamientos de bolas).

Reacción del apoyo. — Cuando un punto está en contacto con un apoyo, una de las distintas fuerzas que actúan sobre él está constituida por la reacción del apoyo.

Si el punto A se apoya en una mesa horizontal, la deforma ligeramente (*fig.* 33); ejerce, por tanto, una acción sobre ella. Pero a esta acción corresponde una reacción sobre el punto de la materia que constituye la mesa y dicha reacción se opone directamente a las fuerzas que provocan las deformaciones.

A

Fig. 33

Resistencia al deslizamiento: frotamiento. — *Leyes de Coulomb*. — Un punto ligado está en equilibrio cuando la resultante de todas las fuerzas que actúan sobre él, incluida la reacción del apoyo, es nula. Pero la dificultad estriba en que ni la intensidad ni la dirección de la reacción del apoyo son conocidas. Las experiencias de Coulomb, continuadas por Morin, han permitido estudiar este problema.

Una caja con la parte superior abierta y en forma de trineo está en reposo sobre una mesa horizontal (*fig.* 34). Una cuerda delgada y flexible, sujeta a la caja en el punto D, está arrollada en una polea de forma que quede horizontal. La parte de la cuerda que cuelga de la polea lleva en su extremo inferior un platillo donde se pueden poner pesos. La fuerza que ejerce la parte horizontal de la cuerda tiene una intensidad igual a la de los pesos colocados en el platillo.

Designemos por P el peso total del trineo. Se demuestra experimentalmente que, para un valor pequeño de F, el trineo permanece en equilibrio. Si se aumenta F, el

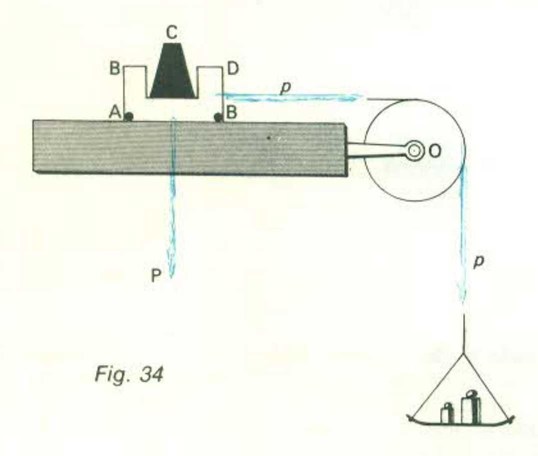


Fig. 34

equilibrio subsiste al principio, pero, cuando la fuerza alcanza el valor F_R, el trineo empieza a deslizarse.

Si se hace variar P, cambiando la carga del trineo, F_R varía al mismo tiempo y la relación $\frac{F_R}{P}$ es constante, lo cual es fundamental. Después de efectuar numerosos experimentos, en los que se hicieron variar tanto las dimensiones del trineo como la materia de la mesa y de la base del trineo, se obtuvieron los resultados siguientes:

1.° La relación $\frac{F_R}{P}$ no depende de las dimensiones de las superficies en contacto.

2.° La relación $\frac{F_R}{P}$ depende esencialmente de la materia de las mismas y recibe el nombre de *coeficiente de frotamiento por deslizamiento*, que se designa con la letra *k*.

Así $$k = \frac{F_R}{P} \qquad [6, 2]$$

donde P es siempre la fuerza normal a la superficie y F_R la llamada fuerza de frotamiento, que es igual y opuesta a la fuerza F cuando el movimiento del cuerpo es uniforme.

VALORES DE ALGUNOS COEFICIENTES DE FROTAMIENTO	
Hierro sobre encina, en seco	0,62
Encina sobre encina, en seco	0,62
Cuero sobre metales, en seco	0,56
Cuero sobre encina, en seco	0,43
Encina sobre encina, superficies enjabonadas	0,44
Hierro sobre fundición, superficies secas	0,19
Fundición sobre fundición, superficies engrasadas	0,16
Hierro sobre encina, superficies ensebadas	0,15
Acero sobre ágata, superficies aceitadas	0,11

Se ve que, cuando las superficies en contacto están mejor pulimentadas, el frotamiento es menor. Aunque éste no llegue nunca a ser realmente nulo, se considera que lo es en Mecánica racional para resolver problemas de equilibrio de dos tipos: enlaces o ligaduras con y sin frotamiento.

OBSERVACIONES. — En las máquinas, el frotamiento o rozamiento es perjudicial, porque produce el calentamiento y desgaste de las piezas que están en contacto y reduce el rendimiento. Para contrarrestar estos efectos se lubrican las superficies en contacto. Sin embargo, la existencia de este fenómeno es absolutamente necesaria, ya que sin él la vida sería imposible: los coches no podrían rodar, los muebles no permanecerían en su sitio y las montañas se derrumbarían. El frotamiento se debe a la rugosidad de las superficies en contacto y a las deformaciones.

Medida del coeficiente de frotamiento. — Sea un punto material M colocado sobre el plano inclinado BC (*fig.* 35), que puede girar según un ángulo α por medio de una bisagra que lo une a una tabla BA que se mantiene horizontal. Si a partir de $\alpha = 0$ se va aumentando el valor del ángulo α, llega un momento en que el punto comienza a descender; en ese instante la componente tangencial del peso es igual a la fuerza de frotamiento, es decir $F = F_R$.

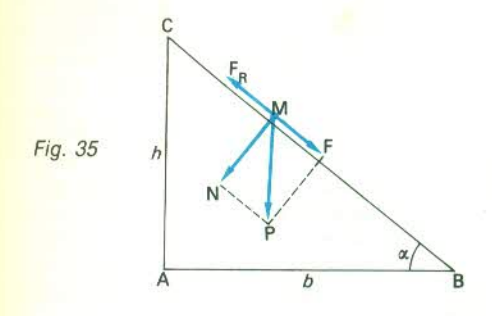


Fig. 35

De la definición de k se deduce que $F_R = k N$, y según la figura

$$F_R = k N = k P \cos \alpha$$
$$F = P \operatorname{sen} \alpha$$

Tendremos, por consiguiente, $k P \cos \alpha = P \operatorname{sen} \alpha$, de donde

$$k = \operatorname{tg} \alpha \qquad [6, 3]$$

luego el coeficiente de frotamiento es igual a la tangente del ángulo que forma la superficie de apoyo con la horizontal. Además, en el triángulo ABC

$$k = \operatorname{tg} \alpha = \frac{h}{b}$$

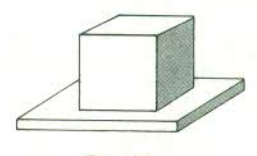
y basta medir h y b para obtener el coeficiente k.

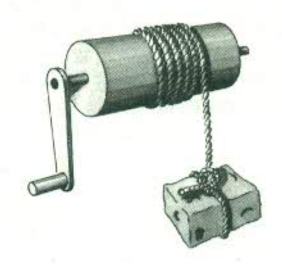
Estática del sólido. — *Fuerzas interiores y exteriores.* — Se dice que un sólido está en equilibrio bajo la acción de un sistema de fuerzas cuando, hallándose en reposo, permanece en el mismo estado al aplicarle ese sistema de fuerzas. Si no se ejerce ninguna fuerza en un sólido que está en reposo, el estado de este último no se modifica.

Cuando un sólido se encuentra en equilibrio, todos sus puntos también lo están. Dos tipos de fuerzas se ejercen en los distintos puntos : las fuerzas exteriores, que actúan sobre sus puntos de aplicación, y las interiores, que dependen de las primeras y que están constituidas por las acciones mutuas entre los puntos. Según el principio de la acción y de la reacción, la acción del punto A sobre el punto B se opone directamente a la de B sobre A. Como las fuerzas interiores se oponen entre sí, de dos en dos, éstas se encuentran en equilibrio y el estado del sólido sólo depende de las fuerzas exteriores.

Entre las fuerzas exteriores se distinguen aquellas que están directamente aplicadas y las que se deben a los enlaces o ligaduras en el caso de un sólido ligado.

Ejemplo : si un sólido pesante está en reposo sobre un plano horizontal (*fig.* 36), las fuerzas exteriores corresponden a los pesos de los diferentes elementos del sólido y a las reacciones del plano; éstas son fuerzas de ligadura directamente aplicadas. En un torno en equilibrio (*fig.* 37) las fuerzas exteriores son los pesos que hay que levantar y la fuerza que se ejerce sobre la manivela, mientras que las fuerzas de ligadura son las reacciones del eje.


Fig. 36


Fig. 37

EXPERIMENTO. — Consideremos una barra graduada en equilibrio (*fig.* 38). Se observa que, *sin desequilibrar* la barra, se puede sustituir el peso de 4 kg que cuelga de la división 3 por otro de 3 kg colgado en la división 4, o por uno de 2 kg colgado de la división 6, del mismo lado del gancho. Es posible, por lo tanto, sustituir una fuerza por otra, siempre que satisfaga una serie de condiciones que se van a señalar, sin que se modifique el equilibrio de un sólido.

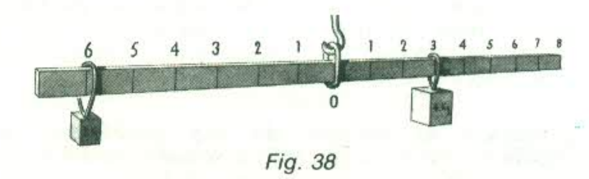


Fig. 38

Operaciones elementales. — Se llaman *operaciones elementales* las que pueden efectuarse con un sistema de fuerzas aplicado a un sólido en equilibrio sin que se altere dicho equilibrio.

Primera. — En un sólido que se encuentra en reposo (*fig.* 39), el equilibrio no se altera si se añaden o suprimen dos fuerzas directamente opuestas, es decir, dos fuerzas que tengan la misma dirección, igual intensidad y sentidos contrarios.

En virtud de este principio, se pueden despreciar las fuerzas interiores, que se oponen de dos en dos. Las demás operaciones elementales se derivan de la primera.

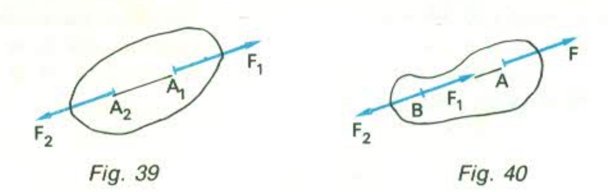


Fig. 39

Fig. 40

Segunda. — Cuando un sólido está en reposo, se puede desplazar el punto de aplicación de una fuerza y llevarlo a cualquier punto de su línea de acción o soporte, teniendo en cuenta que el nuevo punto de aplicación debe pertenecer al sólido o estar ligado a él de modo invariable, lo que significa que se puede hacer deslizar la fuerza sobre su línea de acción o soporte.

Sea $\overrightarrow{AF}$ una fuerza aplicada en A (*fig.* 40). Basándose en la primera operación elemental, en un punto B de la línea de acción o soporte se pueden aplicar dos fuerzas directamente opuestas, $\overrightarrow{BF_1}$ y $\overrightarrow{BF_2}$, que tengan la misma intensidad que $\overrightarrow{AF}$. Por una nueva aplicación de la primera operación elemental, se pueden suprimir las fuerzas $\overrightarrow{BF_2}$ y $\overrightarrow{AF}$ y queda entonces únicamente la fuerza $\overrightarrow{BF_1}$. Se puede llevar, por consiguiente, $\overrightarrow{AF}$ a $\overrightarrow{BF_1}$ sin que el equilibrio se altere.

Tercera. — Si un sólido está en equilibrio, éste no se altera si se sustituyen varias fuerzas concurrentes aplicadas al sólido por su resultante (*fig.* 41). Recíprocamente, se puede sustituir una fuerza aplicada a un sólido por varias fuerzas concurrentes, cuya resultante sea aquella fuerza.

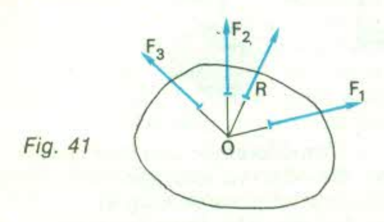


Fig. 41

Sean, por ejemplo, tres de las fuerzas aplicadas al sólido ($\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ y $\vec{F}_3$), cuyas líneas de acción o soportes concurren en un punto O. Basándose en la segunda operación elemental, se pueden aplicar las tres fuerzas al punto O. Según los principios de la Estática del punto, se pueden sustituir las tres fuerzas concurrentes por su resultante. Finalmente, es posible hacer deslizar esta resultante sobre su soporte.

Aplicación al estudio de los problemas de equilibrio. — Si se considera un sólido sometido a un sistema de fuerzas exteriores, la aplicación repetida de las operaciones elementales permite la sustitución de este sistema por otros cada vez más sencillos y, si se llega de este modo a dos fuerzas directamente opuestas, el sólido está en equilibrio.

Se dice que *se reduce* un sistema de fuerzas cuando se sustituye por otro más sencillo.

Cuando se puede pasar de un sistema de fuerzas a otro por operaciones elementales, se dice que los sistemas son *equivalentes*.

Composición de dos fuerzas paralelas. — *De igual sentido.* — *Dos fuerzas* $\overrightarrow{AF}$ *y* $\overrightarrow{BG}$, *paralelas y de igual sentido, pueden sustituirse por una fuerza única, paralela y de igual sentido, cuya intensidad es la suma de las intensidades de* $\overrightarrow{AF}$ *y* $\overrightarrow{BG}$. *Esta fuerza tiene como punto de aplicación el punto* C, *situado en el segmento* AB *de tal manera que* $CA \cdot AF = CB \cdot BG$, *y es la resultante de las fuerzas dadas* (*fig.* 42).

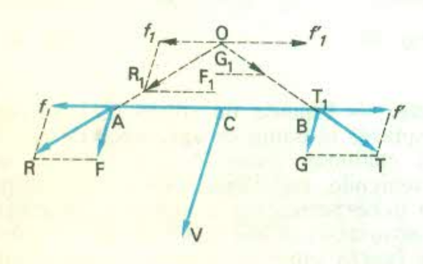


Fig. 42

En efecto, se añaden al sistema dado dos fuerzas directamente opuestas $\overrightarrow{Af}$ y $\overrightarrow{Bf'}$ (primera operación elemental). Se sustituyen $\overrightarrow{AF}$ y $\overrightarrow{Af}$ por su resultante $\overrightarrow{AR}$ y $\overrightarrow{BG}$ y $\overrightarrow{Bf'}$ por su resultante $\overrightarrow{BT}$. En las líneas de acción de $\overrightarrow{AR}$ y $\overrightarrow{BT}$, que se cortan en un punto O, se hacen deslizar $\overrightarrow{AR}$ y $\overrightarrow{BT}$ de tal manera que se encuentren en $\overrightarrow{OR_1}$ y $\overrightarrow{OT_1}$. Se descompone $\overrightarrow{OR_1}$ en dos fuerzas $\overrightarrow{OF_1}$ y $\overrightarrow{Of_1}$, equipolentes respectivamente a $\overrightarrow{AF}$ y $\overrightarrow{Af}$. Se descompone asimismo $\overrightarrow{OT_1}$ en dos fuerzas $\overrightarrow{OG_1}$ y $\overrightarrow{Of'_1}$, equipolentes a $\overrightarrow{BG}$ y $\overrightarrow{Bf'}$. Las fuerzas $\overrightarrow{Of_1}$ y $\overrightarrow{Of'_1}$, directamente opuestas, se anulan. Las otras dos fuerzas $\overrightarrow{OG_1}$ y $\overrightarrow{OF_1}$, al tener la misma línea de acción e igual sentido, se pueden sustituir por su suma, que es una fuerza paralela a las fuerzas dadas, de igual sentido y de intensidad equivalente a la suma de las intensidades de las mismas. Finalmente se hace deslizar la resultante hasta que su punto de aplicación quede situado en C, letra que representa el punto en el que se cortan la línea de acción de la fuerza y el segmento AB. Así se obtiene la fuerza $\overrightarrow{CV}$, que es la resultante de las fuerzas dadas.

Veamos ahora cuál es exactamente la posición del punto C (*fig.* 42); este punto está situado entre A y B. Dado que los triángulos OCA y AFR son semejantes, resulta $\frac{CA}{Af} = \frac{OC}{AF}$, de donde $CA \times AF = OC \times Af$.

Igualmente, los triángulos OCB y BGT son semejantes, por lo tanto $\frac{CB}{Bf'} = \frac{OC}{BG}$, de donde $CB \times BG = OC \times Bf'$.

De donde $CB \times BG = OC \times Bf'$.

Como $Af = Bf'$, se tiene $CA \times AF = CB \times BG$, que se puede expresar por la proporción $\frac{AF}{CB} = \frac{BG}{CA}$.

Ahora bien, si dos razones son iguales, lo son también a una tercera cuyo numerador es la suma de los numeradores y el denominador la suma de los denominadores. Y así $\frac{AF}{CB} = \frac{BG}{CA} = \frac{CV}{AB}$.

Si se sustituyen las fuerzas AF y BG por otras proporcionales, se obtiene el mismo punto C, de igual modo que si se hacen girar las fuerzas AF y BG según un mismo ángulo. El punto C depende únicamente de la relación de las fuerzas AF y BG y divide el segmento AB en partes inversamente proporcionales a los valores absolutos de las fuerzas aplicadas en los extremos de dicho segmento.

OBSERVACIÓN. — Cuando dos fuerzas son iguales, la resultante es una fuerza doble aplicada en el punto medio del segmento. Por ejemplo, el esfuerzo de tracción que deben hacer dos caballos de igual fuerza que tiran de un carro es el mismo si están enganchados uno al lado del otro o uno detrás de otro.

PROBLEMA. — *Descomponer una fuerza en otras dos paralelas y de igual sentido y cuyos puntos de aplicación estén situados a uno y otro lado del punto de aplicación de la fuerza dada.*

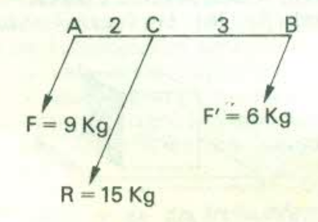


Fig. 43

Sea una fuerza, de intensidad 15, aplicada a un punto C (*fig.* 43) que se va a descomponer en dos fuerzas paralelas y de igual sentido, aplicadas a los puntos A y B, situados a ambos lados de C sobre una misma recta y a una distancia de 2 y 3 cm, respectivamente, con relación a

este punto. Si se designan por F y F′ las dos componentes, se pueden escribir, aplicando lo expuesto anteriormente, las siguientes relaciones :

$$\frac{AF}{3} = \frac{BF'}{2} = \frac{15}{5} = 3$$

De donde AF = 9 y BF′ = 6.

De sentido contrario. — Sean $\overrightarrow{AF}$ y $\overrightarrow{BG}$ dos fuerzas paralelas (*fig.* 44) y de sentido contrario que actúan sobre un sólido. Supongamos que la intensidad de $\overrightarrow{AF}$ es mayor que la de $\overrightarrow{BG}$. Se podría obtener la resultante por el procedimiento seguido en el caso de dos fuerzas paralelas y de igual sentido, pero se llega más rápidamente a la solución si se utilizan los resultados del estudio anterior.

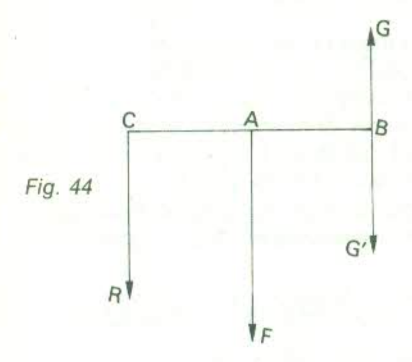


Fig. 44

Sea $\overrightarrow{BG}'$ una fuerza directamente opuesta a $\overrightarrow{BG}$. Busquemos una fuerza $\overrightarrow{CR}$ paralela a $\overrightarrow{AF}$, tal que la resultante de ésta y de la fuerza $\overrightarrow{BG}'$ sea, precisamente, la fuerza $\overrightarrow{AF}$. Su punto de aplicación C estará situado del otro lado de A, con relación a B, y por aplicación de los resultados anteriores se podrá escribir :

$$\frac{AF}{CB} = \frac{BG'}{CA}$$

Luego CA × AF = CB × BG′.

La intensidad de esta fuerza es $\overrightarrow{CR} = \overrightarrow{AF} - \overrightarrow{BG}$.

Por lo tanto, el sistema formado por las fuerzas $\overrightarrow{AF}$ y $\overrightarrow{BG}$ puede sustituirse por el que forman las tres fuerzas $\overrightarrow{CR}$, $\overrightarrow{BG}'$ y $\overrightarrow{BG}$. Como $\overrightarrow{BG}$ y $\overrightarrow{BG}'$ se anulan, pueden sustituirse las dos fuerzas $\overrightarrow{AF}$ y $\overrightarrow{BG}$ por la fuerza $\overrightarrow{CR}$. $\overrightarrow{CR}$ es la resultante de $\overrightarrow{AF}$ y $\overrightarrow{BG}$.

Par de fuerzas. — *Se llama par de fuerzas el conjunto de dos fuerzas paralelas de igual intensidad y sentido contrario.*

Un par de fuerzas no tiene resultante, es decir, que no es posible equilibrarlo por una fuerza única y sólo se puede compensar su efecto por medio de otro par.

Como la resultante de un par es igual a cero y su punto de aplicación se encuentra en el infinito, el efecto de un par sobre un sólido debería de ser nulo; sin embargo, se observa que el par tiene tendencia a hacer *girar* el sólido en el sentido de la flecha, como se ve en la figura 45.

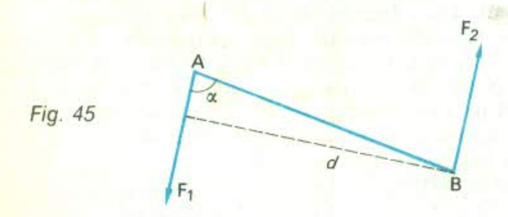


Fig. 45

Si se considera el par constituido por las fuerzas F_1 y F_2, siendo así $F_1 = -F_2$, se define como *brazo del par* el segmento *d* que representa la distancia mínima entre las dos fuerzas. Según la figura $d = AB \text{ sen } \alpha$.

Aplicación al estudio del equilibrio. — Si un cuerpo está sometido a un conjunto de fuerzas paralelas, la condición necesaria y suficiente para que esté en equilibrio es que la resultante de las fuerzas dirigidas en un sentido determinado y la de las fuerzas de sentido contrario sean directamente opuestas, es decir, que tengan la misma línea de acción o soporte e igual intensidad.

En los problemas más complejos se sustituyen las fuerzas paralelas por su resultante para estudiar el equilibrio.

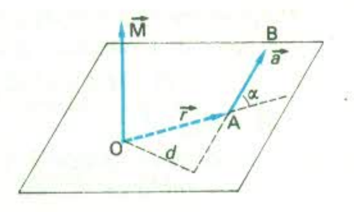


Fig. 46

Momento de un vector respecto a un punto. — Dado un vector $\vec{a}$ y un punto O (*fig.* 46), se define el momento del vector con relación al punto como el producto vectorial $\overrightarrow{M}$, aplicado en este punto, de $\vec{r}$ por $\vec{a}$:

$$\overrightarrow{M} = [\vec{r}\vec{a}] \qquad \textbf{[6, 4]}$$

siendo $\vec{r}$ el vector que va de O al origen A del vector.

Según la definición del producto vectorial, el módulo del vector $\overrightarrow{M}$ es el doble del área del triángulo OAB. Por tanto, si se hace deslizar el vector $\vec{a}$ sobre su recta soporte, su momento no cambia. Además, el momento de un vector con relación a un punto es nulo cuando el vector lo es también o cuando la línea de acción o soporte pasa por dicho punto.

Todo lo anteriormente expuesto se aplica asimismo cuando el vector $\vec{a}$ es una fuerza $\vec{F}$ y, en este caso, el momento de la fuerza con relación al punto O equivale al producto vectorial $[\vec{r}\vec{F}]$.

Cambio de origen para el momento de un vector. — El momento $\overrightarrow{M}'$ de un vector $\vec{a}$ respecto a un punto O′ es igual a su momento $\overrightarrow{M}$ respecto a otro punto O, más el momento respecto de O′ de un vector equipolente al dado, pero con origen en O (*fig.* 47).

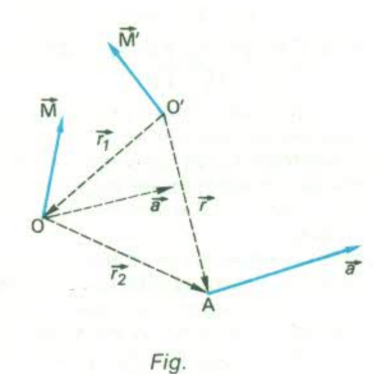


Fig.

En efecto, según la suma de vectores, se cumple para tres puntos cualesquiera O, O′ y A que :

$$\overrightarrow{O'A} = \overrightarrow{O'O} + \overrightarrow{OA} \quad \text{o sea} \quad \vec{r} = \vec{r}_1 + \vec{r}_2$$

multiplicando la última expresión vectorialmente por $\vec{a}$:

$$[\vec{r}\vec{a}] = [(\vec{r}_1 + \vec{r}_2)\vec{a}] = [\vec{r}_1\vec{a}] + [\vec{r}_2\vec{a}]$$

y, puesto que $\vec{M} = [\vec{r}_2\vec{a}]$, se puede escribir

$$\vec{M}' = [\vec{r}_1\vec{a}] + \vec{M} \qquad \textbf{[6, 5]}$$

que es lo que se quería demostrar.

TEOREMA DE VARIGNON. — El momento, con relación a un punto O, de la resultante de varios vectores (o fuerzas) aplicados a un mismo punto A es la resultante de los momentos con relación al punto O de esos diferentes vectores (o fuerzas).

Sea $\vec{r} = \overrightarrow{OA}$, y supongamos que la resultante de los vectores $\vec{a}_1$, $\vec{a}_2$, ..., vale $\vec{a}$; tendremos que

$$[\vec{r}\vec{a}] = [\vec{r}(\vec{a}_1 + \vec{a}_2 + ...)] = [\vec{r}\vec{a}_1] + [\vec{r}\vec{a}_2] + ...$$

o sea

$$\vec{M} = \vec{M}_1 + \vec{M}_2 + ... \qquad \textbf{[6, 6]}$$

donde $\vec{M}$ es el momento de la resultante $\vec{a}$, y $\vec{M}_1$, $\vec{M}_2$, ..., son los momentos de los vectores $\vec{a}_1$, $\vec{a}_2$...

Momento de un par de fuerzas. — Por definición, el momento de un par de fuerzas F y − F es la suma de los momentos de las fuerzas que lo forman con relación a cualquier punto (*fig.* 48).

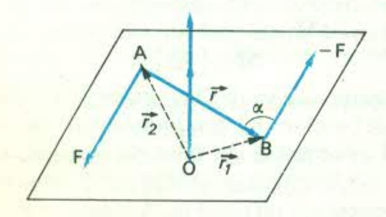


Fig. 48

Sea O un punto cualquiera; el momento de F con relación a O es $[\vec{r}_2\vec{F}]$ y el de − F es $[\vec{r}_1(-\vec{F})]$. Los dos estarán aplicados en O y tendrán igual dirección y sentido. Por tanto, el momento resultante será :

$$\vec{M} = [\vec{r}_2\vec{F}] + [\vec{r}_1(-\vec{F})] = [\vec{r}_2\vec{F}] - [\vec{r}_1\vec{F}] = [(\vec{r}_2 - \vec{r}_1)\vec{F}]$$

puesto que $\vec{r}_2 - \vec{r}_1 = \vec{r}$, será

$$\vec{M} = [\vec{r}\vec{F}] \qquad \textbf{[6, 7]}$$

expresión válida para cualquier posición en que se encuentre el punto O. De forma que el momento de un par queda definido por la expresión **[6, 7]**, siendo $\vec{M}$ un vector libre, cuyo módulo es

$$M = Fr \text{ sen } \alpha \qquad \textbf{[6, 8]}$$

y, en función del brazo del par (*fig.* 45),

$$M = Fd \qquad \textbf{[6, 9]}$$

Manteniendo el valor del momento en módulo, dirección y sentido, se hace variar el brazo de un par si se modifican convenientemente las fuerzas del par según la **[6, 9]**. No cambia el momento del par cuando éste gira en el plano en que se encuentra o si se trasladan sus fuerzas a un plano paralelo.

Se componen varios pares al sumar vectorialmente sus momentos, siendo el vector resultante el momento del par equivalente. Si se componen dos pares con momentos iguales y de sentido contrario, el momento resultante es igual a cero, es decir, que los dos pares se equilibran.

Composición de un sistema de fuerzas aplicadas a un sólido. — Supongamos un cuerpo sometido a un sistema de fuerzas. Elijamos una cualquiera de ellas, representada par la letra $\vec{F}$ y aplicada al punto A (*fig.* 49).

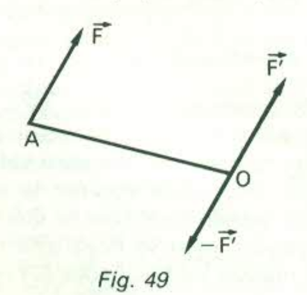


Fig. 49

Por un punto arbitrario O tracemos dos fuerzas iguales y paralelas a $\vec{F}$: una $\vec{F}'$ y la otra $-\vec{F}'$. El efecto de estas dos fuerzas sobre el cuerpo es nulo, y el sistema de fuerzas aplicado al cuerpo es el mismo. Sin embargo, es posible considerar que el efecto de $\vec{F}$ equivale al conjunto de la fuerza $\vec{F}'$ y del par formado por $\vec{F}$ y $-\vec{F}'$. Se puede razonar de modo análogo para las demás fuerzas que forman el sistema, convirtiendo éste en otro equivalente formado por :

1) Un sistema de fuerzas equipolentes a las dadas y aplicadas a O, cuya resultante está aplicada al mismo punto.

2) Un sistema de pares de fuerzas cuyo momento resultante es igual a la suma de los momentos con relación al punto O.

Así, es posible sustituir cualquier sistema de fuerzas por una fuerza y un par de fuerzas.

Como el punto O se ha elegido arbitrariamente, la composición se puede efectuar de infinitas maneras. En todos los casos la resultante será única, pero no el momento resultante, que dependerá del punto elegido.

Condiciones de equilibrio del sólido. — La condición necesaria y suficiente para que un sólido esté en equilibrio consiste en que la resultante general y el momento resultante (con relación a un punto cualquiera) sean nulos, es decir :

$$\Sigma\vec{F}_i = 0; \quad \Sigma\vec{M}_i = 0 \qquad \textbf{[6, 10]}$$

y, llamando $\vec{R}$ a la resultante de todas las fuerzas $\vec{F}_i$ y $\vec{M}$ al momento resultante de los $\vec{M}_i$, se expresan las **[6, 10]** de la forma

$$\vec{R} = 0; \quad \vec{M} = 0 \qquad \textbf{[6, 11]}$$

Si se escoge un sistema de ejes rectangulares, las relaciones de equilibrio equivalen a las seis condiciones de equilibrio, es decir, a

$$\Sigma F_{xi} = 0; \quad \Sigma F_{yi} = 0; \quad \Sigma F_{zi} = 0$$
$$\Sigma M_{xi} = 0; \quad \Sigma M_{yi} = 0; \quad \Sigma M_{zi} = 0 \qquad \textbf{[6, 12]}$$

Peso y masa. — Todo elemento material está sometido a una fuerza que se debe esencialmente a la atracción ejercida por la Tierra, es decir, al fenómeno de la gravedad. Esta fuerza, llamada *peso* del punto, está dirigida, en sentido vertical, hacia el interior de la Tierra, o sea, hacia abajo. La vertical se aproxima a la dirección del centro de la Tierra. Se suele llamar peso a la intensidad de esta fuerza. Éste disminuye con la altura, varía en intensidad y dirección con la latitud y es un poco mayor en los polos que en el Ecuador.

Es preciso distinguir claramente el peso y la masa. La *masa* de un cuerpo es una cantidad invariable, mientras

que el peso es el producto de la masa por una constante (más precisamente por un vector constante). Ésta, que sólo depende del lugar considerado, es la aceleración o intensidad de la gravedad y se designa por la letra g.

OBSERVACIÓN. — Los dinamómetros de muelle sirven para medir el peso, mientras que las balanzas se utilizan para la masa. En las transacciones comerciales no se considera el peso de las mercancías, sino la masa.

Centro de gravedad de un sólido. — Un sólido es un conjunto de puntos. Si es de dimensiones reducidas con relación a la Tierra, los pesos de sus diferentes puntos son fuerzas paralelas y proporcionales a la masa (puesto que g tiene el mismo valor para todos los puntos del cuerpo). La resultante de todas estas fuerzas paralelas es el peso del cuerpo, y el centro de las mismas se llama *centro de gravedad* del cuerpo.

Si se cambia la orientación del sólido con relación a la Tierra, se modifica la dirección común de todas las fuerzas, pero la posición del centro de gravedad con relación al cuerpo sigue siendo la misma. De igual modo, cuando se desplaza el sólido, los pesos varían, pero son siempre proporcionales a las masas y la posición del centro de gravedad no cambia.

Por consiguiente, la posición del centro de gravedad de un cuerpo sólido está invariablemente ligada a dicho cuerpo.

Coordenadas de este centro. — Supongamos el sólido constituido por puntos materiales de masas $m_1, m_2, ..., m_n$, siendo las coordenadas de estos puntos $x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2, ..., x_n, y_n, z_n$.

Consideremos dos de estos puntos A y B, de masas m_1 y m_2 (*fig.* 50). A ellas estarán aplicadas las fuerzas $m_1\vec{g}$ y $m_2\vec{g}$, respectivamente. El punto C de aplicación de la

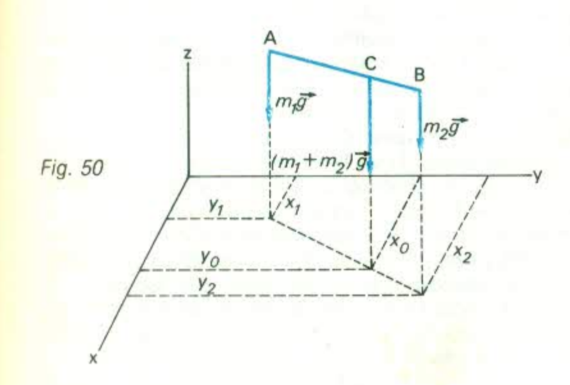


Fig. 50

resultante de las dos fuerzas será el centro de gravedad del conjunto formado con los puntos de masas m_1 y m_2.

El punto C de coordenadas x_0, y_0, z_0 es tal que

$$\frac{AC}{CB} = \frac{m_2 g}{m_1 g} = \frac{m_2}{m_1}$$

Al proyectar dos segmentos AC y CB sobre los tres ejes de coordenadas obtendremos proporciones análogas a la anterior. Para la proyección sobre el eje x tendremos :

$$\frac{x_0 - x_1}{x_2 - x_0} = \frac{m_2}{m_1}$$

y despejando x_0

$$x_0 = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$

De la misma forma obtendríamos los valores y_0 y z_0.

Generalizando lo que se acaba de exponer al caso de todos los puntos materiales que componen el sólido, los siguientes valores para las coordenadas del centro de gravedad del sólido serán

$$x = \frac{\sum_1^n m_i x_i}{M}; \quad y = \frac{\sum_1^n m_i y_i}{M}; \quad z = \frac{\sum_1^n m_i z_i}{M} \quad [6, 13]$$

donde la suma Σm_i queda sustituida por la masa M del sólido.

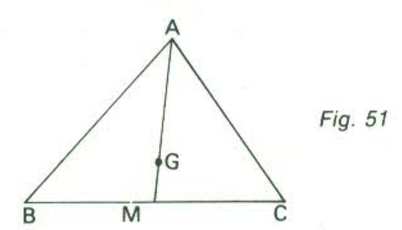


Fig. 51

En el caso, por ejemplo, del centro de gravedad de tres masas iguales situadas en los vértices de un triángulo ABC (*fig.* 51), si x_1, y_1, z_1 son las coordenadas de A, x_2, y_2, z_2 las de B y x_3, y_3, z_3 las de C, las coordenadas del centro de gravedad serán

$$X = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}; \quad Y = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}; \quad Z = \frac{z_1 + z_2 + z_3}{3}$$

Teniendo en cuenta la observación anterior, se pueden sustituir las masas situadas en B y C por una masa doble situada en M, punto medio de BC. El centro de gravedad de las tres masas será el punto G, situado en la recta AM a una distancia de M igual a un tercio del segmento MA. Este punto es el de concurrencia de las medianas del triángulo ABC.

En lo estudiado anteriormente sólo se han considerado sistemas sólidos constituidos por puntos distantes. Pero, en la realidad, la mayoría de los sólidos están formados por puntos que están estrechamente unidos. Para tener una posición aproximada del centro de gravedad se divide un sólido dado en n partes pequeñas de masas $m_1, m_2, ..., m_n$ y se toma en el interior de cada una de ellas un punto como centro de gravedad de la misma. La posición aproximada del centro de gravedad es el centro de gravedad del sistema formado por estos puntos. Para obtener la posición exacta es necesario buscar la posición límite de la aproximada, haciendo tender hacia cero el tamaño de las distintas partes del sólido. El cálculo de este límite es una de las aplicaciones del cálculo de integrales.

Sólido homogéneo. — *Utilización de las simetrías.* — Un cuerpo es homogéneo cuando tiene idénticas propiedades en todas sus partes y cuando su masa es proporcional al volumen (o a la superficie o a la longitud).

El centro de gravedad se encuentra fácilmente gracias al empleo de métodos geométricos.

TEOREMA. — *Si un sólido homogéneo tiene un centro de simetría, su centro de gravedad coincide con él.*

En efecto, a todo elemento A del sólido hacemos corresponder un elemento simétrico A' (*fig.* 51 *bis*). La resultante de los pesos de A y A' tendrá como punto de aplicación el centro de simetría O. Aplicando el mismo razonamiento a todos los elementos del sólido, se llega a

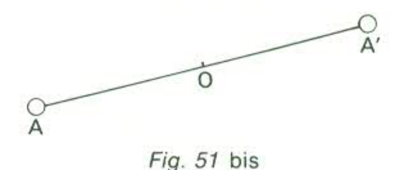


Fig. 51 bis

la conclusión de que todas las fuerzas paralelas se aplican al centro de simetría O; el centro de simetría O es, por consiguiente, el centro de gravedad.

Ejemplos : el centro de gravedad de un segmento homogéneo es su punto medio, el de una esfera es el centro de la misma, el de una figura plana que tenga forma de paralelogramo es el punto de intersección de las diagonales, y el de un paralelepípedo es el punto de concurrencia de sus diagonales.

TEOREMA. — *Si un sólido tiene un eje de simetría, su centro de gravedad se encuentra sobre dicho eje.*

La demostración es análoga a la anterior.

TEOREMA. — *Si un sólido tiene un plano de simetría, su centro de gravedad está situado en dicho plano.*

Estática del sólido ligado. — En general, los desplazamientos de un sólido se ven limitados por la presencia de apoyos o de otros cuerpos, y se dice entonces que el sólido se encuentra *ligado.* Es el caso, por ejemplo, de un cuerpo que está en reposo sobre una mesa o que gira alrededor de un eje. La acción de estos obstáculos puede sustituirse y representarse por fuerzas que reciben el nombre de reacciones o fuerzas de ligadura. El sólido está, por tanto, sometido a dos clases de fuerzas : las aplicadas directamente y las de ligadura. La dificultad estriba en que los elementos de las fuerzas de ligadura suelen ser desconocidos, en parte o en totalidad, y el estudio de las mismas es precisamente una de las finalidades de la estática del sólido ligado.

Principio. — Según el principio de estática del sólido ligado, establecido experimentalmente, *si se pueden encontrar fuerzas de ligadura admisibles en las condiciones del problema y si éstas constituyen, junto con las fuerzas directamente aplicadas, un sistema equivalente a cero, se considera que el sólido está en equilibrio.*

Las acciones ejercidas por el sólido sobre los cuerpos con los cuales está en contacto son directamente opuestas a las fuerzas de enlace o ligadura.

Existe, además, una diferencia entre los contactos que tienen lugar con rozamiento y los que se producen sin este fenómeno. Cuando los cuerpos están perfectamente pulimentados, lo cual representa un caso que podría calificarse de « ideal », no hay rozamiento y las fuerzas de ligadura son normales, es decir, perpendiculares a los planos tangentes. Pero, si hay rozamiento, es decir, la mayoría de las veces, las fuerzas de ligadura deben formar con las normales ángulos menores que los de rozamiento.

PROBLEMA. — *Una barra cilíndrica homogénea, de peso* p, *está en reposo sobre dos cuchillas situadas en el mismo plano horizontal* (fig. 52). *Estudiaremos las condiciones de equilibrio.*

La única fuerza directamente aplicada es el peso, que actúa en el centro de gravedad. Las reacciones de las cuchillas que sirven de apoyo son dos fuerzas verticales dirigidas hacia arriba. Si el centro de gravedad está situado a igual distancia de los dos apoyos y si las reacciones son fuerzas equivalentes a la mitad del peso, el sistema formado por el peso y las dos reacciones equivale a cero. Por consiguiente, hay equilibrio y las presiones ejercidas por la barra en los dos apoyos son iguales a la mitad del peso.

Si el centro de gravedad está situado entre las cuchillas, pero no a igual distancia de cada una de ellas, se pueden encontrar dos fuerzas dirigidas hacia arriba que equilibren el peso. Si el centro de gravedad no está situado entre las cuchillas, es imposible hallar dos fuerzas verticales que equilibren el peso y no hay equilibrio.

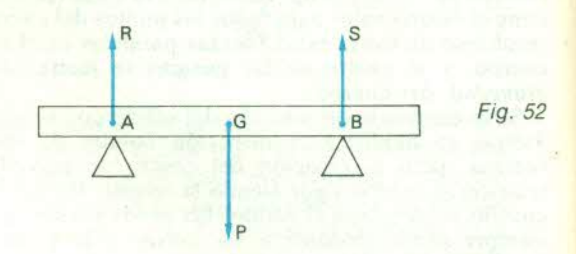


Fig. 52

Sólido con un punto fijo. — Una pequeña rótula constituye un ejemplo de sólido con un punto fijo. Sólo hay una fuerza de ligadura aplicada al punto fijo. Si el cuerpo está en equilibrio, las fuerzas directamente aplicadas y la reacción R del punto fijo forman un sistema equivalente a cero.

Las fuerzas directamente aplicadas deben tener, por consiguiente, una resultante única que pase por el punto fijo (fig. 53).

Para que esto ocurra, es necesario y suficiente que el momento resultante de las fuerzas directamente aplicadas con relación a O sea nulo. En efecto, si las fuerzas directamente aplicadas tienen una resultante única que pase por el punto fijo, la resistencia de éste da lugar a una fuerza directamente opuesta que equilibra el sistema formado por las fuerzas exteriores.

En el caso, por ejemplo, de un sólido pesante que gira alrededor de un punto fijo, la única fuerza directamente aplicada es el peso, fuerza vertical que obra sobre el centro de gravedad. Como es preciso que el peso pase por el punto fijo, el centro de gravedad debe estar situado en la vertical del punto fijo. Si el centro de gravedad se encuentra por encima del punto fijo, el equilibrio es inestable; si se localiza por debajo de él, el equilibrio es estable; y, si coincide con el punto fijo, el cuerpo está siempre en equilibrio.

Equilibrio de un sistema de sólidos. — Para hallar las condiciones de equilibrio de un sistema de sólidos, se considera cada uno de éstos por separado y se le añaden las fuerzas de ligadura de los sólidos vecinos. Al repetir esta operación con todos los sólidos del sistema, se encuentran las condiciones necesarias y suficientes para que el conjunto esté en equilibrio.

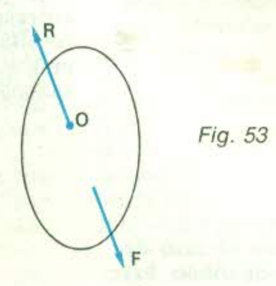


Fig. 53

7. — Dinámica

Principios de la Dinámica. *Masa. Principio de la inercia (Kepler). Principio fundamental de la Mecánica. Principio de la composición de fuerzas (Galileo). Principio de la igualdad de la acción y reacción.* Unidades de fuerza. Ecuación de dimensiones. Impulso y cantidad de movimiento. *Conservación de la cantidad de movimiento.* Dinámica del movimiento rectilíneo uniforme. Dinámica del movimiento uniformemente acelerado. Dinámica del movimiento circular. *Fuerza centrípeta y centrífuga.* Momento angular o cinético. *Teorema del momento cinético.* Dinámica del sólido. Definición. Movimiento de proyectiles en el vacío.

Principios de la Dinámica. — La *Dinámica* se rige por una serie de principios, establecidos experimentalmente, algunos de los cuales se mencionaron ya en el capítulo relativo a la Estática.

Se definieron anteriormente las características de las fuerzas y se estudiaron los casos en que el estado de reposo de un punto o de un sólido no se veía alterado por las fuerzas aplicadas a ellos. Pero hay que señalar que éstos son casos excepcionales y que cuando una fuerza o un sistema de fuerzas actúan sobre un punto o un sólido suelen engendrar un movimiento.

El peso es la fuerza más conocida y se debe esencialmente, como ya se dijo, a la atracción de la Tierra, fenómeno que provoca la caída de los cuerpos. Esta última fue objeto de numerosos experimentos que permitieron descubrir los principios fundamentales de la Dinámica.

Para ver cuál es la acción que ejercen las fuerzas sobre el movimiento se puede citar el ejemplo de un ciclista, montado en una bicicleta de piñón libre, que rueda por una carretera recta, horizontal y en buen estado, en un día sereno y sin viento. Si quiere únicamente mantener la velocidad adquirida por el vehículo, el hombre sólo tiene que pedalear de vez en cuando, pero, si desea ir más de prisa o más despacio, está obligado a realizar un esfuerzo.

Unos experimentos muy precisos han llevado a la conclusión siguiente : las fuerzas provocan variaciones de velocidad o, dicho de otro modo, *las fuerzas son las causas que originan las aceleraciones.*

Masa. — Por experiencia se sabe que una misma fuerza aplicada a dos objetos diferentes produce efectos distintos. Si el ciclista del ejemplo anterior tuviese que arrastrar un pequeño remolque por una carretera en las mismas condiciones, necesitaría más tiempo para alcanzar una velocidad determinada que cuando no llevaba carga alguna. Se han efectuado experimentos destinados a medir las aceleraciones producidas en un mismo objeto por fuerzas distintas y se ha comprobado que, si éste se encuentra sometido a fuerzas diferentes $F_1, F_2, ..., F_n$, adquiere distintas aceleraciones $a_1, a_2, ..., a_n$, dirigidas en igual sentido que las fuerzas y de una magnitud tal que las relaciones $\frac{F_1}{a_1} = \frac{F_2}{a_2} = \frac{F_3}{a_3} = ... = \frac{F_n}{a_n}$ son iguales.

El valor de esta constante es, por consiguiente, una característica del objeto considerado. Esta constante que, desde el punto de vista de la Mecánica, corresponde a la cantidad de materia, se llama *masa inerte del objeto*. Para que esta última sea rigurosamente constante, es imprescindible que el objeto no sufra transformaciones que alteren su naturaleza.

La masa de un objeto equivale a la relación existente entre ella misma y otra tomada como unidad. Así, en un sistema de unidades determinado, todos los cuerpos tienen un coeficiente positivo que es su masa.

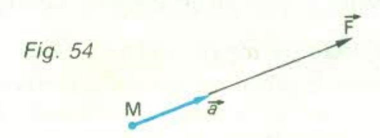
Se verá más adelante que los cuerpos sometidos a la atracción de la Tierra tienen una *masa gravitatoria* o *pesante* igual a la *masa inerte.*

Principio de la inercia (Kepler). — *Cuando un punto material no está sometido a ninguna acción exterior, su aceleración es nula.*

Por consiguiente, si un cuerpo, no solicitado por la acción de una fuerza, está en reposo, permanecerá indefinidamente en el mismo estado y, si está en movimiento, éste será rectilíneo y uniforme.

Principio fundamental de la Mecánica. — *Si un punto material de masa* m *tiene una aceleración* $\vec{a}$, *está*

Fig. 54



sometido a una fuerza $\vec{F}$ (fig. 54) *definida en intensidad, dirección y sentido por la igualdad vectorial*

$$\vec{F} = m\vec{a}. \qquad [7, 1]$$

Recíprocamente, si un punto material de masa m está sometido a una fuerza $\vec{F}$, tiene una aceleración definida en intensidad, dirección y sentido por la igualdad vectorial $\vec{F} = m\vec{a}$.

Principio de la composición de fuerzas (Galileo). — *Si varias fuerzas* $F_1, F_2, ..., F_n$, *que actúan aisladamente sobre un mismo punto material* m, *producen aceleraciones* $a_1, a_2, ...a_n$, *la acción simultánea de todas ellas sobre ese punto producirá una aceleración que será la resultante de las aceleraciones* $a_1, a_2, ..., a_n$.

Dicho de otra forma, varias fuerzas aplicadas a un mismo punto tienen el mismo efecto que su resultante.

Principio de la igualdad de la acción y reacción. — *Cuando un cuerpo* A *ejerce una acción sobre otro* B, *éste ejerce sobre el primero otra acción igual en magnitud y dirección, pero de sentido opuesto.*

OBSERVACIÓN. — Hemos basado la Estática en los principios anteriormente mencionados, porque se puede considerar como un caso particular de la Dinámica, es decir, aquel en que, estando los cuerpos en reposo, las aceleraciones son nulas.

Unidades de fuerza. — La unidad de fuerza en el sistema internacional (S. I.) es el *newton*. Tomando la **[7, 1]** como ecuación de definición de la fuerza, se puede decir que el newton es la fuerza que comunica a un cuerpo que tiene una masa de un kilogramo una aceleración de un metro por segundo cada segundo.

En el sistema C. G. S., la unidad es la *dina*, que es la fuerza que, en un segundo, comunica a una masa de un gramo un aumento de velocidad de un centímetro por segundo. En el sistema técnico, la unidad es el

kilogramo-fuerza o *kilopondio* (kp), que equivale a la fuerza con que una masa de un kilogramo es atraída por la Tierra.

Así, en el sistema C. G. S. :

$$\text{dina} = \text{gr} \cdot \text{cm} \cdot \text{s}^{-2}$$

En el sistema internacional :

$$\text{newton} = \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2} = 10^3 \text{ gr} \cdot 10^2 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-2} = 10^5 \text{ gr} \cdot \text{cm} \cdot \text{s}^{-2} = 10^5 \text{ dinas}$$

En el sistema técnico, tomando como valor de la aceleración de la gravedad en Madrid $g = 9{,}8 \text{ m/s}^2$:

$$\text{kilopondio} = \text{kg} \times 9{,}8 \text{ m/s}^2$$

con lo cual el kilopondio vale 9,8 newtons.

Ecuación de dimensiones. — La expresión simbólica que define una magnitud determinada en función de las fundamentales recibe el nombre de *ecuación de dimensiones*. Pueden representarse las magnitudes fundamentales de esta forma : L = longitud, M = masa, T = tiempo.

La ecuación de dimensiones de la velocidad, límite del cociente de una longitud por el tiempo, es $\frac{L}{T}$; la de la aceleración, límite del cociente de la velocidad por el tiempo, es $\frac{L}{T^2}$; y la de la fuerza es $\frac{M \cdot L}{T^2}$.

Las ecuaciones de dimensiones permiten efectuar cambios de unidades y relacionar distintos conceptos.

Impulso y cantidad de movimiento. — Supongamos una fuerza constante $\vec{F}$ que actúa durante un intervalo de tiempo Δt sobre un cuerpo cualquiera. El *impulso* $\vec{J}$ de la fuerza $\vec{F}$ es el producto de la fuerza por el tiempo :

$$\vec{J} = \vec{F} \cdot \Delta t$$

El impulso, por tanto, es un vector con la misma dirección y sentido que la fuerza.

Si la fuerza no se mantiene constante durante el intervalo de tiempo Δt, se puede dividir Δt en intervalos infinitesimales en los cuales se supone que la fuerza es constante, y para uno de ellos se cumplirá

$$d\vec{J} = \vec{F}\, dt \qquad [7, 2]$$

de donde se deduce que

$$\vec{F} = \frac{d\vec{J}}{dt} \qquad [7, 3]$$

es decir, que la fuerza es la derivada del impulso respecto al tiempo.

Para hallar el *impulso total* de $\vec{F}$ entre los instantes t_1 y t_2, se debe efectuar una integración para ese intervalo, obteniendo de forma general

$$\vec{J} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} \cdot dt \qquad [7, 4]$$

Supongamos ahora que la masa del cuerpo es m y que se le aplica la fuerza $\vec{F}$ durante el tiempo $t_2 - t_1$. Usando la ecuación fundamental de la Dinámica **[7, 1]** tendremos :

$$\vec{J} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} \cdot dt = \int_{t_1}^{t_2} m\vec{a}dt = \int_{v_1}^{v_2} m \frac{d\vec{v}}{dt} dt = m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1 \qquad [7, 5]$$

Donde $\vec{v}_1$ y $\vec{v}_2$ son las velocidades correspondientes a los instantes t_1 y t_2.

La expresión $m\vec{v}$ recibe el nombre de *cantidad de movimiento* del cuerpo de masa m para el instante en que su velocidad es $\vec{v}$. De **[7, 5]** se deduce que el impulso de la fuerza ejercida sobre un cuerpo es igual a la variación de la cantidad de movimiento del mismo. Esta última es una magnitud vectorial, y el vector que la representa tiene en cada momento la dirección y el sentido del vector velocidad en ese instante.

Conservación de la cantidad de movimiento. — Consideremos un sistema de puntos materiales que no esté sometido a ninguna fuerza exterior. Tendremos un *sistema aislado* en el cual sólo se ejercerán las fuerzas interiores que resultan de las acciones mutuas entre las diferentes partículas y que, según el principio de la acción y reacción, son iguales y de sentido contrario de dos en dos. Por tanto, al aplicar la **[7, 3]** a cada punto material y al sumar todas las ecuaciones, el primer miembro será igual a cero, lo cual significa que no hay variación en el impulso para el sistema considerado como conjunto de partículas o, dicho de otro modo, que la cantidad de movimiento de dicho sistema permanece constante.

Este principio se aplica en muchos casos, especialmente para los proyectiles.

Consideremos, por ejemplo, el sistema constituido por un cañón y el proyectil antes del disparo. Como se supone que ambos están en reposo, la cantidad de movimiento del sistema es nula. Con la explosión de la pólvora, el proyectil de masa m sale a una velocidad V y, al mismo tiempo, el cañón de masa M retrocede con una velocidad v más reducida que aquélla, porque su masa es mayor que la del proyectil y ha de cumplirse que

$$mV + Mv = 0$$

o también

$$mV = -Mv$$

Es decir que las cantidades de movimiento del proyectil y el cañón son iguales y de sentido contrario.

Dinámica del movimiento rectilíneo uniforme. — Si se aplica a un cuerpo de masa m una fuerza F sólo durante cierto tiempo t, el cuerpo, después de este intervalo, se mueve con una velocidad v, cuyo valor se obtiene a partir de la expresión

$$F \cdot t = mv \qquad [7, 6]$$

Según el principio de la inercia, la velocidad sigue siendo constante si no se ejercen fuerzas exteriores (obstáculos, rozamientos, etc.). Esto significa que *una fuerza aplicada a un cuerpo durante cierto tiempo comunica a éste un movimiento rectilíneo uniforme.* Esto es cierto incluso si la fuerza aplicada no es constante a lo largo de todo el tiempo en que se ejerce.

Cuando una fuerza actúa durante un intervalo muy corto, se habla de *fuerzas instantáneas* o *percusiones*. En este caso, es posible, con una fuerza de gran intensidad y según **[7, 6]**, alcanzar velocidades considerables.

Dinámica del movimiento uniformemente acelerado. — En este tipo de movimiento la aceleración es constante y, según la ecuación $\vec{F} = m\vec{a}$, $\vec{F}$ ha de permanecer constante. Por tanto, se puede decir que *todo movimiento rectilíneo uniformemente acelerado es producido por una fuerza constante.*

En realidad, la aceleración va disminuyendo, porque los rozamientos se intensifican con la velocidad del móvil, y puede llegar un momento en que la aceleración sea nula, a partir del cual el movimiento sería rectilíneo y uniforme.

Dinámica del movimiento circular. — *Fuerza centrípeta y centrífuga.* — En un movimiento circular uniforme, aunque el módulo de la velocidad sea constante, la dirección cambia continuamente. Esto da lugar a la aparición de una aceleración, perpendicular a la trayectoria y dirigida hacia el centro de la circunferencia, que viene dada, como hemos visto, por la expresión **[5, 23]** :

$$a = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$$

Según la ecuación fundamental de la Dinámica, esta aceleración se debe a una fuerza. Esta última ha de estar dirigida hacia el centro y recibe, por eso, el nombre de *fuerza centrípeta*. Su valor es

$$F = m \cdot a = m \frac{v^2}{R} = m\omega^2 R \qquad [7, 7]$$

El principio de acción y reacción establece que las fuerzas siempre van por parejas y de él se deduce la existencia de otra fuerza igual y opuesta a la centrípeta llamada *fuerza centrífuga* originada por la inercia que oponen los cuerpos a los cambios de dirección.

Al ser una reacción de inercia, la fuerza centrífuga desaparece en cuanto deja de ejercerse la fuerza centrípeta. Así, un móvil, obligado a girar según un movimiento circular uniforme por la existencia de una ligadura, está sometido a la fuerza centrífuga, pero, si se rompe la ligadura, sale disparado según la tangente con una velocidad que equivale a la velocidad lineal del movimiento que llevaba. Esto va en contra de lo que podía suponerse, porque, al actuar la fuerza centrífuga, era de prever que el móvil se alejara radialmente en el momento en que cesara la fuerza centrípeta que lo mantenía en la trayectoria circular.

Se puede citar asimismo el ejemplo del hombre que lanza una piedra a gran distancia con una honda, imprimiéndole un movimiento circular en el que la velocidad angular va aumentando. En este caso, la velocidad lineal se incrementa y, cuando se suelta la piedra, ésta abandona la trayectoria circular y sigue una dirección tangente a la circunferencia que describía.

Momento angular o cinético. — Supongamos una partícula material de masa m que se mueve con una velocidad $\vec{v}$ *(fig. 54 bis)*. Sea $m\vec{v}$ el vector que representa

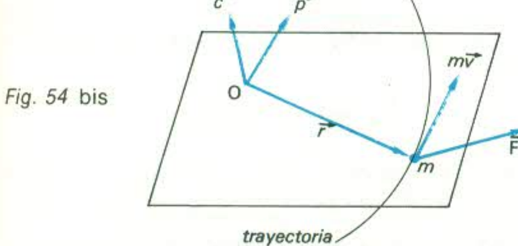


Fig. 54 bis

la cantidad de movimiento de aquélla. El *momento angular o cinético* de la partícula, con relación a un punto O, es el producto vectorial

$$\vec{c} = [\vec{r}, m\vec{v}] \qquad [7, 8]$$

El vector $\vec{c}$ es perpendicular al plano que contiene los vectores $\vec{r}$ y $\vec{v}$. En general, el momento cinético varía en magnitud y dirección con el movimiento de la partícula. Sin embargo, si ésta se mueve en un plano, la dirección del momento cinético permanece constante, como es el caso del movimiento circular de una partícula en el cual los vectores $\vec{r}$ y $\vec{v}$ son perpendiculares y c viene dado por

$$c = mrv = mr^2\omega$$

Teorema del momento cinético. — Se obtiene una importante relación entre el momento cinético $\vec{c}$ y el momento $\vec{p} = [\vec{r}\vec{F}]$ de la fuerza con relación al punto O *(fig. 54 bis)*, derivando la ecuación **[7, 8]** con respecto al tiempo

$$\frac{d\vec{c}}{dt} = \left[\frac{d\vec{r}}{dt}, m\vec{v}\right] + \left[\vec{r}, \frac{d(m\vec{v})}{dt}\right]$$

(La derivada de un producto vectorial se calcula aplicando la regla dada en Matemáticas para la derivación de un producto).

Recordando que $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$, tendremos

$$\frac{d\vec{c}}{dt} = [\vec{v}, m\vec{v}] + \left[\vec{r}, \frac{d(m\vec{v})}{dt}\right] \qquad [7, 9]$$

y como $[\vec{v}, m\vec{v}] = 0$, y por otro lado

$$\vec{F} = m\vec{a} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt}$$

la **[7, 9]** queda de la siguiente forma

$$\frac{d\vec{c}}{dt} = [\vec{r}\vec{F}] = \vec{p} \qquad [7, 10]$$

El cambio con respecto al tiempo del momento cinético de una partícula es, por tanto, igual al momento de la fuerza aplicada a ella.

Dinámica del sólido. — La *dinámica del sólido* estudia los movimientos de éste cuando se conocen las fuerzas exteriores que actúan sobre él y requiere cálculos muy complejos, en los cuales el elemento más importante es la cantidad de movimiento. Se deduce de la ecuación fundamental $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$ que, si se construye, a partir de un punto, la resultante general y el momento que resulta de las cantidades de movimiento de todos los elementos del sólido, la velocidad del extremo de la resultante general es equipolente a la resultante general de las fuerzas exteriores; además, la velocidad del extremo del momento resultante de las cantidades de movimiento es equipolente al momento resultante de las fuerzas directamente aplicadas.

Estas dos consideraciones pueden expresarse por las ecuaciones

$$\vec{R} = \frac{d(M\vec{V})}{dt} \text{ y } \frac{d\vec{c}}{dt} = \vec{P} \qquad [7, 11]$$

obtenidas anteriormente para el caso de una partícula material y que permiten determinar que, en la dinámica del sólido, el movimiento del centro de gravedad del mismo es igual que si toda la masa estuviese concentrada en él y que si este punto estuviera sometido a fuerzas equipolentes a las exteriores. Para estudiar el movimiento de un sólido es necesario, por lo tanto, analizar primero el movimiento de su centro de gravedad, aplicando los métodos de la dinámica del punto, y luego el movimiento relativo del sólido alrededor de su centro de gravedad (con relación a unos ejes de dirección fija que pasen por él).

Se llama *fuerza viva* de un móvil al producto de su masa por el cuadrado de la velocidad. Si, en un instante, el sólido tiene un movimiento de rotación con relación a un eje determinado y si ω es la velocidad angular alrededor del mismo, la fuerza viva total es

$$\Sigma mv^2 = \Sigma mr^2\omega^2$$

El signo Σ indica que hay que efectuar la suma de las fuerzas vivas de todos los elementos que componen el cuerpo. Como ω es igual para todos los puntos, se puede poner ω^2 como factor común. La fuerza viva es entonces $\omega^2\Sigma mr^2$. La cantidad Σmr^2 recibe el nombre de *momento de inercia* del cuerpo respecto al eje considerado y se representará con la letra I.

Definición. — *El momento de inercia de un sólido (o de un sistema de puntos, con relación a un plano* P, *a una recta* Δ *o a un punto* O, *es la suma*

$$I = m_1r_1^2 + m_2r_2^2 + m_3r_3^2 + \ldots + m_nr_n^2 = \Sigma(mr^2)$$

que se calcula multiplicando la masa de cada punto material por el cuadrado de su distancia a P, a Δ o a O, y sumando los productos así obtenidos.

Para un cuerpo continuo, el momento de inercia es el límite de la suma $\Sigma(mr^2)$, obtenida al descomponer el cuerpo en partes infinitamente pequeñas. Cuando el número de éstas aumenta indefinidamente, el límite es una integral.

PROPIEDADES. — 1.ª *La suma de los momentos de inercia de un sólido respecto a dos planos perpendiculares es igual al momento de inercia respecto a su intersección :*

$$\Sigma(mx^2) + \Sigma(my^2) = \Sigma m(x^2 + y^2)$$

2.ª *La suma de los momentos de inercia de un sólido respecto a tres planos perpendiculares es igual al momento de inercia respecto a su punto común :*

$$\Sigma(mx^2) + \Sigma(my^2) + \Sigma(mz^2) = \Sigma m(x^2 + y^2 + z^2)$$

Ejemplo : *Momento de inercia de una barra rectilínea homogénea respecto a su centro.* Sea $2l$ la longitud de la barra y ρ su densidad lineal. El momento con relación a su punto medio O es función de l (*fig.* 55). Incrementemos l

B A O A B
dl l l dl

Fig. 55

a cada extremo de la barra en una cantidad infinitamente pequeña dl. El momento de inercia sufrirá un incremento $d\mathrm{I}$ producido por el aumento de longitud de la barra, con incrementos infinitamente pequeños y situados a una distancia l del centro.

$$d\mathrm{I} = 2l^2\rho dl$$

Por consiguiente

$$\mathrm{I} = 2\rho\int_0^l l^2 dl = \frac{2}{3}\rho l^3$$

Como $2\rho l$ es la masa M de la barra, $\mathrm{I} = \frac{l}{3}\mathrm{M}l^2$.

De la misma forma se demuestra que el momento de inercia de un cilindro de revolución (de masa M) con relación a su eje es $\mathrm{I} = \mathrm{M}\frac{\mathrm{R}^2}{2}$. El momento de inercia de una esfera respecto a su centro es $\mathrm{I} = \frac{2}{5}\mathrm{M}\cdot\mathrm{R}^2$.

Movimiento de proyectiles en el vacío. — Si un móvil pesante se mueve en el vacío, este punto tiene una aceleración constante en intensidad, dirección y sentido, que es la aceleración de la gravedad g. Si se lanza el móvil con cierta velocidad inicial, éste permanece en el plano vertical que contiene el vector velocidad inicial. Este caso sería el del movimiento de un proyectil, si no interviniera la resistencia del aire. Tomemos, en el plano vertical donde se efectúa el movimiento, dos ejes de coordenadas : $x'Ox$ horizontal e $y'Oy$ vertical, considerando hacia arriba el sentido positivo. El origen de coordenadas es el punto desde donde se lanza el móvil, y el eje de las x está dirigido de modo que la proyección de la velocidad inicial sea positiva. Ésta tiene un valor absoluto V_0 y forma con el eje de las x un ángulo α, que es positivo cuando el móvil se lanza hacia arriba, y negativo si se lanza hacia abajo.

Si se toma como origen de tiempos el instante de partida, siendo constante la aceleración, de valor absoluto g, y dirigida hacia abajo, se tiene

$$a_x = \frac{d^2x}{dt^2} = 0 \text{ y } a_y = \frac{d^2y}{dt^2} = -g$$

Efectuando una primera integración, se determinan las proyecciones de la velocidad

$$v_x = \frac{dx}{dt} = m \text{ y } v_y = \frac{dy}{dt} = -gt + n$$

Se considera que m y n son dos constantes. Teniendo en cuenta las condiciones iniciales, es decir, lo que sucede en el instante cero :

$$m = V_0 \cos\alpha, \quad n = V_0 \operatorname{sen}\alpha$$

$$v_x = \frac{dx}{dt} = V_0\cos\alpha \text{ y } v_y = \frac{dy}{dt} = -gt + V_0 \operatorname{sen}\alpha$$

Efectuando una segunda integración, se encuentran las coordenadas del móvil :

$$x = V_0 t\cos\alpha + d \text{ e } y = \frac{1}{2}gt^2 + V_0 t \operatorname{sen}\alpha + e$$

Las constantes d y e vienen también determinadas por las condiciones iniciales del problema; como el móvil en el instante cero está en el origen, $d = e = 0$. Se tiene, por tanto,

$$x = V_0 t\cos\alpha \text{ e } y = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0 t \operatorname{sen}\alpha$$

La proyección del móvil tiene un movimiento rectilíneo uniforme sobre el eje de las x (*fig.* 56) y un movimiento uniformemente variado sobre el eje de las y.

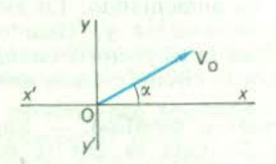


Fig. 56

Para hallar la ecuación de la trayectoria, se deduce t de la primera ecuación y se lleva a la segunda, obteniéndose de este modo

$$y = -\frac{1}{2}g\frac{x^2}{V_0^2\cos^2\alpha} + x\operatorname{tg}\alpha$$

Esta ecuación es la de la curva representativa de un trinomio, es decir, de una parábola con concavidad hacia el eje de las x.

Si se lanza hacia arriba, el móvil sube con una velocidad decreciente, alcanza el vértice de la curva, donde tiene una velocidad horizontal y mínima, y recorre la rama descendiente con una velocidad decreciente (*fig.* 57).

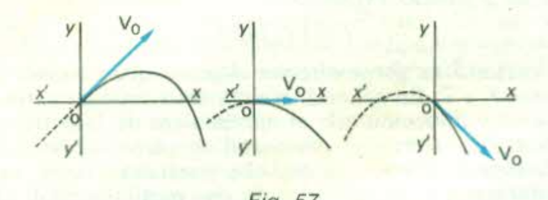


Fig. 57

Cuando se lanza con una velocidad horizontal (*fig.* 57), o dirigida hacia abajo (*fig.* 57), el móvil va cada vez más rápido.

OBSERVACIÓN. — Cuando V_0 está dirigido hacia arriba, la abscisa del punto en que la trayectoria corta de nuevo el eje de las x es

$$x = \frac{V_0^2 \operatorname{sen} 2\alpha}{g}$$

Este valor representa el *alcance* del proyectil, que aumenta si se hace crecer V_0. Si V_0 es constante, se consigue un alcance máximo cuando sen $2\alpha = 1$, $\alpha = 45^0$. Si x y V_0 son conocidos, la ecuación anterior da los valores de α para un alcance x. Así, sen $2\alpha = \frac{xg}{V_0^2}$. Si $\frac{xg}{V_0^2}$ = sen β, la ecuación tiene dos soluciones :

$$\alpha = \frac{\beta}{2} \quad \text{y} \quad \alpha = \frac{\pi}{2} - \frac{\beta}{2} = 90^0 - \frac{\beta}{2}$$

Estos resultados se aplicarían en balística, si no existiera la resistencia del aire. No obstante, proporcionan datos valiosos que permiten saber, por ejemplo, que para aumentar el alcance es necesario incrementar la velocidad inicial. Esto es precisamente lo que se pretende conseguir con las armas modernas. En general, para un arma y un tipo de proyectil determinados, la velocidad inicial está definida. Se puede llegar a un punto situado a la misma altura y a una distancia inferior a la del alcance máximo, siguiendo dos trayectorias. La que corresponde al valor más pequeño de α es la trayectoria tensa.

Los resultados obtenidos acerca del movimiento en el vacío no corresponden exactamente a lo que se observa en la realidad, pero se intenta acercarse lo más posible a ellos dando, por ejemplo, a los proyectiles formas que reduzcan el efecto de la resistencia del aire. Los experimentos llevados a cabo en balística han permitido corregir algunos de los resultados conseguidos de modo teórico.

8. — Trabajo y energía

Concepto de trabajo. Unidades de trabajo. Trabajo de una fuerza variable. Representación gráfica del trabajo. Potencia. Unidades. Energía cinética. *Teorema de las fuerzas vivas.* Campo de fuerzas. Trabajo contra la fuerza de la gravedad. Energía potencial. Potencial. Principio de la conservación de la energía. Choque elástico.

Concepto de trabajo. — Al aplicar una fuerza a un cuerpo en reposo puede suceder que éste se desplace o que, por el contrario, permanezca inmóvil. Sólo en el primer caso se dice que se ha realizado un trabajo. En efecto, el concepto de trabajo no tiene en Física el mismo significado que en el lenguaje corriente y supone un desplazamiento del cuerpo en que se ejerce la fuerza.

El trabajo T, *desarrollado por una fuerza constante* $\vec{F}$ *que recorre una trayectoria rectilínea es el producto escalar*

$$T = \vec{F} \cdot \vec{l} \qquad [8, 1]$$

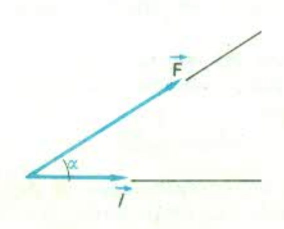


Fig. 58

donde $\vec{l}$ *es el vector desplazamiento* (fig. 58). La ecuación anterior se escribe también

$$T = F \cdot l \cos \alpha \qquad [8, 2]$$

Así, el trabajo de una fuerza depende de tres factores : intensidad de la fuerza, desplazamiento del punto de aplicación de la misma y ángulo formado por los vectores fuerza y desplazamiento.

Como F cos α es la componente F_t de la fuerza según la tangente a la trayectoria,

$$T = F_t \cdot l \qquad [8, 3]$$

lo que significa que el trabajo es el producto del desplazamiento por la componente de la fuerza según dicho desplazamiento.

Unidades de trabajo. — La ecuación de dimensiones del trabajo será

$$[T] = [F][l] = MLT^{-2}L = ML^2T^{-2}$$

La unidad en el sistema C. G. S. es el *ergio*, o trabajo desarrollado por una dina cuando ésta traslada su punto de aplicación un centímetro en la propia dirección de la fuerza. Así :

$$\text{ergio} = \text{dina} \times \text{cm}$$

La unidad en el sistema internacional es el *julio*, o trabajo desarrollado por un newton cuando éste traslada su punto de aplicación un metro en la propia dirección de la fuerza. Es decir :

$$\text{julio} = \text{newton} \times \text{m}$$

La unidad técnica es el *kilográmetro*, o trabajo desarrollado por un kilogramo-fuerza o kilopondio cuando éste traslada su punto de aplicación un metro en la propia dirección de la fuerza, y será :

$$\text{kgm} = \text{kp} \times \text{m}$$

Puesto que 1 newton = 10^5 dinas, es evidente que 1 julio = 10^7 ergios. Para un lugar situado a 45^0 de latitud y al nivel del mar, $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$; por consiguiente, 1 kp = $9{,}8 \cdot 10^5$ dinas y 1 kgm = 9,8 julios.

Trabajo de una fuerza variable. — En general, la fuerza $\vec{F}$ no es constante y la trayectoria no es rectilínea.

En este caso, para calcular el trabajo desarrollado se divide la trayectoria en un gran número de pequeños desplazamientos elementales *dl*, de fuerza que se puede considerar constante y de dirección idéntica a la del movimiento. Para cada uno de esos desplazamientos, el *trabajo elemental* equivale al producto escalar

$$dT = \vec{F} \cdot d\vec{l} \qquad [8, 4]$$

Si se quiere conocer el *trabajo total* desarrollado por la fuerza entre los puntos A y B de la trayectoria (*fig.* 59), es necesario integrar la expresión anterior y se obtiene :

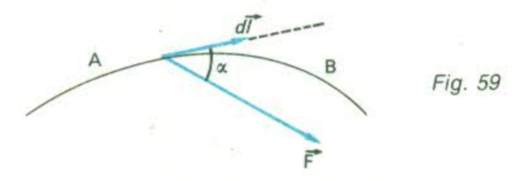


Fig. 59

$$T = \int_A^B dT = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{l} \qquad [8, 5]$$

que es la fórmula más general del trabajo.

El trabajo en función de las componentes rectangulares de la fuerza y el desplazamiento se expresa por

$$dT = F_x dx + F_y dy + F_z dz$$

y el trabajo total entre los puntos A y B por

$$T = \int_A^B dT = \int_A^B F_x \cdot dx + \int_A^B F_y \cdot dy + \int_A^B F_z \cdot dz$$

Representación gráfica del trabajo. — *a*) FUERZA CONSTANTE. — Se escoge, en un sistema de coordenadas rectangulares, una escala para las abscisas (o desplazamientos) y otra para las fuerzas (*fig.* 60). El trabajo $T = F_t \cdot l$ está representado en la figura por el área del paralelogramo OMPN.

Fig. 60

b) FUERZA VARIABLE. — En el caso más general en que la fuerza es variable, el trabajo elemental $dT = F_t \cdot dl$ corresponde al área del rectángulo alargado en la *fig.* 61.

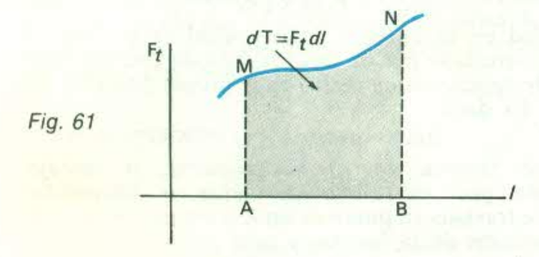


Fig. 61

El trabajo total desarrollado por la fuerza entre los puntos A y B de la *fig.* 61 se obtiene dividiendo primero el área sombreada en rectángulos alargados y sumando luego las áreas de estos últimos. Corresponde al área sombreada AMNB.

Potencia. — Para las aplicaciones de la Mecánica es necesario conocer la rapidez con la cual se efectúa un trabajo, y se define la *potencia media* como la relación existente entre el trabajo total desarrollado y el intervalo de tiempo t invertido en efectuarlo

$$\bar{P} = \frac{T}{t} \qquad [8, 6]$$

Si el trabajo no es constante en el tiempo considerado, se puede definir la *potencia instantánea* por

$$P = \frac{dT}{dt} \qquad [8, 7]$$

Cuando la potencia es constante durante todo el tiempo, $P = \bar{P}$ y

$$P = \frac{T}{t} \qquad [8, 8]$$

De las ecuaciones **[8, 4]** y **[8, 7]** se deduce que $P = \frac{dT}{dt} = \vec{F}\frac{d\vec{l}}{dt}$; y, recordando que $\vec{v} = \frac{d\vec{l}}{dt}$ y representa la velocidad instantánea, se obtiene

$$P = \vec{F}\vec{v} \qquad [8, 9]$$

Esta expresión permite hallar la potencia instantánea de una fuerza, cuando se conocen el valor de la misma y la velocidad del cuerpo a que se aplica.

Unidades. — La unidad de potencia es el *ergio por segundo*, en el sistema cegesimal, y el *vatio* en el internacional.

$$1 \text{ vatio} = 1 \text{ julio/seg.} = 10^7 \text{ ergios/seg.}$$

En la técnica se emplea el *kilográmetro por segundo* (kgm/seg.), que equivale a 9,8 vatios o a $9{,}8 \cdot 10^7$ ergios por segundo. Se utiliza también el *caballo de vapor* (CV), que corresponde a 75 kgm/seg.

El *kilovatio-hora* es una unidad de trabajo equivalente al trabajo realizado en una hora con una potencia constante de un kilovatio, es decir de 1 000 vatios.

Energía cinética. — *Teorema de las fuerzas vivas.* — Sea un cuerpo de masa m al cual se aplica una fuerza $\vec{F}$. El trabajo elemental desarrollado por la componente de $\vec{F}$ tangencial a la trayectoria, según la definición del trabajo, es

$$dT = F_t dl$$

Pero la ecuación fundamental de la Dinámica indica que

$$F_t = ma_t = m\frac{dv}{dt}$$

puesto que $a_t = \frac{dv}{dt}$. Por tanto, $dT = m\frac{dv}{dt}dl = m\frac{dl}{dt}dv$ y, recordando que $\frac{dl}{dt} = v$, tendremos $dT = mvdv$.

Por consiguiente, el trabajo total entre los puntos 1 y 2, según **[8, 5]**, es

$$T = \int_1^2 F_t dl = \int_{v_1}^{v_2} mvdv = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 \qquad [8, 10]$$

donde v_2 y v_1 son las velocidades del cuerpo en los puntos 2 y 1, respectivamente. La expresión

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 \qquad [8, 11]$$

recibe el nombre de *energía cinética* del cuerpo en el instante considerado. Leibniz llamó *fuerza viva* de un cuerpo móvil al producto mv^2 de su masa por el cuadrado de la velocidad.

La ecuación **[8, 10]** define matemáticamente el *teorema de las fuerzas vivas* que se enuncia de la manera siguiente : *el trabajo desarrollado por una fuerza aplicada a un cuerpo, durante un intervalo de tiempo determinado, es igual a la variación de energía cinética producida en el cuerpo*. El nombre de fuerza viva se empleó para diferenciar las fuerzas capaces de realizar un trabajo, es decir, de mover un cuerpo, de las *fuerzas muertas* que no pueden hacerlo.

La energía cinética se mide con las mismas unidades que el trabajo.

Campo de fuerzas. — Se llama *campo de fuerzas* un espacio, limitado o ilimitado, en el que un objeto material está sometido en cada uno de sus puntos a una fuerza que depende únicamente de la posición de los mismos.

La gravedad representa el ejemplo más sencillo e importante de campo de fuerzas puesto que, en cualquier sitio próximo a la Tierra, un punto material está sometido a la acción de su peso, pero existen otros campos como el eléctrico y el magnético.

Se puede definir, para cada uno de ellos, la *intensidad del campo en un punto* que, en el caso del campo gravitatorio, equivale a la fuerza ejercida sobre la unidad de masa colocada en dicho punto.

Las fuerzas son *conservativas* o *no conservativas* y les corresponden, respectivamente, *campos conservativos* y *no conservativos*. Las primeras son aquellas que desarrollan un trabajo igual a cero en una partícula que recorre una trayectoria cerrada cualquiera.

Se llaman *líneas de fuerza* las que tienen la propiedad de ser tangentes en cada punto a la dirección de la fuerza.

Trabajo contra la fuerza de gravedad. — Sea una partícula de masa m colocada en el campo gravitatorio terrestre. Su peso, según lo expuesto anteriormente, viene dado por $\vec{P} = m\vec{g}$. Si se desplaza la partícula contra la fuerza de la gravedad (peso de la partícula) desde el punto A hasta el B, a lo largo de una trayectoria

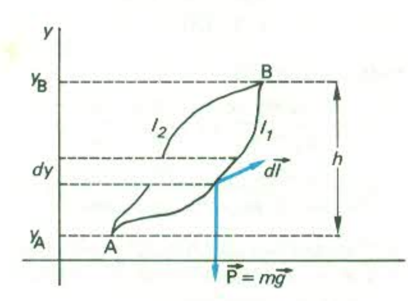


Fig. 62

cualquiera l_1 (*fig.* 62), el trabajo desarrollado en el desplazamiento elemental $d\vec{l}$, contra la fuerza de gravedad, será

$$dT = \vec{P}d\vec{l} = mgdy$$

y el trabajo total, entre los puntos A y B :

$$T_A^B = \int_{y_A}^{y_B} mgdy = mg\int_{y_A}^{y_B} dy = mg(y_B - y_A) = mgh \quad [8,\ 12]$$

De la expresión anterior, se deduce que *el trabajo realizado en el campo gravitatorio resulta independiente de la trayectoria seguida*. En efecto, si vamos desde A hasta B siguiendo la trayectoria l_2, el trabajo desarrollado contra el campo sigue siendo mgh.

Si ahora llevamos el cuerpo de B a A, por cualquier camino, el trabajo equivale a

$$T_B^A = -mgh$$

Por tanto, $T_A^B + T_B^A = mgh - mgh = 0$ **[8, 13]**

Esto significa que *el trabajo desarrollado en el campo gravitatorio al llevar un cuerpo a lo largo de una trayectoria cerrada es nulo*. Por consiguiente, el campo gravitatorio es un *campo conservativo*.

En la demostración anterior, se han dejado de lado los rozamientos, que representan fuerzas *no conservativas*.

Energía potencial. — Se llama energía a toda causa capaz de producir un trabajo. Como se ha visto anteriormente, al pasar el cuerpo de B a A, la fuerza de la gravedad efectúa un trabajo $T_B^A = -mgh$. Éste es negativo, por ser realizado por la fuerza de la gravedad, y, si no hay ningún rozamiento, se convierte totalmente en un aumento de la energía cinética del cuerpo. Así ocurre en el caso de la caída libre de un cuerpo en el campo gravitatorio. Se puede suponer que el cuerpo, al pasar de A a B, almacena una cantidad de energía equivalente al trabajo $T_A^B = mgh$, la cual aparece después en forma de energía cinética en el desplazamiento de B a A. Esta energía almacenada es la *energía potencial*.

Por tanto, la energía potencial es una función de las coordenadas de las partículas. Luego, si llamamos $E_{p,\,A}$ y $E_{p,\,B}$ a la energía potencial del cuerpo en los puntos A y B del campo, respectivamente, el incremento de energía potencial al pasar de A a B, es

$$T_A^B = E_{p,\,B} - E_{p,\,A} \quad [8,\ 14]$$

es decir, *la energía potencial es una función de las coordenadas tal que la diferencia entre sus valores en los puntos* B *y* A *es igual al trabajo efectuado sobre la partícula para llevarla desde el punto* A *hasta el* B.

En la ecuación **[8, 12]** debe aparecer, como consecuencia de la integración, una constante arbitraria, y en dicha ecuación debemos escribir $mgh + C$ en el segundo miembro. Sin embargo, en la ecuación **[8, 13]** no aparece dicha constante, porque está contenida en los dos términos que se restan. Podemos, por consiguiente, tomar el nivel de energías potenciales que mejor convenga como origen o referencia de tales energías. Por ejemplo, para la gravedad, suponemos que la energía potencial es nula en la superficie de la Tierra. Puesto que el origen de energías potenciales se ha escogido de manera arbitraria, no será posible hablar en sentido absoluto de energía potencial, aunque se podrá emplear con toda propiedad el término *diferencia de energía potencial*.

Potencial. — Suponiendo un cuerpo de masa unidad colocado en un punto del campo gravitatorio, se define el *potencial* V en ese punto como el trabajo que realiza el campo gravitatorio para llevar, según una trayectoria cualquiera, esa masa unidad desde dicho punto hasta el origen de energías potenciales.

Según esto, la *diferencia de potencial* entre dos puntos A y B es el trabajo realizado por el campo gravitatorio para llevar la masa unidad del punto A al punto B.

Estos conceptos se aplican asimismo a los distintos campos de fuerzas conservativas.

En todo campo de fuerzas se llama *superficie equipotencial* o *de nivel* el lugar geométrico de los puntos que tienen el mismo potencial.

Principio de la conservación de la energía. — En el caso de fuerzas conservativas, una disminución de la energía potencial supone un incremento en la energía cinética y recíprocamente. Sea un punto material de masa m que pasa de B a A (*fig.* 63).

Si $E_{p,\,A}$ es la energía potencial en A y $E_{p,\,B}$ la energía potencial en B, la disminución de energía potencial supone la realización de un trabajo según **[8, 14]**. Éste aumenta la energía cinética de acuerdo con **[8, 10]**.

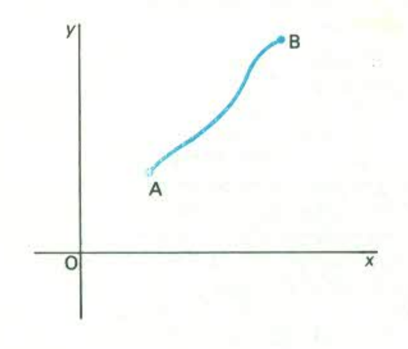


Fig. 63

Por tanto, llamando $E_{c,A}$ a la energía cinética en A y $E_{c,B}$ a la energía cinética en B, podemos escribir :

$$E_{p,B} - E_{p,A} = E_{c,A} - E_{c,B}$$

o sea,

$$(E_p + E_c)_B = (E_p + E_c)_A \qquad [8, 15]$$

La suma $E_p + E_c$ es la *energía mecánica* de la partícula en el punto que se considera y equivale a la energía total de dicha partícula.

La expresión **[8, 15]** representa el principio de conservación de la energía mecánica y demuestra que, *cuando las fuerzas son conservativas, la energía mecánica del punto material permanece constante*. En otras palabras, *la energía de la partícula se conserva*.

Choque elástico. — Un ejemplo de los principios de conservación de la cantidad de movimiento y de conservación de la energía mecánica es el del *choque elástico*, es decir, el que se produce entre dos cuerpos de tal manera que, al tener aquél una violencia suficientemente pequeña, éstos no sufren deformaciones permanentes y recobran su forma después del choque.

Supongamos el choque de dos esferas de masas m_1 y m_2, que se mueven según la recta que une sus centros con velocidades respectivas v_1 y v_2, siendo $v_1 > v_2$ (*fig.* 64). Siendo v_1 y v_2 las velocidades antes del choque, el problema consiste en averiguar las velocidades de dichas esferas después del choque que llamaremos v_1' y v_2'.

Por el principio de conservación de la cantidad de movimiento :

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2' \qquad [8, 16]$$

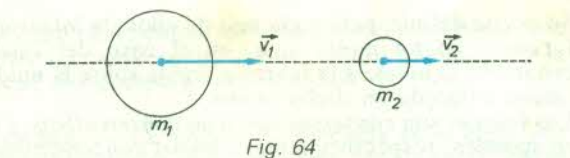


Fig. 64

y según el principio de conservación de la energía mecánica :

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2 \qquad [8, 17]$$

Podremos resolver el problema por medio de las ecuaciones **[8, 16]** y **[8, 17]** que escribiremos de la forma :

$$m_1(v_1 - v_1') = m_2(v_2' - v_2) \qquad [8, 18]$$

$$m_1(v_1^2 - v_1'^2) = m_2(v_2'^2 - v_2^2) \qquad [8, 19]$$

y, dividiendo la segunda por la primera, quedará :

$$v_1 + v_1' = v_2 + v_2'$$

Ésta, juntamente con la **[8, 18]**, forma un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas, del cual despejamos v_1' y v_2', obteniendo finalmente :

$$v_1' = \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_2 + \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1$$

$$v_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 - \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_2$$

Estas fórmulas dan la solución del problema. En el caso particular en que las esferas sean de igual masa, $m_1 = m_2$, tendremos $v_1' = v_2$ y $v_2' = v_1$.

9. — Máquinas simples

Plano inclinado. Palanca. Torno simple. Poleas. *Conjunto de poleas*. Rendimiento de una máquina.

Las *máquinas simples*, instrumentos empleados desde la más remota antigüedad, sirven para transmitir la acción de las fuerzas a las que están sometidas directamente, es decir, la potencia $\vec{P}$ y la resistencia $\vec{Q}$. La potencia es, por ejemplo, la fuerza ejercida por un obrero con la mano, y la resistencia es el peso de una carga. En el estudio de las máquinas simples en reposo no se tienen en cuenta los rozamientos. En algunos casos, se utilizan las máquinas simples en estado de equilibrio (por ejemplo, una palanca para mantener una carga levantada) con objeto de trasladar pesos. Cuando el desplazamiento es bastante lento, la potencia es ligeramente superior a la que se ejerce en estado de equilibrio, si el rozamiento no es considerable. Gracias al estudio del equilibrio se ve claramente el interés que tiene el empleo de estas máquinas simples.

Plano inclinado. — El *plano inclinado* consiste en una superficie plana que forma con el horizonte un ángulo mayor que 0^0 y menor que 90^0. Sea α el ángulo del plano inclinado. Un cuerpo colocado sobre él está sometido a tres fuerzas : el peso $\vec{P}$ del cuerpo, que es la resistencia, la reacción $\vec{N}$ del plano y la fuerza $\vec{F}$, es decir, la potencia. Ésta debe estar situada en el plano vertical que contenga la línea de máxima pendiente y que pase por el centro de gravedad del cuerpo. Está, por consiguiente, dirigida hacia arriba y, si se designa por β el ángulo que forma $\vec{F}$ con la línea de máxima pendiente, la condición de equilibrio, obtenida proyectando sobre dicha línea, es

$$F \cos \beta = P \operatorname{sen} \alpha. \text{ Si } \beta = O, \quad F = P \operatorname{sen} \alpha$$

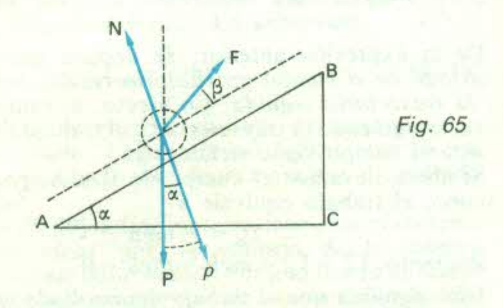


Fig. 65

F es sensiblemente inferior a P (*fig.* 65) y será tanto más pequeña cuanto menor sea α. No obstante, el trabajo de F es igual al de P.

En la práctica se coloca el cuerpo sobre ruedas o rodillos, para disminuir el rozamiento.

Palanca. — La *palanca* es una barra rígida que puede girar alrededor de un punto fijo llamado *fulcro* o punto de apoyo. Supongamos un sólido con un punto fijo O (*fig.* 66). Sea $\overrightarrow{AP}$ la potencia y $\overrightarrow{BQ}$ la resistencia. Las condiciones de equilibrio son las mismas que para cualquier sólido que pueda girar alrededor de un punto fijo y los momentos de $\overrightarrow{AP}$ y $\overrightarrow{BQ}$, con relación al punto fijo O, deben ser opuestos (no se tiene en cuenta el peso de la palanca). Por consiguiente, las fuerzas $\overrightarrow{AP}$ y $\overrightarrow{BQ}$ deben estar en un mismo plano que contenga O y tienden

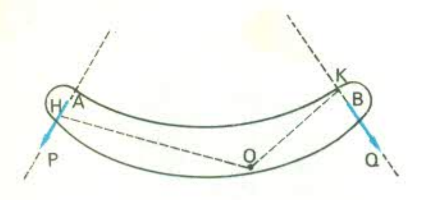


Fig. 66

a hacer girar la palanca en sentido contrario. Si OH y OK son las distancias de O a las líneas de acción de las fuerzas, se debe obtener

$$AP \cdot OH = BQ \cdot OK$$

OH y OK son los *brazos* de la palanca. De donde

$$AP = \frac{OK}{OH} \cdot BQ$$

Si $\frac{OK}{OH} < 1$, AP es menor que BQ y la relación $\frac{OK}{OH}$ demuestra la ventaja que supone el empleo de la palanca. El trabajo de la potencia es igual al realizado por la resistencia.

En la práctica, O, A y B están sensiblemente alineados y, según su disposición relativa, se distinguen tres géneros de palanca.

Una palanca es de *primer género* cuando O está situado entre A y B (*fig.* 67) [ej. palanca para levantar cargas, tijeras, tenazas]. Es de *segundo género* (*fig.* 67) cuando el

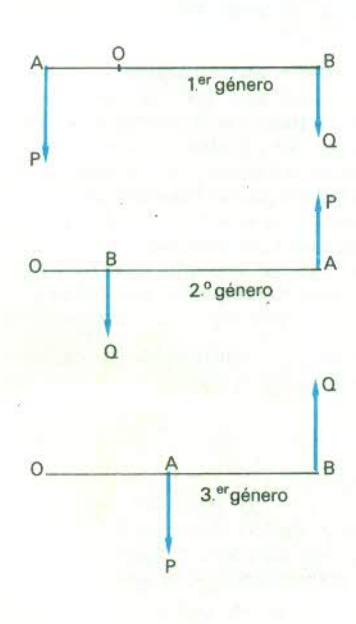


Fig. 67

punto de aplicación B de la resistencia está situado entre el punto fijo O y el de aplicación A de la potencia (ej. carretilla, cascanueces). Es de *tercer género* (*fig.* 67) cuando el punto de aplicación A de la potencia está situado entre el punto fijo O y el de aplicación B de la resistencia (ej. pinzas, pedal de una afiladora). En las palancas de tercer género, la resistencia es menor que la potencia. En el pedal de una afiladora lo interesante no es el equilibrio, sino el aspecto cinemático. Al ser igual la velocidad angular alrededor de O en A y en B, la velocidad lineal en A es mayor que la de B y se obtiene, gracias al pedal, una velocidad superior en la piedra de afilar.

Torno simple. — El *torno* consta de un cilindro, llamado *árbol* o *tambor*, cuyo eje descansa en dos soportes y que puede girar por medio de un manubrio solidario del mismo eje. La resistencia, que normalmente consiste en un peso que hay que levantar, actúa en el extremo de una cuerda que se enrolla sobre el tambor. Sea r el radio de ese tambor (*fig.* 68). La potencia actúa

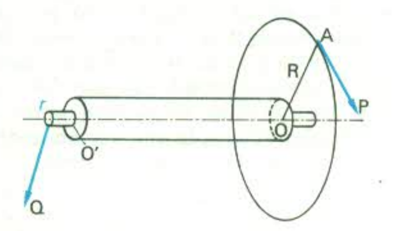


Fig. 68

tangencialmente a una circunferencia cuyo plano es perpendicular al eje del torno y cuyo radio R es mayor que el del tambor r. Esta circunferencia se materializa por una rueda, una manivela o una palanca acodada que atraviesa el tambor por su eje longitudinal.

Para hallar la condición de equilibrio, es suficiente expresar que el momento resultante de las fuerzas directamente aplicadas con relación al eje es nulo. El peso del tambor no interviene, ya que resulta equilibrado por el eje. Se obtiene

$$P \cdot R = Q \cdot r$$

$$P = Q \frac{r}{R}$$

La relación $\frac{r}{R}$ demuestra el interés que tiene el empleo del torno. El trabajo de la potencia P es igual al de la resistencia Q.

Máquina análoga al torno es el *cabrestante* (*fig.* 69).

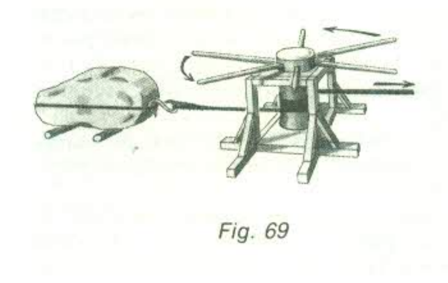


Fig. 69



Fig. 70

Poleas. — *Conjunto de poleas.* — La *polea* es un disco de madera o metal que puede girar alrededor de su eje y cuya periferia lleva una garganta o canal por el cual pasa una cuerda o cadena. Suele estar montada en un soporte, llamado *armadura* o *bastidor*. Se dice que la polea es *fija* cuando su eje lo es. La potencia se ejerce en uno de los extremos de la cuerda y la resistencia Q en el otro (*fig.* 70). Conociendo los momentos de estas dos fuerzas respecto al eje, se ve que P = Q. La ventaja de la polea fija consiste en cambiar la dirección de la fuerza.

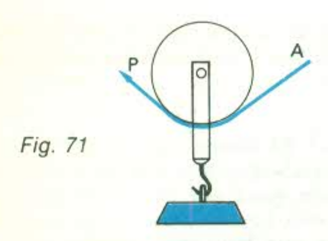


Fig. 71

La polea *móvil* está sostenida por una cuerda, que tiene uno de sus extremos sujeto a un punto fijo A (*fig.* 71). La potencia se aplica en el otro extremo (en general por medio de una polea fija). La resistencia, que es normalmente un peso que hay que levantar, actúa sobre la armadura de la polea mediante un gancho.

Las fuerzas que actúan sobre una polea móvil son la potencia $\overrightarrow{BP}$ (*fig.* 72), aplicada en un extremo de la

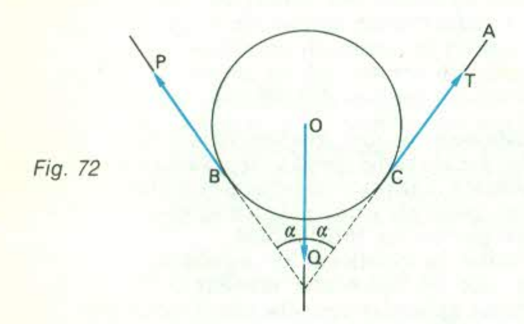


Fig. 72

cuerda, la resistencia OQ, aplicada en el centro de la polea, y la tensión $\overrightarrow{CT}$ del extremo de la cuerda sujeto en el punto A. La suma de los momentos de estas fuerzas respecto al punto O es nula; o sea, BP = CT y, proyectando sobre la vertical que pasa por el punto O, se obtiene

$$\overrightarrow{BP} = \frac{\overrightarrow{OQ}}{2 \cos \alpha}$$

Si las dos partes o extremos de la cuerda son paralelos, $\overrightarrow{BP} = \frac{\overrightarrow{OQ}}{2}$. La potencia que actúa sobre un extremo equivale a la mitad de la resistencia o del peso que hay que levantar. El empleo de la polea móvil es interesante por la solidez del punto fijo A, sobre el cual se ejerce la tensión $\overrightarrow{CT}$. El trabajo que realiza la potencia $\overrightarrow{BP}$ es igual al de la resistencia $\overrightarrow{OQ}$.

Se llama *aparejo* o *polipasto* un sistema de varias poleas con el cual se multiplica la fuerza ejercida sobre una cuerda (*fig.* 73).

Los ramales de la cuerda son prácticamente paralelos y, según la teoría de la polea simple, tienen todos una tensión igual a la potencia P. La resistencia Q está, por

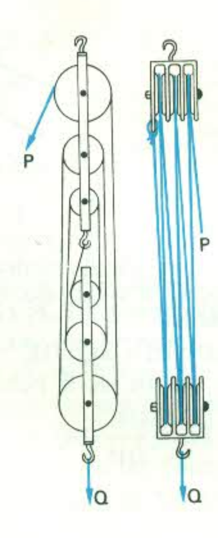


Fig. 73

consiguiente, equilibrada por *n* fuerzas paralelas de intensidad P, siendo *n* el número de ramales o, lo que es lo mismo, el número total de poleas.

Se tiene así $Q = nP$, $P = \frac{Q}{n}$

Esta relación demuestra el interés que tiene el empleo de los polipastos.

Las *cabrias* y las *grúas* no son más que combinaciones de máquinas simples.

Rendimiento de una máquina. — El *trabajo motor* T_m es el desarrollado por la potencia y el *trabajo resistente* T_r el debido a la resistencia. En realidad no todo el trabajo motor se emplea de forma útil, porque gran parte se pierde necesariamente en vencer rozamientos, en choques y en poner en movimiento los diferentes órganos de las máquinas. Según esto, el trabajo resistente resulta de la suma de dos términos : el *trabajo útil* T_u, o parte aprovechable, y el *trabajo perdido* T_p, debido a rozamientos, etc. Tendremos, por tanto :

$$T_m = T_r = T_u + T_p$$

Por definición, el rendimiento η de una máquina es igual al cociente entre el trabajo útil y el trabajo motor

$$\eta = \frac{T_u}{T_m}$$

El rendimiento es siempre menor que la unidad, ya que el trabajo útil, por las pérdidas mencionadas anteriormente, resulta siempre más pequeño que el trabajo motor. La calidad de una máquina es tanto mayor cuanto más se aproxime su rendimiento a la unidad.

Gravedad

Reseña histórica. — Desde la Antigüedad se observó que los cuerpos caían con una velocidad creciente, pero, mientras que ARISTÓTELES (384-322 a. de J. C.) sostenía que ésta era proporcional al peso del cuerpo considerado, otros, como EPICURO (341-270 a. de J. C.) y el romano LUCRECIO (¿98?-55 a. de J. C.), afirmaban que todos los objetos caerían con la misma rapidez si estuvieran en el vacío y que la diferencia de velocidad se debía únicamente a la resistencia del medio.

Galileo (1564-1642) descubrió en 1602 las leyes de caída de los cuerpos, confirmadas más tarde por los trabajos de **Huygens** (1629-1695), e Isaac **Newton** (1642-1727) demostró luego que la gravedad no era más que un caso particular de la atracción universal. Posteriormente el inglés George **Atwood** (1746-1807) midió la constante que interviene en los fenómenos gravitatorios, y el francés Arthur **Morin** (1795-1880) construyó el primer aparato para estudiar la caída de los cuerpos.

En la teoría del péndulo sobresalieron Galileo y Huygens, junto a otros como el inglés George **Graham** (1673-1751), inventor del escape para los relojes, el francés Julien LEROY (1686-1759) y sobre todo su compatriota Léon **Foucault** (1819-1868), quien consiguió demostrar la rotación de la Tierra gracias a un péndulo suspendido desde lo alto de la cúpula del Panteón de París, y el suizo Charles-Edouard GUILLAUME (1861-1938).

La Hidrostática se inició con **Arquímedes** (¿287?-¿212? a. de J. C.) y su célebre principio, confirmado siglos más tarde por SIMÓN DE BRUJAS (1548-1620). El gran impulsor de esta ciencia fue el francés Blaise **Pascal** (1623-1662) que estableció el principio de transmisión de las presiones, que lleva su nombre, e hizo posible la posterior construcción de la prensa hidráulica.

Evangelista **Torricelli** (1608-1647) realizó un experimento con un tubo de mercurio, que puso de manifiesto la existencia de la presión atmosférica, e inventó el barómetro. El inglés Robert **Boyle** (1627-1691) estudió la relación entre volumen de aire y presión, mientras que el francés Edme **Mariotte** (¿1620?-1684) llegaba simultáneamente a las mismas conclusiones, expresadas en la ley de Boyle-Mariotte. Otro francés, Pierre VARIGNON (1654-1722), construyó un manómetro de líquido, perfeccionado por su compatriota Eugène BOURDON (1808-1884), autor de un manómetro metálico.

La Hidrodinámica, creada por Torricelli, fue cultivada también por Daniel BERNOULLI (1700-1782), Leonhard EULER (1707-1783), Jean Le Rond D'ALEMBERT (1717-1783) y Louis de LAGRANGE (1736-1813). Leonardo de VINCI (1452-1519) descubrió la capilaridad, desarrollada posteriormente por el inglés Thomas **Young** (1773-1829), el francés Pierre Simon de **Laplace** (1749-1827) y el alemán Karl Friedrich **Gauss** (1777-1855), autor este último de la fórmula fundamental de la tensión superficial. Finalmente, el alemán Otto de **Guericke** (1602-1686) construyó la primera máquina neumática y efectuó el famoso experimento de los hemisferios de Magdeburgo.

10. — Medida de masas

Masa pesante. *Peso de los cuerpos.* Dirección de la gravedad. *Plomada.* Caída de los cuerpos. *Ley de la caída en el vacío. Métodos indirectos para el estudio de la caída de los cuerpos. Método del plano inclinado de Galileo.* Igualdad de la masa pesante y de la masa inerte. Definición de la balanza. Diversos tipos de balanzas. Teoría de la balanza. Método de simple pesada. Exactitud. Sensibilidad. Fidelidad. Método de doble pesada. Caja de pesas. Masa y peso específicos. Densidad relativa.

Masa pesante. — *Peso de los cuerpos.* — Anteriormente se señaló que la Tierra ejerce una atracción sobre los cuerpos, llamada *peso*, y se habló, en la Dinámica, de la *masa inerte*. A continuación se van a tratar con más detalles los conceptos de masa y peso.

Es necesario hacer un esfuerzo para suspender una carga que da la impresión de ser atraída por el suelo, puesto que, si se suelta, cae y, si se cuelga de un muelle, éste se deforma. Además, cuando se lanza una piedra en dirección vertical hacia arriba, el movimiento de ésta va disminuyendo hasta cesar por completo y la piedra vuelve finalmente a caer al suelo.

Como se denomina fuerza a toda causa capaz de provocar o modificar el movimiento de un cuerpo, o de producir la deformación del mismo, se puede decir que, en la proximidad de la Tierra, todo cuerpo está sometido a una fuerza llamada *fuerza de gravedad* o peso del cuerpo.

El *peso de un cuerpo*, representado por un vector, está caracterizado, como su fuerza, por cuatro elementos : punto de aplicación, dirección, sentido e intensidad.

Cuando las dimensiones de un cuerpo son suficientemente pequeñas para que éste pueda asimilarse a un punto, el punto de aplicación de la gravedad coincide con el propio punto material.

Supongamos el siguiente experimento : por medio de un dinamómetro determinamos la fuerza de la gravedad sobre dos cuerpos A y A' colocados en diferentes puntos 1, 2, 3, ... Para el cuerpo A, obtenemos los valores $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$, ..., y para el cuerpo A', los valores $\vec{P}'_1$, $\vec{P}'_2$, $\vec{P}'_3$, ... Vemos que se cumple la relación

$$\frac{P_1}{P'_1} = \frac{P_2}{P'_2} = \frac{P_3}{P'_3} = \ldots = \text{constante}$$

lo cual significa que *el cociente de los pesos de dos cuerpos medidos en el mismo punto no depende del punto elegido*; sin embargo, al elegir cuerpos diferentes, el cociente no es el mismo, luego *dicho cociente depende de los dos cuerpos*. Podemos escribir para los cuerpos A y A'

$$\frac{P_1}{P'_1} = \frac{m_p}{m'_p}$$

donde m_p y m'_p son magnitudes características de cada cuerpo, que llamaremos *masa pesante* o *gravitatoria* del mismo.

Si ahora hallamos el peso de varios cuerpos A, A', A", ..., en dos puntos determinados 1 y 2, obtendremos los resultados $\vec{P}_1$, $\vec{P}'_1$, $\vec{P}''_1$, ... y $\vec{P}_2$, $\vec{P}'_2$, $\vec{P}''_2$, ... y veremos que se verifica :

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{P'_1}{P'_2} = \frac{P''_1}{P''_2} = \ldots = \text{constante}$$

es decir, *el cociente entre los pesos de un cuerpo en dos puntos no depende de éste, sino de los puntos* 1 *y* 2 *elegidos*, ya que para otros puntos, la constante es diferente. Por tanto

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{g_1}{g_2}$$

donde $\vec{g}_1$ y $\vec{g}_2$ son magnitudes que dependen de los puntos elegidos. A la magnitud $\vec{g}$ característica del lugar la denominamos *intensidad de la gravedad*.

Estos experimentos demuestran, por consiguiente, que el peso de un cuerpo es proporcional a la masa pesante del mismo y a la intensidad de la gravedad, es decir,

$$\vec{P} = K m_p \vec{g}$$

y, escogiendo un sistema de unidades adecuado, podemos hacer que la constante K sea igual a la unidad, con lo cual

$$\vec{P} = m_p \vec{g} \qquad \textbf{[10, 1]}$$

relación de la que deducimos que $\vec{g}$ *representa la fuerza con que la Tierra atrae a la unidad de masa pesante en un punto determinado.*

Dirección de la gravedad. — *Plomada.* — Si se cuelga una esferita de plomo del extremo de un hilo largo y flexible, constituyendo así una *plomada*, se observa que aquélla permanece inmóvil. Se encuentra en reposo porque las fuerzas que actúan sobre ella están equilibradas. Estas fuerzas, que son el peso del plomo y la tensión del hilo ejercida en la misma dirección, sólo pueden estar en equilibrio si son iguales y directamente opuestas. Por lo tanto, basta determinar con precisión la dirección del hilo extendido para conocer la dirección de la fuerza de la gravedad. Por medio de una escuadra se comprueba que la dirección del hilo es perpendicular a la superficie de un líquido en reposo y se le denomina, por definición, *vertical* (*fig.* 74).

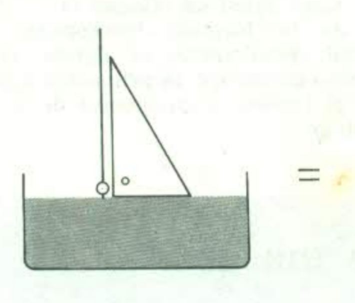


Fig. 74

Se llega así a la conclusión de que la gravedad es una fuerza vertical dirigida de arriba abajo. Como la superficie de un líquido en reposo, siempre que no sea de gran extensión, es plana, se puede decir que, en una región de dimensiones limitadas, todas las direcciones de la plomada son prácticamente paralelas.

Caída de los cuerpos. — Cuando se abandona un cuerpo a sí mismo se pone en movimiento hacia el suelo y cae. Esta caída se debe a la acción de su peso que, como ya se ha visto, conserva una intensidad, una dirección y un sentido constantes durante toda la caída.

Para estudiar el movimiento de caída de un cuerpo es preciso determinar la altura y la velocidad.

Si se designa por h la altura de caída y por t el tiempo de caída, se trata de encontrar una relación matemática entre h y t que permita determinar h para cada valor de t, o inversamente; esta relación, $h = F(t)$, se denomina *ley de los espacios*, y se llama *ley de las velocidades* la relación $v = f(t)$, que establece un vínculo entre la velocidad adquirida y la duración de la caída. Se desconocía a priori si la ley de los espacios y la de las velocidades eran las mismas para todos los cuerpos.

Cuando un objeto cae, la ley de los espacios y la de las velocidades varían de un cuerpo a otro; por ejemplo, un pedazo de plomo y una hoja de papel, soltados en el mismo instante, llegan al suelo en momentos muy diferentes y con velocidades también muy distintas.

Ley de la caída en el vacío. — Galileo y Newton demostraron que estas diferencias se deben a la resistencia que ejerce el aire sobre los cuerpos y que varía con la forma y dimensiones de los mismos. El segundo de estos dos físicos puso de manifiesto, en particular, que los cuerpos que caen en el vacío lo hacen todos según las mismas leyes (*fig.* 75).

Para estudiar el movimiento de caída bajo la sola acción de la gravedad, será necesario, por consiguiente, operar en el vacío o, por lo menos, conseguir que las fuerzas de rozamiento del aire sean despreciables con respecto a la gravedad. Como ésas aumentan con la superficie y la velocidad, se utilizarán cuerpos de mucho peso y

METODICO P.292

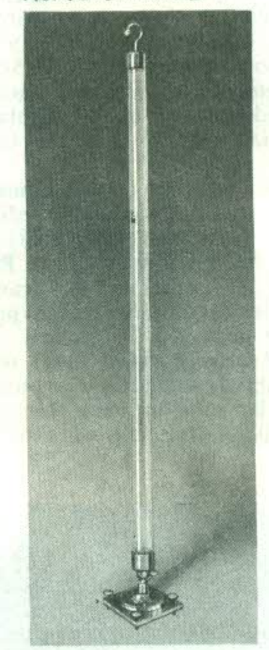


Fig. 75.

Tubo de Newton para estudiar la caída de los cuerpos en el vacío.

dimensiones reducidas y se escogerán velocidades no demasiado grandes.

Métodos indirectos para el estudio de la caída de los cuerpos. — Se han empleado diferentes métodos indirectos para determinar las leyes de la caída de los cuerpos, basados en la observación de que, siendo la gravedad una fuerza de magnitud, dirección y sentido constantes, un movimiento de caída representa en realidad un caso particular del movimiento causado por una fuerza de magnitud, dirección y sentido constantes. Utilizando estas fuerzas, siempre que sean menores que el peso del cuerpo, el movimiento será de la misma naturaleza, pero bastante lento para que pueda estudiarse directamente.

Método del plano inclinado de Galileo. — Se denomina *plano inclinado* el plano que forma un ángulo determinado α con el plano horizontal (*fig.* 76). Un cuerpo pesado resbala a lo largo de dicho plano; se dice

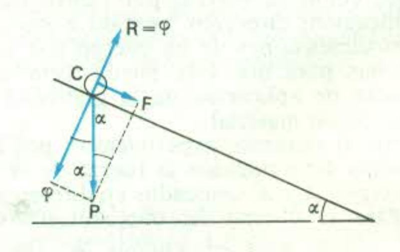


Fig. 76

que no hay frotamiento cuando la acción del plano sobre el cuerpo es una fuerza perpendicular al plano que no se opone al desplazamiento. De modo experimental es posible utilizar un tablón liso enjabonado. Se puede sustituir el rozamiento producido durante el resbalamiento

por otro provocado por el rodamiento, que es menor, dejando rodar una bola de poco peso por una ranura inclinada; pero, en este caso, es necesario hacer una corrección para obtener medidas precisas, porque la rotación de la bola reduce la velocidad del movimiento del centro de gravedad. Se escoge generalmente un carrillo pesado con ruedas ligeras y pequeñas, cuya influencia sobre el movimiento de traslación es despreciable. El tiempo de caída puede medirse por medio de contactos eléctricos a la salida y a la llegada, o con un diapasón, cuyas oscilaciones se registran sobre una placa ahumada situada en el carrillo.

Cuando la inclinación es bastante pequeña, el movimiento es suficientemente lento para que se observe de modo directo. El cuerpo móvil C (*fig.* 76) está sometido a la reacción R del plano, que es, por hipótesis, perpendicular al plano y a su peso. El peso P puede descomponerse en dos fuerzas : una, f, paralela a la línea de máxima pendiente del plano, y la otra, φ, perpendicular al plano. Ésta queda neutralizada por la reacción R, puesto que el cuerpo no se hunde en el plano, que se supone bastante rígido. Puede considerarse, por consiguiente, el cuerpo como un móvil sometido a la acción de la única fuerza f. De la figura se desprende que f es igual a P sen α, es decir, menor que P, ya que el seno de cualquier ángulo es siempre inferior a la unidad y tanto más pequeño cuanto menor sea α.

Esta fuerza es, además, de intensidad, dirección y sentido constantes. Cuando las inclinaciones son pequeñas, es fácil determinar los pares de valores correspondientes a los espacios recorridos y a los tiempos empleados en recorrerlos; se comprueba que estos valores se expresan según una relación de la forma $l = \frac{1}{2} at^2$, donde a es una constante, es decir, que el movimiento es uniformemente acelerado.

La aceleración a depende de la inclinación del plano y se demuestra que es proporcional al seno del ángulo :

$$\frac{a}{\text{sen } \alpha} = \text{constante}$$

El experimento se realiza sólo con planos inclinados de ángulos bastante pequeños. Sin embargo, si se admite que los resultados obtenidos son válidos para $\alpha = 90^0$, se llega a la conclusión de Galileo según la cual el movimiento de caída libre es también uniformemente acelerado; la aceleración en caída libre es, por otra parte, igual al valor común de la relación $\frac{a}{\text{sen } \alpha} = \frac{g}{\text{sen } 90^0} = g$.

Igualdad de la masa pesante y de la masa inerte. — Según la experiencia anterior, es decir, considerando que el peso causa un movimiento acelerado de aceleración $\vec{a}$, se puede relacionar P con la masa inerte del cuerpo por medio de la ecuación fundamental de la Dinámica, obteniendo

$$\vec{P} = m_i\vec{a} \qquad \textbf{[10, 2]}$$

Igualando **[10, 1]** y **[10, 2]**, se tendrá

$$m_p\vec{g} = m_i\vec{a} \qquad \textbf{[10, 3]}$$

En el caso de otro cuerpo de masa pesante m'_p y masa inerte m'_i, colocado en el mismo punto para que $\vec{g}$ y $\vec{a}$ tengan el mismo valor que antes, se tendrá :

$$m'_p\vec{g} = m'_i\vec{a} \qquad \textbf{[10, 4]}$$

y dividiendo miembro a miembro **[10, 3]** y **[10, 4]** se tiene

$$\frac{m_p}{m'_p} = \frac{m_i}{m'_i} \qquad \textbf{[10, 5]}$$

lo cual significa que las masas pesante e inerte de un cuerpo son proporcionales. Tomando como unidad de masa pesante para un cuerpo la unidad de masa inerte del mismo, se expresarán las dos con idéntico número, es decir, $m_p = m_i$. Entonces $g = a$, lo que se expresa diciendo que *los cuerpos caen en el vacío con una aceleración igual a la intensidad de la gravedad.* En lo sucesivo, se hablará simplemente de masa de un cuerpo, sin especificar si se trata de la pesante o de la inerte.

Gracias al péndulo se ha conseguido medir g con una precisión que alcanza la millonésima y, al mismo tiempo, se han puesto en evidencia las *variaciones* de g en la superficie de la Tierra. Estas últimas pueden ser *sistemáticas* o *accidentales*. De una manera general, g aumenta en función de la latitud y disminuye con la altura; a estas variaciones sistemáticas se sobreponen variaciones locales accidentales. A continuación se indican algunos valores de g en diferentes lugares :

Ecuador, al nivel del mar	978,030 cm/s^2
Madrid	980,000
Latitud de 45^0, al nivel del mar	980,616
Observatorio de París (suelo)	980,943
Polo	983,216

Estas cifras muestran que, desde el Ecuador hasta el Polo, g aumenta aproximadamente en la 1/200ª parte de su valor.

Definición de la balanza. — Se denominan *balanzas* unos aparatos, de construcción muy diversa, que sirven para la medida absoluta de las masas y la medida relativa de los pesos. Consisten en realidad en una palanca de primer género con dos brazos de igual longitud. Esta palanca o sólido de revolución se llama *cruz* y puede llevar en sus extremidades dos pesos P_1 y P_2. Este aparato permite conocer la relación $\frac{P_1}{P_2}$. Como $P_1 = m_1 g$ y $P_2 = m_2 g$, al dividir se tiene $\frac{P_1}{P_2} = \frac{m_1}{m_2}$.

TEOREMA. — *La condición necesaria y suficiente para que un cuerpo sólido, móvil alrededor de un eje, esté en equilibrio es que la suma de los momentos de las fuerzas, con respecto al eje, que tienden a hacer girar el cuerpo en un sentido, sea igual a la suma de los momentos de las fuerzas que tienden a hacerle girar en sentido contrario.*

Conociendo m_1, se deduce m_2, pero el conocimiento de P_1 y P_2 exige el de la aceleración g de la gravedad en el lugar de la medida.

Diversos tipos de balanzas. — Al ser muy numerosos, resulta imposible describir todos los tipos de balanzas existentes. Varían según la magnitud de las masas que hay que comparar y la forma y volumen de los cuerpos que se han de pesar. Sin embargo, para que sean de buena calidad, deben reunir ciertas características y emplearse según determinados métodos, como se va a demostrar con el estudio de un modelo particular utilizado corrientemente por físicos, químicos y farmacéuticos.

Las balanzas de laboratorio constan esencialmente de una pieza sólida, denominada *cruz*, que se mueve alrededor de un eje horizontal. Este último está constituido por la arista de un prisma triangular de acero duro *(cuchillo)* en el interior de la cruz (*fig.* 77). La arista del cuchillo descansa en un plano horizontal de acero duro o de ágata, situado en la parte superior de una columna de soporte, montada, directamente o por medio de un zócalo, sobre tres tornillos de ajuste que permiten obtener la horizontalidad absoluta del plano que sirve de apoyo. La cruz de la balanza lleva además en sus extremos sendos cuchillos, de los cuales cuelgan platillos iguales en los que se colocan las masas que hay que comparar. Al centro de aquélla va unida una larga aguja, llamada *fiel*,

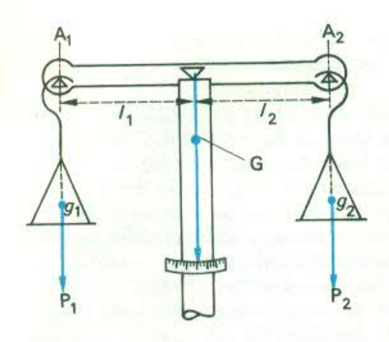


Fig. 77

que marca en un limbo, o cuadrante graduado, la inclinación mayor o menor de los brazos y que señala el cero cuando la balanza está en equilibrio.

Teoría de la balanza. — Sin los platillos, la cruz adopta una posición de equilibrio (reposo). Está sometida a su peso, aplicado en su centro de gravedad G, y a las fuerzas de reacción del soporte sobre la arista del cuchillo; estas últimas, al encontrarse con el eje, tienen momentos nulos; para conseguir el equilibrio será, por consiguiente, necesario y suficiente que el momento del peso de la cruz con respecto al eje sea nulo, lo que requiere que el peso de la cruz (fuerza vertical) encuentre el eje, es decir, que el centro de gravedad de la cruz esté en el plano vertical de la arista del cuchillo. Cuando se cumple esta condición, el fiel señala el cero en el limbo graduado.

La teoría de la balanza es particularmente sencilla si las aristas de los dos cuchillos de las extremidades son paralelas a la del cuchillo central y si están situadas en un mismo plano horizontal cuando la balanza está en el punto cero.

Se denominan *brazos de la cruz* las distancias l_1 y l_2 de la arista del cuchillo central C a las aristas A_1 y A_2 de los cuchillos de las extremidades representadas en el dibujo de la figura 78.

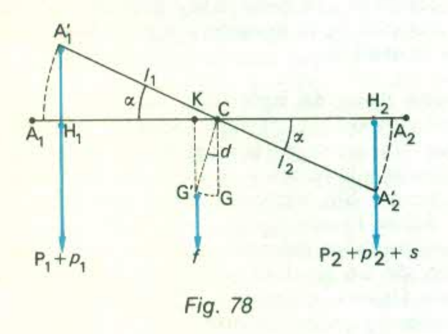


Fig. 78

Al colgar los platillos, cada uno de ellos adopta una posición de equilibrio; teniendo en cuenta que un platillo es un cuerpo sólido móvil alrededor de un eje, resultará de lo anterior que, en esta posición de equilibrio, el centro de gravedad de cada platillo se encuentra en el plano vertical de la arista de su cuchillo de suspensión; la situación es la misma que si el peso de cada platillo se aplicara directamente a esta arista.

Los pesos de los platillos p_1 y p_2 se escogen de forma que, al colgarlos vacíos, el fiel de la balanza señale el cero. Para ello se aplica el teorema anteriormente mencionado expresando la igualdad de los momentos de las fuerzas que tienden a hacer girar el sistema en sentidos opuestos.

El peso p_1 del platillo 1 se aplica en A_1, y su momento con respecto al eje es $p_1 l_1$; el peso del platillo 2 se aplica en A_2, y su momento con respecto al eje es $p_2 l_2$; el momento del peso de la cruz es nulo, porque en la posición cero de la balanza el centro de gravedad de la cruz está situado en el plano vertical de la arista del cuchillo C; por consiguiente, la condición para que el fiel de la balanza marque el cero, estando los platillos vacíos, será $p_1 l_1 = p_2 l_2$. **[10,6]**

Los fabricantes procuran satisfacer este requisito y si, al colgar los platillos vacíos, el fiel no señala el cero colocan en uno de los platillos la sobrecarga adecuada.

Método de simple pesada. — Un método usual de pesada, denominado de *simple pesada*, consiste en colocar el cuerpo que hay que pesar en uno de los platillos, por ejemplo el platillo 1, poniendo en el otro masas conocidas hasta que la aguja marque el cero.

Cuando se coloca un cuerpo de peso P_1 en el platillo 1, éste toma una posición de equilibrio, para lo cual el centro de gravedad del sistema constituido por el platillo y el cuerpo está situado en el plano vertical de la arista A_1; por consiguiente puede considerarse que el peso $P_1 + p_1$ está aplicado en A_1 y el peso $P_2 + p_2$ se aplica en A_2.

Expresemos que la balanza está en equilibrio y que el fiel señala el cero. Se tendrá

$$(P_1 + p_1)l_1 = (P_2 + p_2)l_2 \qquad \textbf{[10, 7]}$$

pero, teniendo en cuenta **[10, 6]**, esta condición se reduce a

$$P_1 l_1 = P_2 l_2. \qquad \textbf{[10, 8]}$$

Si $l_1 = l_2$, se tendrá $P_1 = P_2$ y $m_1 = m_2$.

Exactitud. — Una balanza es *exacta* cuando, al colocar en sus platillos masas iguales, se queda en equilibrio. Para que esto ocurra se requiere que los brazos de la cruz sean rigurosamente iguales.

Es prácticamente imposible realizar esta condición y, para efectuar medidas de gran precisión, se suelen emplear métodos especiales de pesada.

Antes de utilizar una balanza debe comprobarse el grado de exactitud que tiene. Para ello se escogen dos pesos P_1 y P_2 de tal manera que el fiel señale el cero, con lo cual se cumple la condición **[10, 8]**; después se cambian los pesos de platillo y, si el fiel vuelve a marcar el cero, se obtiene también $P_2 l_1 = P_1 l_2$; por consiguiente, sumando la anterior y la **[10, 8]** se obtiene forzosamente la igualdad $(P_1 + P_2)\, l_1 = (P_1 + P_2)\, l_2$, es decir, $l_1 = l_2$, lo que indica que la balanza es exacta.

Se verá a continuación que es posible hacer pesadas exactas con una balanza que no lo sea, a condición de que ésta sea sensible y fiel.

Sensibilidad. — Una balanza es *sensible* cuando se inclina la cruz de un modo apreciable al poner en uno de los platillos un pequeño peso adicional. Suponiendo que la balanza marca el cero cuando tiene los pesos P_1 y P_2 en los platillos, se añade una pequeña sobrecarga s en el platillo P_2; si el fiel se desplaza ante el limbo graduado, girando un ángulo α apreciable, se dirá que la balanza es sensible a esta sobrecarga. Empleando sucesivamente pesas cada vez más pequeñas se determinará el valor de la sobrecarga a partir de la cual el fiel deja de desplazarse de manera visible, valor que equivale al del error absoluto que se cometerá en las medidas. Es conveniente que éste sea mínimo, es decir, que para la sobrecarga más reducida posible el fiel de la balanza gire el mayor ángulo posible.

La sensibilidad S de una balanza se define, por consiguiente, por la relación $S = \frac{\alpha}{s}$. Según esta definición,

la sensibilidad de una balanza será mayor cuanto mayor sea el ángulo de rotación del fiel con una misma sobrecarga, o bien cuanto más pequeña sea la sobrecarga necesaria para producir un mismo ángulo de rotación. Se ve fácilmente (*fig.* 78) de qué elementos depende la sensibilidad de una balanza. Supongamos que, con los pesos P_1 y P_2 de los platillos, el fiel señala el cero : se tendrá la relación $(P_1 + p_1)\, l_1 = (P_2 + p_2)\, l_2$; coloquemos una sobrecarga s en el platillo 2, la cruz se inclinará; sea α el ángulo de inclinación (igual al ángulo de rotación del fiel) cuando la balanza se para en su nueva posición; el punto A_1 ocupa el lugar de A_1' y A_2 el de A_2' y el centro de gravedad de la cruz G se sitúa en G'. Expresando la condición de equilibrio se tendrá :

$$(P_1 + p_1)\, CH_1 + f \cdot CK = (P_2 + p_2 + s) \cdot CH_2 \quad \text{o}$$
$$(P_1 + p_1)\, l_1 \cos \alpha + f \cdot d \,\text{sen}\, \alpha = (P_2 + p_2 + s)\, l_2 \cos \alpha$$

llamando d a la distancia CG, lo que puede simplificarse si se tiene en cuenta **[10, 7]** :

$$f \cdot d \,\text{sen}\, \alpha = s l_2 \cos \alpha, \text{ de donde}$$
$$\frac{\text{tg}\, \alpha}{s} = \frac{l_2}{f \cdot d}$$

Para las sobrecargas pequeñas, el ángulo α es pequeño y su valor en radianes es prácticamente igual al de tg α ; se tendrá, por consiguiente,

$$S = \frac{l}{f \cdot d} \qquad \textbf{[10, 9]}$$

siendo l la longitud de uno de los brazos de la cruz.

Esta relación muestra que la sensibilidad varía en razón inversa de la distancia d del centro de gravedad de la cruz a la arista del cuchillo. Se aumenta la sensibilidad disminuyendo esta distancia, para lo cual las balanzas de precisión llevan en la cruz, encima del cuchillo central, un tornillo con una tuerca; haciendo subir o bajar esta última se eleva o desciende el centro de gravedad de la cruz, con lo que se regula la sensibilidad.

Con el aumento de la sensibilidad de la balanza se va incrementando la duración de las oscilaciones de la misma y, por consiguiente, el tiempo necesario para efectuar una pesada. Este inconveniente se remedia con un dispositivo de amortiguamiento, pero, incluso con un amortiguador, d no puede disminuir más allá de cierto límite, ya que, en caso contrario, tg α sería infinitamente grande para la menor sobrecarga, y la cruz adoptaría una inclinación de 90^0 (balanza « loca »).

La fórmula **[10, 9]** indica que para mejorar la sensibilidad conviene aumentar la longitud y disminuir el peso de la cruz. Pero estas dos condiciones son contradictorias, ya que si la cruz es más larga es también más pesada. Se ha demostrado experimentalmente que es preferible utilizar cruces cortas, ligeras y triangulares, porque éstas evitan deformaciones mecánicas. En los cálculos anteriores se ha supuesto que la cruz no era deformable, puesto que se ha considerado que las longitudes l_1 y l_2 seguían siendo las mismas cualesquiera que fuesen los pesos P_1 y P_2.

En la realidad no sucede así y, por lo tanto, la sensibilidad depende parcialmente de la carga de los platillos. Cuando se trata de medidas de precisión, las pesadas se efectúan todas con carga constante.

Fidelidad. — Una balanza es *fiel* si, al colocar en uno de los platillos la misma masa varias veces, indica siempre una cantidad semejante, es decir, cuando el cociente $\frac{l_1}{l_2}$ permanece rigurosamente constante, para lo cual es necesario que la cruz sea rígida, para suprimir todo riesgo de deformación accidental y cualquier flexión bajo el efecto de una carga demasiado pesada; que las variaciones de temperatura afecten igualmente a los dos brazos de la cruz; y que las aristas de los cuchillos sean muy finas y paralelas, porque, en caso contrario, el brazo de palanca de las fuerzas aplicadas sobre los cuchillos laterales sufriría variaciones anormales.

Método de doble pesada. — Se coloca en uno de los platillos, el 1, por ejemplo, el cuerpo que se ha de pesar, y en el 2 un peso T o *tara*, conocido o no, pero mayor que el del cuerpo. Para que el fiel de la balanza marque el cero, se ponen al lado del cuerpo las pesas necesarias; sea P la suma de éstas y C el peso del cuerpo. En el platillo 1 se sustituye el cuerpo por pesas hasta que el fiel señale de nuevo el cero; sea P' la suma de las pesas que equilibren la tara. Las ecuaciones de equilibrio serán

$$(P + C)\, l_1 = T l_2 \text{ y } P' l_1 = T l_2 \text{ e, igualándolas,}$$
$$(P + C)\, l_1 = P' l_1, \text{ de donde } C = P' - P$$

Se ve que por este método se obtienen resultados exactos incluso si los brazos de la cruz son desiguales, pero es imprescindible que la balanza sea fiel, ya que se hacen dos pesadas sucesivas.

Caja de pesas. — Cualquiera que sea el método de pesada empleado, es necesario disponer de cuerpos cuya masa se haya determinada comparándola con el kilogramo patrón. Éstos reciben el nombre de *pesas* y se agrupan en series, llamadas *cajas de pesas*, constituidas de tal manera que, con un mínimo de aquéllas, puedan obtenerse todas las masas posibles, de unidad en unidad, por ejemplo, de gramo en gramo, de kilogramo en kilogramo, etc.

La composición de una caja de pesas que permita efectuar todas las pesadas, con una aproximación de un gramo, será la siguiente :

Valor de las pesas en gramos	1,2, 5, 10, 20, 50
Número de pesas para cada valor	1,2, 1, 2, 1, 1

Las pesas cuyo valor oscila entre 50 g y 50 kg son bloques de fundición que tienen forma de pirámide truncada y están provistos de un anillo.

Las que van de 1 g a 50 g son cilindros de latón o de acero inoxidable con un botón en la parte superior.

Para los pesos inferiores al gramo se utilizan laminitas de platino, de acero inoxidable o de aluminio, que deben manipularse con pinzas.

Masa y peso específicos. — Para un volumen igual, las masas y, por consiguiente, también los pesos de cuerpos distintos situados en el mismo lugar son a veces muy diferentes; un metro cúbico de bronce, por ejemplo, tiene una masa muy superior a la de un metro cúbico de madera.

Con objeto de poner de manifiesto estas diferencias se ha determinado para cada cuerpo la masa de la unidad de volumen, que se denomina *masa específica* ; análogamente, el *peso específico* de un cuerpo se define como el peso de la unidad de volumen de dicho cuerpo. La definición anterior supone implícitamente que la sustancia es homogénea, es decir, que todos los elementos de volumen que la constituyen son idénticos; en este caso, la masa de un volumen v de un cuerpo, de masa específica μ, es $m = v\mu$ y, de modo similar, el peso es $p = v\omega$, siendo ω el peso específico.

Al indicar el valor numérico de una masa o de un peso específico es necesario precisar, a la vez, la unidad de masa (o de peso) y la unidad de volumen; en el sistema C.G.S., las masas específicas se expresan en g/cm^3 y los pesos específicos en dinas por cm^3; en el S.I., la masa específica se valora siempre en kg/m^3 y el peso específico en newtons por m^3.

Densidad relativa. — La necesidad de precisar las unidades de masa y de volumen en la expresión de una masa específica es un inconveniente, ya que no se adoptan las mismas unidades en todo el mundo; los países de lengua inglesa, principalmente, tienen unidades particulares y para evitar esta dificultad se ha introducido la noción de densidad relativa.

Se llama *densidad relativa* de un cuerpo A con respecto a otro B, que se toma como punto de referencia, a la relación entre las masas de volúmenes iguales de los cuerpos A y B; éstos se miden en las mismas condiciones de temperatura y de presión, porque de ellas depende la densidad.

En virtud de un acuerdo internacional, el cuerpo que se ha escogido como punto de referencia es el agua destilada, para los sólidos y los líquidos, y el aire seco, desprovisto de gas carbónico, para los gases.

OBSERVACIÓN. — Sea v el volumen de un cuerpo, sólido o líquido, y m su masa; según la definición anterior, la masa específica de este cuerpo es $\mu = \frac{m}{v}$; teniendo en cuenta que un centímetro cúbico de agua destilada a la temperatura de 4 °C tiene aproximadamente una masa de 1 g, el valor numérico v mide tanto el volumen del cuerpo en centímetros cúbicos como la masa en gramos de un mismo volumen de agua pura a 4 °C; el cociente $\frac{m}{v}$, que equivale a la masa específica, representa también, con mucha aproximación, la densidad relativa del cuerpo con respecto al agua a 4 °C. Por esta razón, las masas específicas de los cuerpos sólidos o líquidos se denominan muchas veces densidades absolutas o, simplemente, *densidades*.

La confusión entre la masa específica y la densidad relativa, que reviste poca importancia en el caso de sólidos o líquidos, conduciría a graves errores para los gases, porque la masa de un centímetro cúbico de aire no es igual a un gramo.

En el caso de los sólidos o de los líquidos, la masa de un volumen v, dada exactamente por la fórmula $m = \mu v$, se obtiene también, aproximadamente, por la relación $m = v \cdot d$ (d = densidad relativa); para los gases se tendrá $\frac{m}{m'} = d$ (m' = masa de aire que ocupa el mismo volumen que el gas); además $m' = v \cdot a$ (a = masa específica del aire en las mismas condiciones de temperatura y de presión que el gas), de donde se obtiene :

$$m = v \cdot a \cdot d$$

DENSIDAD DE LOS PRINCIPALES CUERPOS

CUERPOS SIMPLES, SÓLIDOS Y LÍQUIDOS

Aluminio	2,70	Manganeso	7,20
Antimonio	6,70	Mercurio	13,595
Arsénico cristalizado	5,73	Molibdeno	10,28
Arsénico negro	4,70	Níquel	8,90
Azufre natural	2,07	Oro (después de la fusión)	19,30
Azufre monoclínico	1,96	Oro (comprimido después de destilación)	19,27
Bario	3,50	Paladio	11,90
Bismuto	9,80	Plata (comprimida después de la fusión)	10,50
Boro	3,187	Platino forjado (después de la fusión)	21,46
Bromo	2,30	Plomo	11,34
Cadmio	8,65	Potasio	0,86
Calcio	1,55	Rodio (después de la fusión)	12,10
Carbono, grafito	2,24	Rubidio	1,53
Carbono, diamante	3,47 a 3,56	Selenio amorfo	4,80
Cinc	7,14	Selenio vítreo	4,20
Cromo	7,10	Silicio cristalizado	2,40
Cobalto	8,90	Tántalo	16,60
Cobre	8,94	Titanio	4,50
Estaño blanco	7,30	Tungsteno o wolframio	19,30
Estaño gris	5,85	Uranio	18,70
Estroncio	2,60	Yodo	4,94
Fósforo blanco	1,83		
Fósforo rojo	2,34		
Hierro electrolítico	7,90		
Iridio	2,40		
Litio	0,53		
Magnesio	1,74		

MINERALES

Antracita	1,26 a 1,81	Lignitos	1,10 a 1,35
Betún	1,00 a 1,40	Micas	2,71 a 3,20
Hulla	1,20 a 1,50	Sal gema	2,13 a 2,17
Talco	2,75		

PIEDRAS PRECIOSAS

Ágata	2,55 a 2,63	Ópalo	1,90 a 2,30
Amatista	4,00	Rubí	3,95 a 4,10
Ámbar	1,034	Topacio	3,40 a 3,65
Esmeralda	2,63 a 2,91	Turmalina	2,90 a 3,20
Jade	2,96 a 3,06	Turquesa	2,60 a 2,68

CUERPOS GASEOSOS

(Densidad con respecto al aire, a 76 cm de mercurio de presión y a 0 °C, salvo indicación contraria)

Acetileno	0,9056	Hidrógeno	0,06948
Agua (a 100°)	0,6298	Metano	0,5544
Amoniaco	0,5962	Nitrógeno	0,9672
Carbónico (anhídrido)	1,5288	Nitroso (óxido)	1,5301
Clorhídrico (gas)	1,2681	Nítrico (óxido)	1,0366
Cloro	2,491	Oxígeno	1,1053
Éter (a 100°)	2,586	Sulfuroso (anhídrido)	2,2639

DIVERSOS

Abeto	0,50 a 0,70	Mármol	2,30
Encina	0,60 a 1,20	Vidrio	2,50



11. — Movimientos vibratorios y péndulo

Función periódica. *Período.* Función sinusoidal. *Movimiento vibratorio simple.* Péndulo. *Movimiento. Estudio de las oscilaciones pequeñas. Leyes.* Péndulo simple. Aplicación del péndulo a la medida de *g*. Fuerza capaz de producir un movimiento sinusoidal. Caso del péndulo. Principio de los pequeños movimientos. Valor medio. *De una función periódica. De una función sinusoidal durante un semiperíodo.* Valor eficaz de una función periódica durante un período. Diferencia de fases entre dos funciones sinusoidales del mismo período. Suma. *De dos funciones periódicas del mismo período (composición de dos movimientos vibratorios simples). De funciones sinusoidales de períodos muy próximos (batimientos).*

Funcion periódica. — *Período.* — Se dice que una magnitud es *función periódica* del tiempo t cuando el número x que mide esta magnitud vuelve a tomar el mismo valor al aumentar el tiempo una duración determinada T; es decir, cuando la relación $x = f(t)$ es tal que $f(t + \mathrm{T}) = f(t)$ para cualquier valor de t.

El intervalo de tiempo T se denomina *período* del fenómeno periódico considerado.

Función sinusoidal. — *Movimiento vibratorio simple.* — La función periódica más sencilla, la *función sinusoidal*, es muy importante porque cualquier función periódica puede considerarse como una suma de funciones sinusoidales.

Consideremos como fenómeno periódico particularmente sencillo el del movimiento de un punto M, que describe una circunferencia con una velocidad angular constante ω (en radianes/segundo); este movimiento es periódico y su período es el tiempo necesario para que el móvil gire un ángulo igual a 2π radianes : $\mathrm{T} = \dfrac{2\pi}{\omega}$.

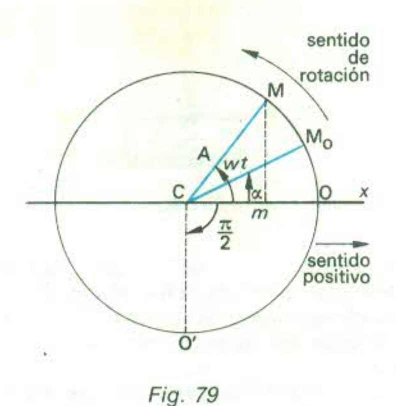


Fig. 79

Escojamos en la circunferencia un punto O, que servirá como origen para fijar la posición del móvil sobre la misma, varios arcos y un sentido positivo para contarlos (indicado en la *fig.* 79 por la flecha). El tiempo se cuenta a partir de un origen arbitrario, que puede ser, por ejemplo, el instante en que el móvil M pasa por el punto O, origen de espacios. En estas condiciones la posición del móvil en el instante t queda determinada por la ecuación $s = \omega t$, si s mide el arco $\overset{\frown}{\mathrm{OM}}$.

La posición del móvil en cada instante puede también definirse por el valor de la proyección Cm de CM sobre el eje Cx, contada positivamente de C a O; se tendrá la relación $\mathrm{C}m = \mathrm{A} \cos \omega t$, siendo A el radio de la circunferencia descrita por el móvil.

La ecuación $x = \mathrm{A} \cos \omega t$ define x como una función sinusoidal del tiempo y permite determinar la posición del punto m para un valor cualquiera del tiempo; la denominaremos *ecuación del movimiento* del punto m y diremos que este movimiento es sinusoidal.

La función x y sus derivadas, x', x'', es decir, la elongación del punto m, su velocidad y su aceleración vuelven a tomar los mismos valores si el arco $s = \omega t$ aumenta 2π y, por consiguiente, cuando el tiempo aumenta $\dfrac{2\pi}{\omega}$; el movimiento sinusoidal del punto m es, pues, un movimiento periódico de mismo período $\mathrm{T} = \dfrac{2\pi}{\omega}$ que el movimiento de rotación uniforme del punto M.

El movimiento sinusoidal del punto m recibe también el nombre de *movimiento vibratorio simple.* Este movimiento es el del péndulo, cuando la amplitud de las oscilaciones es suficientemente pequeña para que, calculada en radianes, pueda confundirse con su seno; por esto, el movimiento sinusoidal se llama asimismo *movimiento pendular.*

Observación. — Puede parecer extraño que se denomine movimiento sinusoidal a aquel cuya ecuación se expresa por un coseno; pero no hay que olvidar que, como ya se ha indicado, el instante escogido como origen de tiempos es absolutamente arbitrario. Si tomamos como origen de tiempos el instante en que el móvil M pasa por el punto O', es decir, el instante en que el punto m pasa por el punto C, en el instante cero, el arco s será igual a $-\dfrac{\pi}{2}$; en el instante t, $s = -\dfrac{\pi}{2} + \omega t$ y, por consiguiente,

$$x = \mathrm{A} \cos\left(\frac{-\pi}{2} + \omega t\right) = \mathrm{A} \cos\left(\frac{\pi}{2} - \omega t\right) = \mathrm{A} \operatorname{sen} \omega t$$

Así, puede representarse el mismo movimiento del punto m por un coseno o un seno, según el origen de tiempos escogido; en general, la ecuación del movimiento de m es $x = \mathrm{A} \cos(\omega t + \alpha)$, si en el instante elegido como origen de tiempos el móvil M se encuentra en M_0, de forma que el ángulo $\mathrm{OCM}_0 = \alpha$.

Si se construye la curva $x = \mathrm{A} \cos \omega t$, que representa las variaciones de x en función del tiempo (*fig.* 80), el cambio de origen de tiempos, tomando, por ejemplo, un instante anterior a $\dfrac{\mathrm{T}}{4}$, equivale simplemente a trasladar el eje de ordenadas de $\dfrac{\mathrm{T}}{4}$ de Ox a $\mathrm{O}_1 x_1$.

En resumen, cualquier movimiento sinusoidal o pendular puede representarse siempre por una ecuación de la forma :

$$x = A \operatorname{sen}(\omega t + \alpha) \quad \text{ó} \quad x = A \cos(\omega t + \alpha) \qquad [11, 1]$$

siendo A el valor máximo de la elongación, es decir, la amplitud del movimiento; ω, una de las constantes, ligada al período T por la relación $\mathrm{T} = \dfrac{2\pi}{\omega}$; y α una constante que depende del instante escogido como origen de tiempos.

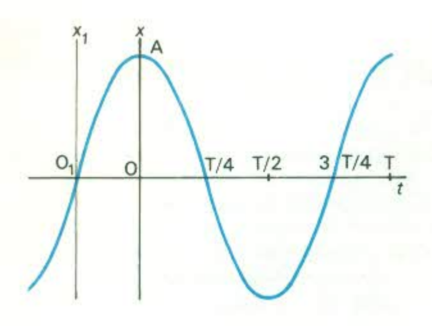


Fig. 80

OBSERVACIÓN. — Como $x = A\cos(\omega t + \alpha)$ no es sino proyección del vector $\overrightarrow{CM}$ en el instante t, podrá hacerse corresponder a todo movimiento sinusoidal un vector que gire uniformemente con una velocidad angular $\omega = \frac{2\pi}{T}$ y cuya longitud sea la de la amplitud de las oscilaciones del movimiento sinusoidal.

Se denomina *fase* del movimiento en un instante t el arco $\omega t + \alpha$ afectado por la razón seno o coseno. Cualquier cambio en el origen de tiempos modifica la fase del movimiento.

Péndulo. — Se denomina *péndulo* a un sólido indeformable que oscila bajo la acción de su peso alrededor de un eje horizontal que no pasa por su centro de gravedad. Pueden citarse como ejemplos el eje volante de un reloj o una esferilla metálica suspendida de un hilo fino cuya extremidad superior esté fija. Con frecuencia se denomina este sólido *péndulo compuesto*, por oposición al *péndulo simple*, que es un caso particular e ideal de péndulo.

Movimiento. — Cuando el péndulo está en equilibrio estable, su centro de gravedad G se encuentra en el plano vertical que pasa por el eje de rotación O y debajo de éste. Si se le aparta de esta posición, G describe un arco de círculo AB, OG gira un ángulo α y el punto G, por consiguiente, se eleva.

Al estar bajo la acción de su propio peso, el péndulo gira alrededor de su eje O y G desciende de B a A; gracias a la velocidad adquirida, el centro de gravedad no puede detenerse en A y vuelve a ascender hasta B′, donde se detiene para descender de nuevo, y el movimiento se repite indefinidamente. Si los rozamientos que se oponen a este último son despreciables, B y B′ son simétricos con respecto a OA.

Se denomina *oscilación* el movimiento completo ABAB′A. La amplitud de la misma es el ángulo máximo α que forma OG con la vertical OA, y la elongación en un instante dado corresponde al ángulo θ que forma en ese momento OG con la vertical (*fig.* 81).

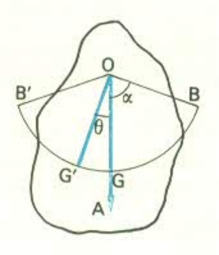


Fig. 81

La posición del péndulo queda perfectamente definida por el valor de la elongación, puesto que, como se comprueba fácilmente, las oscilaciones son planas. Para evitar toda ambigüedad, se cuentan como positivas las elongaciones situadas de un lado de la vertical, por ejemplo a la derecha del observador situado frente al péndulo, y como negativas las elongaciones opuestas. También puede definirse la posición del péndulo por el arco s que representa la elongación, afectando a los arcos AG′ un signo correspondiente al de las elongaciones angulares.

Las dos magnitudes s y θ están ligadas por la relación $s = l\theta$, en la cual θ se expresa en radianes. Para conocer el movimiento del péndulo basta con determinar la variación de la elongación con el tiempo, es decir, la relación $\theta = f(t)$.

Esta última es muy sencilla cuando la elongación es de unos pocos grados; en este caso, el arco descrito por el péndulo no alcanza la décima parte de la longitud l del péndulo y se dice que las oscilaciones son pequeñas.

Estudio de las oscilaciones pequeñas. — Como el movimiento del péndulo es demasiado rápido para que se puedan efectuar directamente medidas de tiempos y elongaciones, se utiliza un método de inscripción gráfica. Se coloca en la parte inferior del péndulo un estilete que entra ligeramente en contacto con una hoja, cubierta con negro de humo y arrollada a un cilindro que un mecanismo de relojería hace girar de manera uniforme alrededor de un eje horizontal situado en el plano de oscilación del péndulo (*fig.* 82).

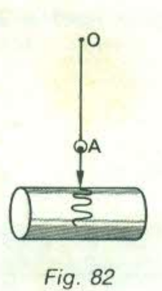


Fig. 82

En estas condiciones, se obtiene una curva cuyas abscisas, tomadas paralelamente al eje del cilindro, son iguales a las elongaciones del péndulo y cuyas ordenadas, tomadas a lo largo del eje perpendicular, son proporcionales al tiempo.

Se demuestra experimentalmente que estas curvas son sinusoidales, es decir, que entre la elongación s y el tiempo t se tiene la relación

$$s = s_0 \cdot \operatorname{sen}(\omega t + \beta) \qquad \textbf{[11, 2]}$$

relación en la que s_0 representa el valor máximo del arco s y ω y β son dos constantes.

El valor de β depende del instante que se escoja como origen de tiempos; si se cuenta el tiempo a partir del momento en que el péndulo pasa por su posición de equilibrio, $s = 0$ para $t = 0$ y β es nulo. Si se toma como origen de tiempos el instante en que el péndulo tiene una elongación máxima, o sea, por ejemplo, el instante en que se deja el péndulo bajo la acción de su peso, $s = s_0$ para $t = 0$, lo que exige que sen $\beta = 1$, es decir, $\beta = \frac{\pi}{2}$; la relación **[11, 2]** puede escribirse entonces $s = s_0 \cos \omega t$. En términos más generales, si para $t = 0$ la elongación tiene un valor s_1, el valor de β está determinado por la ecuación $s_1 = s_0 \cdot \operatorname{sen} \beta$.

La constante ω tiene también una significación física. En efecto, el seno o el coseno son funciones del tiempo que, como sus derivadas, vuelven a tomar los mismos valores cuando $\omega t + \beta$ aumenta 2π, es decir, cuando el tiempo aumenta $2\,\frac{\pi}{\omega}$; el péndulo pasa, por consiguiente, por las mismas posiciones y con la misma velocidad a intervalos regulares de tiempos iguales a $T = 2\,\frac{\pi}{\omega}$; este intervalo de tiempo se denomina *período* del péndulo.

La velocidad del péndulo en cualquier instante t se determina a partir de la derivada de s; si se ha tomado como origen de tiempos el instante en que se suelta el péndulo, se tendrá $s = s_0 \cdot \cos \omega t$ y $v = -\omega \cdot s_0 \cdot \text{sen}\, \omega t$.

De la relación $T = \frac{2\pi}{\omega}$ se obtiene $\omega = \frac{2\pi}{T}$ y las ecuaciones del movimiento son

$$s = s_0 \cdot \cos 2\pi \frac{t}{T} \quad \text{y} \quad v = -\frac{2\pi}{T} s_0 \cdot \text{sen}\, 2\pi \frac{t}{T}$$

Leyes. — El estudio experimental del péndulo pesado, que se efectuará en el epígrafe siguiente con el péndulo simple, muestra que en el caso de las oscilaciones de poca amplitud, y con una mayor precisión si dicha amplitud es muy reducida :

1) el movimiento del péndulo pesado es sinusoidal;
2) el período T_0 es independiente de la amplitud;
3) el período viene dado por la fórmula

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I}{Mgd}} \qquad [11, 3]$$

en la cual I representa el momento de inercia del cuerpo sólido con respecto al eje, M la masa del péndulo y d la distancia del centro de gravedad al eje.

Para calcular el momento de inercia conviene recordar el siguiente teorema : *el momento de inercia con respecto a un eje XX' es igual a la suma del momento de inercia con respecto a un eje paralelo que pase por el centro de gravedad y del producto de la masa del péndulo por el cuadrado de la distancia entre los dos ejes.*

Se demuestra, por ejemplo, que el momento de inercia de una esfera de radio r, con respecto a un eje que pase por su centro, es

$$I_G = \frac{2}{5} Mr^2$$

Si la esfera está colgada de un punto fijo O por un hilo de longitud l, su momento de inercia con respecto a un eje que pasa por O es $I_0 = I_G + M(l + r)^2$ y el sistema así constituido es un péndulo compuesto cuyo período está dado por la fórmula

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{Mgd}}, \text{ con } I = I_0 \quad \text{y} \quad d = l + r$$

Péndulo simple. — Examinemos el caso de una masa esférica de radio r, suspendida de un hilo ligero de longitud l. Cuando r es despreciable con respecto a l y que puede considerarse, por tanto, la esfera como un punto material, se tiene el caso ideal del *péndulo simple*, cuyo período se convierte en

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \qquad [11, 4]$$

Un péndulo simple es un punto pesante A suspendido de un punto fijo O por un hilo inextensible, rígido y sin peso. Es, por consiguiente, imposible realizarlo, pero casi se consigue con un cuerpo pesante de pequeñas dimensiones suspendido de un hilo fino (*fig.* 83).

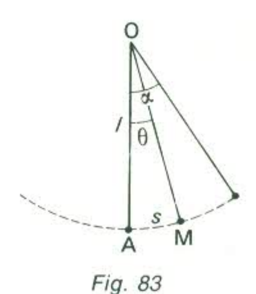


Fig. 83

Se verá a continuación el estudio experimental que justifica la fórmula que da el período del péndulo simple.

a) *Variaciones del período con la amplitud.* — Se mide el período de un péndulo, para diferentes amplitudes, en un mismo lugar. Se representa la curva de las variaciones

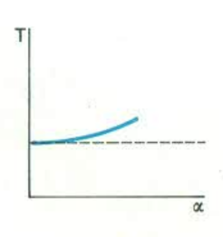


Fig. 84

de T en función de α (*fig.* 84) y se observa en ella que el período es una función creciente de la amplitud; el período de un péndulo aumenta, por consiguiente, con la amplitud. Se ve, no obstante, que la curva admite una tangente horizontal para $\alpha = 0$, lo que significa que el período varía muy poco cuando la amplitud no supera algunos grados. Este resultado se conoce por *ley del isocronismo de las pequeñas oscilaciones* y se enuncia de la siguiente manera : *las oscilaciones pequeñas de un péndulo simple son isócronas.* Es evidente que esta ley es tanto más rigurosa cuanto menor sea la amplitud.

b) *Variaciones del período con la masa del péndulo.* — Utilizando péndulos de la misma longitud y de diferentes masas en un mismo lugar se demuestra que el período de un péndulo simple es independiente de su masa.

Empleando en un mismo lugar péndulos de igual longitud y masa, pero de naturaleza diferente, se demuestra que el período de un péndulo simple es independiente de su naturaleza.

c) *Variaciones del período con la longitud del péndulo.* — Si se miden los períodos de un mismo péndulo simple, haciendo variar únicamente su longitud, se comprueba que, cuando la longitud llega a ser 4, 9, 16, ... veces mayor, el período es 2, 3, 4, ... veces mayor, lo que se expresa diciendo que el período de un péndulo simple es proporcional a la raíz cuadrada de su longitud.

d) *Variación del período con la aceleración de la gravedad.* — Un reloj de péndulo, que se ha puesto en hora en un lugar determinado, adelanta o retrasa si se traslada a otro punto de la Tierra. Estas variaciones se atribuyen a las variaciones de la aceleración de la gravedad, y el estudio matemático indica que el período varía en razón inversa de la raíz cuadrada de g.

Este resultado puede confirmarse experimentalmente con un péndulo de hierro a cuyo peso se añade o se quita una fuerza vertical debida a la acción de un imán.

CASO DE AMPLITUDES MÁS IMPORTANTES. — Cuando la amplitud es superior a algunos grados es necesario añadir

un elemento de corrección para calcular el período. Hasta amplitudes de unos 30° puede utilizarse la fórmula

$$T = T_0\left[1 + \frac{\alpha^2}{16}\right]$$

en la cual T es el período real, T_0 el del péndulo para las pequeñas oscilaciones y α el valor de la amplitud expresada en radianes.

Aplicación del péndulo a la medida de *g*. — El péndulo se ha utilizado para determinar la aceleración de la gravedad. Si fuese posible realizar un péndulo simple, el principio de medida sería el siguiente : de la fórmula $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ se obtiene $g = 4\pi^2 \frac{l}{T^2}$, lo que permite calcular g si se miden la longitud l y el período T. Por este método pueden obtenerse medidas de g bastante exactas con péndulos muy parecidos a un péndulo simple, como el realizado por el matemático francés Charles de BORDA (1733-1799), que está compuesto de una esfera de platino, de 4 cm de diámetro, colgada de un alambre muy fino de unos 4 m.

Teniendo en cuenta que el error relativo de un producto o de un cociente es igual a la suma de los errores relativos de cada término, el error relativo cometido al calcular g es igual, en virtud de la fórmula anterior, a la suma del error relativo cometido al medir l y del doble del error relativo con respecto a T. Para obtener medidas exactas de g será necesario, por tanto, conocer l y T con gran precisión.

Fuerza capaz de producir un movimiento sinusoidal. — ¿Qué ley regirá la fuerza capaz de producir un movimiento sinusoidal? Para expresarla sólo bastará con aplicar la relación fundamental de la dinámica del punto material. Si m es la masa del punto material, $\vec{f}$ la fuerza y $\vec{a}$ la aceleración que le comunica, se tendrá la relación vectorial $\vec{f} = m\vec{a}$; en el caso presente, como el movimiento es rectilíneo, la aceleración estará dirigida según la recta descrita por el móvil y será igual a la derivada de la velocidad $a = \frac{dv}{dt}$; por consiguiente, la fuerza será igual a $m = \frac{dv}{dt}$.

Sea $x = A \operatorname{sen} \omega t$ la ecuación del movimiento sinusoidal, se tendrá $v = A\omega \cos \omega t$ y $a = -\omega^2 A \operatorname{sen} \omega t$; el vector fuerza será igual a $f = -m\omega^2 A \operatorname{sen} \omega t$, es decir, a

$$f = -m\omega^2 x \qquad [11, 5]$$

Esta ecuación muestra que el vector fuerza es siempre de signo contrario al de la elongación; la fuerza que produce el movimiento está constantemente dirigida hacia el centro C de las oscilaciones y es, además, proporcional a la elongación, de donde se llega al enunciado siguiente : *el movimiento sinusoidal es el producido por una fuerza de atracción hacia un centro fijo proporcional a la distancia del móvil a dicho centro.*

Caso del péndulo. — Es fácil ver que, en el caso del péndulo, la fuerza de atracción hacia la posición de equilibrio es proporcional a la elongación para amplitudes bastante pequeñas.

Sea un péndulo simple con una longitud l (*fig.* 85); consideremos elongaciones suficientemente pequeñas para que pueda confundirse el seno del ángulo de desviación θ con el propio ángulo, y el arco s = CP con la distancia CM contada sobre la tangente. El péndulo está sometido a su peso mg y a la tensión del hilo; la componente del peso según el hilo queda neutralizada por la reacción de éste y, como la trayectoria es sensiblemente rectilínea, sólo queda la componente tangencial del peso, es decir $f = -mg \operatorname{sen} \theta$, o bien, puesto que θ se supone bastante pequeño, $f = -mg\theta$; teniendo en cuenta que $s = x = l\theta$ y que, por tanto, $f = -mg\frac{x}{l}$, se tratará de una fuerza de atracción proporcional a su distancia al punto C.

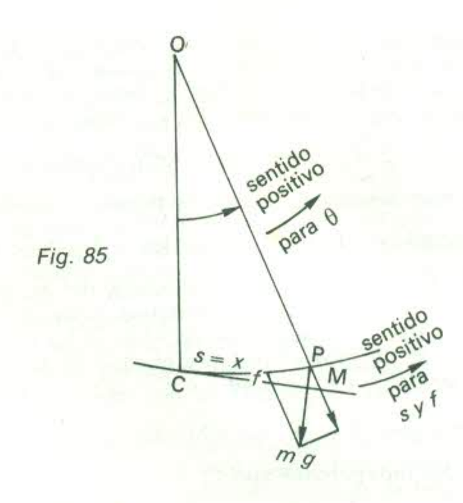


Fig. 85

Si se compara la relación anterior con la expresión general $f = -m\omega^2 x$, se tendrá $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$, siendo el período T de las oscilaciones $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$, que es la conocida fórmula del péndulo.

Principio de los pequeños movimientos. — Consideremos un medio elástico, es decir, un medio constituido por puntos materiales entre los cuales existen fuerzas de enlace que tienden a mantener constantes las distancias entre los diferentes puntos; estas fuerzas son nulas cuando los valores de dichas distancias están bien determinados y se dice entonces que el medio está *en equilibrio;* si uno de los puntos del medio abandona su posición de equilibrio, se origina una fuerza elástica de atracción que es función de la elongación x del punto con respecto a su posición de equilibrio; esta función $f = F(x)$ es tal que, cuando $x = 0$, será nula.

Consideremos ahora un medio elástico suponiendo que un punto del medio se desvía ligeramente de su posición de equilibrio. Se demuestra que, cualquiera que sea la forma de la función $F(x)$, es decir, cualquiera que sea la ley de atracción elástica del medio, podrá establecerse, para elongaciones pequeñas, $f = -k^2 x$. Bajo la acción de tal fuerza de atracción, proporcional a la elongación, el movimiento del punto será sinusoidal o vibratorio, de lo cual se deduce el siguiente enunciado :

Si en un medio elástico cualquiera se desvía ligeramente uno de los puntos de su posición de equilibrio y se le abandona a sí mismo, dicho punto, bajo la acción de las fuerzas elásticas de atracción, adopta un movimiento oscilatorio y sinusoidal alrededor de su posición de equilibrio.

Este enunciado es fundamental porque es de carácter general ya que se aplica, por ejemplo, a las vibraciones de los sólidos (diapasones, cuerdas vibrantes) y de los gases (tubos sonoros). El movimiento de un punto del medio es sinusoidal, cualquiera que sea el medio, es decir, cualquiera que sea la ley elástica de atracción, si la deformación inicial es pequeña; también puede serlo para grandes deformaciones si la fuerza elástica de atracción sigue siendo proporcional a la distancia que media con la

posición de equilibrio, como sucede, por ejemplo, con un muelle en el que la fuerza elástica es proporcional a la extensión del mismo.

Valor medio. — *De una función periódica.* — Sea $x = f(t)$ una función periódica cualquiera de período T; se denomina, por definición, *valor medio* de esta función a la cantidad $xm = \frac{1}{T}\int_0^T f(t)dt$, en la que el símbolo $\int_0^T f(t)dt$ representa, como es sabido, la diferencia $F(T) - F(O)$, siendo $F(t)$ una función primitiva de $f(t)$.

Esta definición es de tipo intuitivo puesto que se establece por analogía con ejemplos como el de un obrero que gana 800 pesos diarios durante los dos primeros días, 900 el tercero, 750 el cuarto, el quinto y el sexto y nada el séptimo, lo que hace que su sueldo medio sea igual a $\frac{1}{7}(800 \times 2 + 900 \times 1 + 750 \times 3 + 0 \times 1)$. Del mismo modo puede considerarse que la función x tiene el valor $f(t)$ durante el tiempo infinitamente pequeño dt y, para obtener su valor medio durante el intervalo de tiempo T, se divide por T la suma $\left(\int_0^T f(t)dt\right)$ de las cantidades $f(t) \cdot dt$, operación representada precisamente por el símbolo $\frac{1}{T}\int_0^T f(t)\,dt$.

Para la interpretación geométrica se construye la curva de las variaciones de la función $x = f(t)$. Un elemento diferencial $f(t) \cdot dt$ corresponderá entonces al área

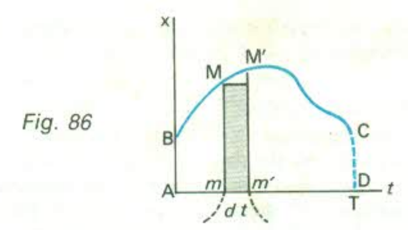


Fig. 86

elemental de un rectángulo MM'*mm'* (*fig.* 86) tal que la cantidad $\int_0^T f(t) \cdot dt$ equivale a la superficie ABCD, comprendida entre la curva, el eje de tiempos y las ordenadas inicial y final de abscisas O y T, cuyo valor es, como se sabe, la diferencia $F(T) - F(O)$, siendo $F(t)$ una función primitiva de $f(t)$.

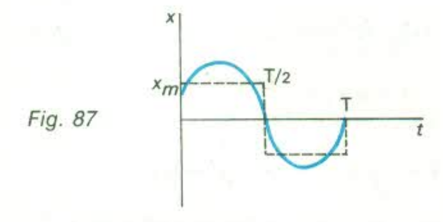


Fig. 87

Si la función periódica $f(t)$ es simétrica con respecto al eje de tiempos (*fig.* 87), el valor medio durante un período es nulo, como sucede, en particular, con la función sinusoidal, en cuyo caso el valor medio de la función durante un semiperíodo o *alternancia* es igual y de signo contrario al valor medio de la función durante la alternancia siguiente.

De una función sinusoidal durante un semiperíodo. — El valor medio de una función sinusoidal durante un semiperíodo es, por definición, la cantidad $\frac{1}{T/2}\int_0^{T/2} A \operatorname{sen} \omega t \cdot dt$; la función primitiva de A sen ωt es $-\frac{A}{\omega}\cos \omega t$ y el valor medio será

$$-\frac{1}{T/2}\frac{A}{\omega}\left(\cos\frac{\omega T}{2} - \cos 0\right) = 2\frac{A}{\pi},$$

o sea, aproximadamente los dos tercios del valor máximo.

Este resultado se utilizará, en particular, para expresar la intensidad media de una corriente alterna sinusoidal durante una alternancia.

Valor eficaz de una función periódica durante un período. — El cuadrado del *valor eficaz* de una función periódica durante un período es, por definición, el valor medio del cuadrado de esta función con respecto a un período. Estos valores eficaces intervienen, en especial, en el estudio de las corrientes alternas y suelen representarse por letras mayúsculas.

Sea, por ejemplo, $i = i_0 \operatorname{sen} \omega t$ la intensidad de una corriente alterna sinusoidal; la intensidad eficaz que se representa por I ó i_{eff} es, por definición,

$$i_{eff}^2 = \frac{1}{T}\int_0^T i_0^2 \operatorname{sen}^2 \omega t \cdot dt \qquad [11, 6]$$

La integral $\int_0^T i_0^2 \operatorname{sen}^2 \omega t \cdot dt$ es fácil de calcular, puesto que $\operatorname{sen}^2 \omega t = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\omega t)$; por consiguiente

$$\int_0^T i_0^2 \operatorname{sen}^2 \omega t \cdot dt = \frac{i_0^2}{2}\left[\int_0^T dt - \int_0^T \cos 2\omega t \cdot dt\right]$$

y la segunda integral es nula, porque

$$\int_0^T \cos 2\omega t \cdot dt = \frac{1}{2\omega}[\operatorname{sen} 2\omega t]_0^T$$

de donde se deduce que $i_{eff} = \frac{i_0}{\sqrt{2}}$.

Diferencia de fases entre dos funciones sinusoidales del mismo período. — Si dos funciones sinusoidales :

$$x_1 = A_1 \cos(\omega t + \alpha_1) \quad \text{y} \quad x_2 = A_2 \cos(\omega t + \alpha_2)$$

del mismo período, $T = \frac{2\pi}{\omega}$, tienen amplitudes A_1 y A_2, que pueden ser o no iguales, se denomina *diferencia de fases* la diferencia

$$(\omega t + \alpha_1) - (\omega t + \alpha_2) = \alpha_1 - \alpha_2$$

de sus fases; si ésta es nula, es decir, si las fases son iguales, se dice que las dos funciones están *en fase* o *en concordancia*; cuando equivale a π, las funciones se consideran *en oposición*, tienen constantemente signos contrarios y, si sus amplitudes son iguales, su suma es siempre nula. Por último, cuando la diferencia de fases es $\frac{\pi}{2}$, las dos funciones están *en cuadratura*.

Los vectores axiales que corresponden a cada una de las funciones se disponen respectivamente como lo indica la figura 88.

OBSERVACIONES :

1.ª En una función de forma $x = A\cos(\omega t + \alpha)$, se destaca generalmente el signo de α; si se escribe

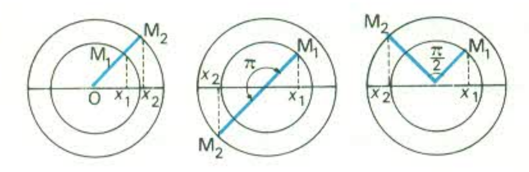


Fig. 88

$x_1 = A_1 \cos(\omega t + \alpha_1)$, se supone $\alpha_1 > 0$ y corresponde a esta función un vector axial con un adelanto de α_1 (en el sentido de rotación) sobre el vector axial correspondiente a $x = A \cos \omega t$; de modo análogo, corresponde a la función $x_2 = A_2 \cos(\omega t - \alpha_2)$, en la que se supone $\alpha_2 > 0$, un vector axial con un retraso de α_2.

2.ª Para calcular la diferencia de fases entre dos funciones sinusoidales, es conveniente expresar éstas en función del seno o del coseno.

Ejemplo : hallar la diferencia de fases entre la función $x = A \cos \omega t$ y su derivada $x' = -A\omega \operatorname{sen} \omega t$. Podrá escribirse

$$x' = -A\omega \cos\left(\frac{\pi}{2} - \omega t\right) = -A\omega \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$x' = A\omega \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

lo que indica que la derivada tiene un adelanto de fase de $\frac{\pi}{2}$ con relación a la función $x = A \operatorname{sen} \omega t$, o de manera más general del tipo

$$x = A \cos(\omega t \pm \alpha) \quad \text{ó} \quad x = A \operatorname{sen}(\omega t \pm \alpha)$$

Se puede decir, por consiguiente, que *la derivada de una función sinusoidal es otra función sinusoidal del mismo período y con un cuarto de período de adelanto con relación a la función*.

Suma. — *De dos funciones periódicas del mismo período (composición de dos movimientos vibratorios simples).* — Sean dos funciones sinusoidales del mismo período :

$$x_1 = A_1 \cos(\omega t + \alpha_1) \quad \text{y} \quad x_2 = A_2 \cos(\omega t + \alpha_2)$$

Consideremos la función $x = x_1 + x_2$ que, además de ser una función periódica de igual período, es sinusoidal, como se va a demostrar. Puede escribirse :

$$x = [A_1 \cos \alpha_1 + A_2 \cos \alpha_2] \cos \omega t - [A_1 \operatorname{sen} \alpha_1 + A_2 \operatorname{sen} \alpha_2] \operatorname{sen} \omega t$$

expresión que, si se escogen convenientemente las constantes A y α, podrá identificarse con la función sinusoidal

$$x = A \cos(\omega t + \alpha)$$

En efecto, $x = A \cos \alpha \cos \omega t - A \operatorname{sen} \alpha \operatorname{sen} \omega t$

y, si escribimos
$$A \cos \alpha = A_1 \cos \alpha_1 + A_2 \cos \alpha_2$$
$$A \operatorname{sen} \alpha = A_1 \operatorname{sen} \alpha_1 + A_2 \operatorname{sen} \alpha_2$$

al dividir miembro a miembro, obtenemos

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{A_1 \operatorname{sen} \alpha_1 + A_2 \operatorname{sen} \alpha_2}{A_1 \cos \alpha_1 + A_2 \cos \alpha_2}$$

lo que define α, y, cuando se eleva al cuadrado, $A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\alpha_2 - \alpha_1)$, lo que define A.

CONSTRUCCIÓN DE FRESNEL. — Este resultado puede ponerse de manifiesto mediante consideraciones geométricas. Consideremos el vector OM_1 de longitud A_1, que gira con una velocidad angular ω y puede hacerse corresponder con x_1, es decir, cuya proyección es x_1, y, análogamente, el vector OM_2, que puede hacerse corresponder con x_2; la suma $x = x_1 + x_2$ puede naturalmente considerarse como la proyección del vector OM, resultante geométrica de los vectores OM_1 y OM_2, que forman entre sí (*fig.* 89) un ángulo constante igual a la diferencia de las fases $\alpha_2 - \alpha_1$.

Al hacer una proyección sobre el eje de las x y sobre el de las y, se deduce

$$A \cos \alpha = A_1 \cos \alpha_1 + A_2 \cos \alpha_2$$
$$A \operatorname{sen} \alpha = A_1 \operatorname{sen} \alpha_1 + A_2 \operatorname{sen} \alpha_2$$

y, por otra parte, en el triángulo OMM_2, se tiene la relación :

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2 \cos \widehat{OM_2M} = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\alpha_2 - \alpha_1)$$

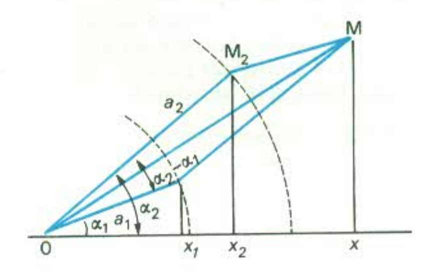


Fig. 89

Esta construcción, debida a Augustin FRESNEL (1788-1827), se aplica directamente a la suma de varias funciones sinusoidales : para obtener el vector axial correspondiente a ésta, basta construir la resultante geométrica de los vectores axiales que corresponden a los diferentes términos de esta suma.

De funciones sinusoidales de períodos muy próximos (batimientos). — Consideremos dos funciones sinusoidales, $x_1 = A_1 \cos \omega_1 t$ y $x_2 = A_2 \cos \omega_2 t$, de períodos próximos uno de otro T_1 y T_2; cuando $t = 0$, las dos funciones son máximas; si éstas representan, por ejemplo, los movimientos de dos péndulos, se dice que para $t = 0$ ambos péndulos están en coincidencia; al transcurrir el tiempo, el péndulo de menor período (supongamos $T_2 < T_1$) adelanta progresivamente y se producirá una nueva coincidencia cuando éste haya efectuado una oscilación más que el segundo, es decir, al cabo de un tiempo $T = nT_1 = (n+1)T_2$.

La función $x = x_1 + x_2$ presenta un máximo cuando hay coincidencia entre ambos péndulos; la periodicidad con que se producen los máximos sucesivos se caracteriza, por consiguiente, por el período T o por la frecuencia $N = \frac{1}{T}$, fácil de calcular.

De $nT_1 = (n+1)T_2$ se obtiene $n = \frac{T_2}{T_1 - T_2}$, de donde

$$T = nT_1 = \frac{T_1T_2}{T_1 - T_2}$$

$$\text{y} \quad \frac{1}{T} = N = \frac{T_1 - T_2}{T_1T_2} = \frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} = N_2 - N_1$$

Este resultado es importante y puede enunciarse de la forma siguiente : *la frecuencia de los máximos sucesivos de la suma de dos funciones sinusoidales de períodos próximos es igual a la diferencia entre las frecuencias de ambas funciones*.

Este resultado se utiliza en Acústica para explicar el fenómeno de « batimientos » que se produce cuando se emiten simultáneamente dos sonidos de alturas parecidas.

12. — Gravitación universal y Astronáutica

Gravitación universal : Fuerzas centrales. *Principio de las áreas.* Leyes. *De Kepler. De la gravitación.* — **Astronáutica :** Reseña histórica. — Cohetes : Disposición general. Materiales de fabricación. Propulsión. Sistema de guiado. Clases de cohetes. Escape de la atracción terrestre. Vuelos espaciales. Satélites artificiales. — Desarrollo de una misión lunar : Lanzamiento. Colocación. *En órbita de espera. En órbita lunar.* Descenso y despegue del módulo lunar. Regreso a Tierra. — Porvenir de la Astronáutica.

Gravitación universal

Fuerzas centrales. — *Principio de las áreas.* — Llámase *fuerza central* a aquella que pasa por un punto fijo. Sea la fuerza $\vec{F}$, que actúa sobre una partícula

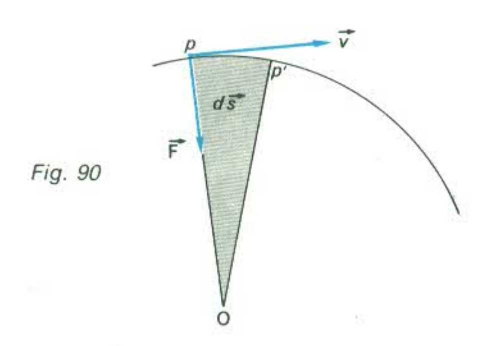


Fig. 90

dirigida siempre hacia el punto fijo O (*fig.* 90). El momento de la fuerza con relación a O es nulo :

$$\vec{p} = [\vec{r}\vec{F}] = 0$$

por tanto, de acuerdo con la ecuación **[7, 10]**, debemos tener

$$\frac{d\vec{c}}{dt} = 0$$

y, por consiguiente, el momento cinético de la partícula es un vector : $\vec{c} = [\vec{r}, m\vec{v}]$ = constante. La constancia de éste en dirección indica que los vectores $\vec{r}$ y $m\vec{v}$ se encuentran siempre en el mismo plano. Resulta, por tanto, que *toda partícula material que se mueve bajo la acción de una fuerza central describe una trayectoria plana.* Éste es el caso de la Tierra y demás planetas en su giro alrededor del Sol.

Consideremos ahora el camino PP', recorrido sobre la trayectoria por la partícula en un tiempo infinitamente pequeño dt ; tendremos PP' = vdt, y el área elemental $d\vec{s}$ barrida por el vector de posición al pasar el móvil de P a P' será :

$$d\vec{s} = \frac{1}{2}[\vec{r}\,\vec{v}]dt = \frac{1}{2m}[\vec{r}, m\vec{v}]dt = \frac{1}{2m}\vec{c}dt \qquad \textbf{[12, 1]}$$

de donde

$$\frac{d\vec{s}}{dt} = \frac{1}{2m}\vec{c} = \text{constante}$$

ya que $\vec{c}$ = constante. Este resultado muestra que, *bajo la acción de una fuerza central, el vector de posición de la partícula barre áreas proporcionales al tiempo empleado en barrerlas.* Se dice entonces que la partícula se mueve según la *ley de las áreas* que se enuncia de la siguiente manera : *si un punto material se halla constantemente sometido a la acción de una fuerza central, se demuestra que se mueve en el plano formado por el punto fijo y la velocidad inicial y que su movimiento sigue la ley de las áreas.*

Leyes. — *De Kepler.* — Basándose en las teorías de Copérnico y en los experimentos de su maestro danés Tycho **Brahe** (1546-1601), el astrónomo alemán Johannes **Kepler** formuló las tres leyes que llevan su nombre y que rigen el movimiento de los planetas alrededor del Sol :

1.ª *Cada planeta describe en sentido directo una órbita elíptica, uno de cuyos focos está ocupado por el Sol.*

2.ª *El vector de posición que une el centro del Sol con el centro del planeta barre áreas proporcionales a los tiempos empleados en barrerlas.*

3.ª *Los cuadrados de los tiempos de revolución o períodos de los planetas son proporcionales a los cubos de los semiejes mayores de sus respectivas órbitas.* Es decir, $T^2 = ka^3$, siendo T el período, k una constante y a el semieje mayor de la órbita.

De la gravitación. — A partir de las leyes de Kepler, **Newton** estableció la *ley de la gravitación universal*, a la que se llega fácilmente si se consideran como circulares las órbitas elípticas de los planetas, lo cual no se aparta demasiado de la realidad, puesto que la excentricidad de aquéllas es pequeña.

Con esta simplificación de las leyes de Kepler, supongamos un planeta P de masa m que se mueve alrededor del Sol con una velocidad $\vec{v}$ (*fig.* 91).

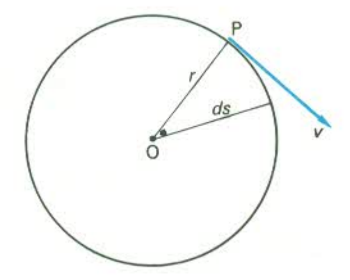


Fig. 91

El área elemental barrida por el vector de posición $\vec{r}$ en el tiempo dt es $ds = \frac{1}{2}\,rvdt = \frac{1}{2}\,r\omega rdt = \frac{1}{2}\,\omega r^2dt$ y, según la segunda ley de Kepler,

$$\frac{ds}{dt} = \frac{1}{2}\,\omega r^2 = \text{constante}$$

que corresponde a un movimiento circular y uniforme (r y ω constantes).

La velocidad lineal del planeta está relacionada con el período del movimiento por

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

y su aceleración centrípeta es

$$a = \frac{v^2}{r} = \frac{4\pi^2r^2}{T^2r} = \frac{4\pi^2r}{T}$$

El Sol, por consiguiente, atrae al planeta con una fuerza centrípeta

$$F = ma = m\,\frac{4\pi^2 r}{T^2} \qquad [12, 2]$$

De acuerdo con la tercera ley de Kepler, $T^2 = kr^3$ y la ecuación anterior puede escribirse

$$F = \frac{4\pi^2}{k}\cdot\frac{m}{r^2} = k_1\,\frac{m}{r^2}$$

siendo $k_1 = \frac{4\pi^2}{k}$ una nueva constante. Pero, según el principio de acción y reacción, el planeta atrae al Sol con una fuerza que es igual en módulo y de sentido contrario a $F = k_1\,\frac{m}{r^2}$. Siendo M la masa del Sol tendremos

$$F = k_1\,\frac{m}{r^2} = k_2\,\frac{M}{r^2}$$

de lo que se deduce

$$\frac{k_1}{M} = \frac{k_2}{m} = G$$

con lo que, finalmente, podemos expresar la fuerza que se ejerce entre los dos cuerpos de la forma

$$F = G\,\frac{Mm}{r^2} \qquad [12, 3]$$

Esta expresión representa la *ley de la gravitación universal de Newton,* que se enuncia de la siguiente manera : *los cuerpos en el espacio se atraen con una fuerza que es directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que separa sus centros.*

La constante G que aparece en **[12, 3]** se denomina *constante de la gravitación universal* y su valor numérico depende sólo del sistema de unidades empleado. En el sistema internacional, éste es

$$G = 6{,}67\cdot 10^{-11}\ \text{new}\cdot m^2\cdot kg^{-2}$$

En el caso de la fuerza de atracción terrestre ejercida sobre un cuerpo de masa *m* colocado en la superficie, tendremos :

$$P = G\,\frac{M_m}{R^2} = m\cdot g \qquad [12, 4]$$

siendo M la masa de la Tierra y R el radio de la misma. Una vez conocido el radio y la constante de la gravitación universal, esta expresión permite determinar la masa de la Tierra :

$$M = \frac{gR^2}{G}$$

Astronáutica

La Astronáutica es la ciencia que tiene por objeto el estudio y la realización de la navegación interplanetaria.

Reseña histórica. — El hombre, desde los tiempos más remotos, sintió deseos de acercarse a los planetas y sobre todo a la Luna, único satélite natural de la Tierra. Pero, al no existir los recursos técnicos indispensables, estos sueños se convirtieron en ficción bajo la pluma de varios escritores. El francés Savinien CYRANO DE BERGERAC (1619-1655) fue autor de la *Historia cómica de los Estados e Imperios de la Luna* y de otra referente al Sol, en las que imaginó los medios más variados para conquistar el espacio cósmico, aludiendo, por primera vez, al cohete. Un novelista del mismo país, Julio VERNE (1828-1905), alcanzó gran popularidad con relatos de ficción científica en los que dio una visión anticipada de lo que serían los futuros viajes espaciales *(De la Tierra a la Luna, Alrededor de la Luna).* Finalmente, un poco más tarde, el británico Herbert George WELLS (1866-1946) escribió las alucinantes narraciones tituladas *La guerra de los mundos* y *Los primeros hombres en la Luna.*

Paralelamente a estas fantasías literarias, ya en el siglo XX, varios científicos de los Estados Unidos, la Unión Soviética, Alemania y Francia procedieron a estudios teóricos y a experimentos. Los más conocidos fueron Robert Hutchings GODDARD (1882-1945), Konstantin Eduardovitch TSIOLKOVSKI (1857-1935), Hermann OBERTH, n. en 1894, y Robert ESNAULT-PELTERIE (1881-1957).

Los primeros balbuceos de la Astronáutica tuvieron lugar en Alemania durante la Segunda Guerra mundial, cuando los técnicos germanos de la base de Peenemünde, cerca de Rostock, llevaron a cabo la realización de las bombas volantes, llamadas V_2. Éstas, lanzadas desde rampas, se dirigían hacia objetivos militares situados en Inglaterra. Al finalizar el conflicto, rusos y norteamericanos empezaron a estudiar estos artefactos y trataron de conseguir la colaboración de los científicos alemanes. Wernher **von Braun** (1912-1977), director técnico de la base alemana, entró al servicio de los Estados Unidos, país en el que prosiguió los experimentos sobre cohetes en los laboratorios de White Sands (Nuevo México) con la ayuda de un centenar de compatriotas suyos. Naturalizado estadounidense, fue destinado en 1960 por el presidente Kennedy a la N. A. S. A. *(National Aeronautics and Space Administration),* organismo cuya misión consistía en el desarrollo y lanzamiento de vehículos espaciales.

El verdadero nacimiento de la Astronáutica se produce el 14 de octubre de 1957, cuando los científicos soviéticos, entre los cuales se destaca Serguei **Korolev** (1906-1966), lanzan el primer satélite artificial *Sputnik*, de 60 cm de diámetro y 83,6 kg de peso, que permanece en órbita hasta el 4 de enero de 1958. Un segundo *Sputnik*, de tamaño mucho mayor y 508,3 kg, con una perra a bordo, empieza a girar alrededor de la Tierra el 3 de noviembre de 1957. La respuesta de los laboratorios norteamericanos no se hace esperar y, el 31 de enero de 1958, ponen en órbita el pequeño satélite *Explorer I*, de 14 kg, en el cual se experimentan con éxito los circuitos miniaturizados, que serán de suma importancia en los programas espaciales posteriores.

Tras estas primeras realizaciones, la Astronáutica evolucionará con gran rapidez. Durante los dos años siguientes surcan los espacios diez satélites, lanzados por soviéticos y norteamericanos. Entre los primeros merecen recordarse el *Lunik I,* enviado a la Luna el 2 de enero de 1959, que, al fallar el objetivo, se transformó en un planetoide artificial que giró durante 15 meses alrededor de nuestro satélite; el *Lunik II,* que permitió cumplir los planes previstos el 13 de septiembre de 1959, fecha en la que, por primera vez, un vehículo terrestre alcanzó la superficie lunar; y el *Lunik III,* que, algunas semanas más tarde (6 de octubre de 1959), llegó más allá de la Luna y sacó fotografías de la cara oculta de la misma. Los norteamericanos, aunque aparentemente superados por los soviéticos, no cejaron en sus esfuerzos y, el 11 de junio de 1960, establecieron el récord de telecomunicación al mantener contacto radiofónico con el satélite *Pioneer V* a una distancia de 30 millones de kilómetros.

Estos pasos no eran más que el preludio del verdadero objetivo perseguido por el hombre : la conquista del espacio. El problema más importante que quedaba por resolver era el de la recuperación de los satélites artificiales, lo que haría posible el regreso a Tierra de los

Fot. A. P. N.



Yuri Gagarin, cosmonauta soviético que realizó, en 1961, el primer vuelo espacial alrededor de la Tierra.

futuros astronautas. Rusos y norteamericanos consiguieron, en 1960, hacer volver el *Sputnik V,* con dos perros en el interior, y el *Discoverer XIII,* respectivamente, pero la fecha clave fue la del 12 de abril de 1961, día en que, por primera vez, un hombre, el soviético Yuri GAGARIN (1934-1968), realizó un vuelo alrededor de la Tierra.

El duelo que venían sosteniendo las dos grandes potencias en el campo espacial, inicialmente con ventaja soviética, empezó a igualarse cuando los técnicos de la N. A. S. A. lograron satelizar a John H. GLENN, n. en 1921, a bordo de una cápsula *Mercury,* el 20 de febrero de 1962. Los Estados Unidos siguieron haciendo pruebas en el marco de programas denominados *Mercury, Gemini* y *Apollo.* El objetivo de este último era el de llevar al hombre a la Luna, misión que se cumplió el 20 de julio de 1969 con la nave *Apollo XI,* tripulada por Neil A. ARMSTRONG, Edwin E. ALDRIN y Michael COLLINS, nacidos los tres en 1930. Los dos primeros descendieron a nuestro satélite en el llamado *módulo lunar,* mientras que el tercero permaneció en el *módulo de mando,* girando alrededor de la Luna, hasta que al día siguiente recogió a los dos expedicionarios, que, después de despegar a bordo del *módulo de ascenso,* se unieron a la nave principal y emprendieron el regreso a la Tierra. El amerizaje tuvo lugar en aguas del Océano Pacífico el día 24, a los ocho días de haber empezado la operación.

Tras el éxito del *Apollo XI,* tal vez el punto culminante de la carrera espacial, prosiguieron los viajes a la Luna, cada vez con menor expectación del público, habituado ya a este tipo de hazañas, aunque con mayor fruto para los científicos. En uno de ellos, realizado por el *Apollo XV* (1971), se transportó un vehículo automóvil de cuatro ruedas que pudo sacar abundantes muestras de rocas.

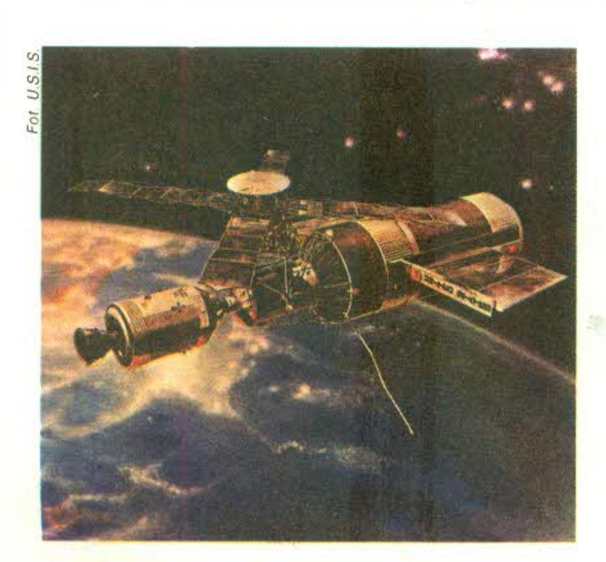
Los soviéticos, por su parte, terminados los programas *Vostok* (1963), en el cual participó la primera mujer cosmonauta, Valentina TERESHKOVA, n. en 1937, y *Vosjod* (1965), iniciaron el *Soyuz* en 1967, orientándose hacia la investigación de los astros sin poner en peligro vidas humanas. En septiembre de 1970, un vehículo automático, el *Luna XVI,* se posó en la superficie lunar de la cual extrajo numerosas muestras que llevó a la Tierra. Aun careciendo del interés que suscita siempre la intervención del hombre, hay que reconocer que esta operación representa una extraordinaria proeza tecnológica. En 1971, la U. R. S. S. inició el programa *Salyut* destinado a efectuar estudios científicos en vuelo cósmico mediante estaciones orbitales, que constan de cuatro compartimientos cilíndricos : el primero está reservado a los aparatos científicos y a dos paneles de células solares, el segundo al centro de pilotaje, el tercero a los astronautas, que en él pueden realizar diversos trabajos, y el cuarto a los motores y al depósito de carburante.

El programa norteamericano *Skylab* empezó en 1973 y tenía como objetivo la puesta en órbita de estaciones destinadas a efectuar investigaciones sobre problemas meteorológicos, recursos terrestres y resistencia del hombre en el caso de largas estancias en el espacio. El primer laboratorio espacial de este tipo debía permanecer en la misma órbita hasta 1983, pero, a causa de perturbaciones magnéticas de la superficie solar, fue desviado de su trayectoria y cayó en el suroeste de Australia el 11 de julio de 1979.

Cabe señalar que la enconada rivalidad soviético-norteamericana por la conquista del espacio se ha superado y ha empezado un período de colaboración en el que se prevé la posibilidad de llevar a cabo programas conjuntos de investigación. El 17 de julio de 1975 se lanzaron, desde sus respectivas bases, una nave *Apollo* y otra *Soyuz* que llegaron a acoplarse de modo

Vuelo del satélite norteamericano Skylab, destinado a efectuar observaciones científicas, y vista interior del mismo.

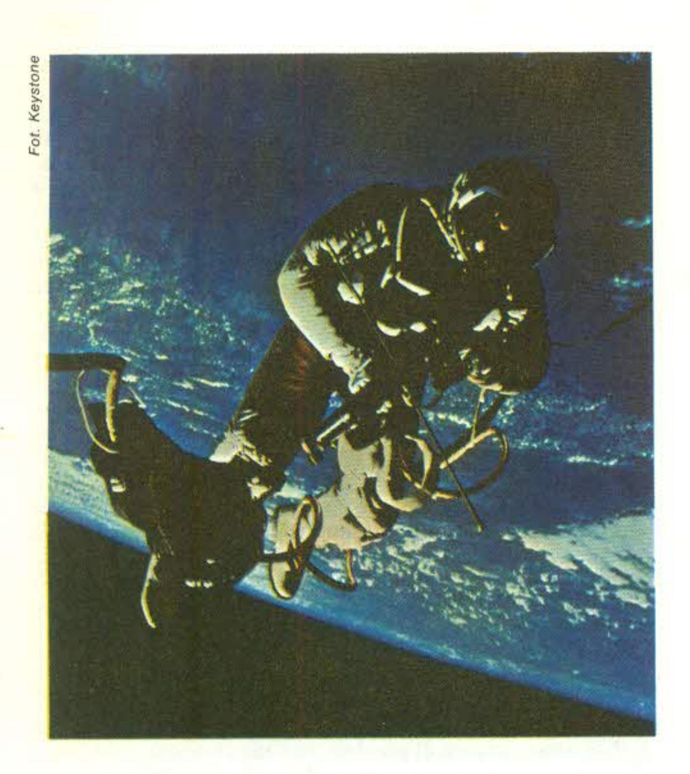
Fot. U.S.I.S.



Fot. Jacques Tizion-Gamma



Fot. Keystone



El astronauta norteamericano Edward H. White, unido a la cápsula de la nave Gemini, gravita en el espacio.

perfecto en el espacio. Los astronautas de ambos países se estrecharon la mano en señal de amistad y pudieron oír los mensajes dirigidos por los presidentes de los Estados Unidos y de la Unión Soviética.

El 20 de julio de 1976 se posó en Marte la nave norteamericana *Viking,* tras haber recorrido más de 700 millones de kilómetros en un año. Un laboratorio instalado a bordo analizó muestras del suelo marciano para determinar la existencia de vida en este planeta y envió fotografías de calidad excelente. Esta experiencia se repitió, dos meses más tarde, con el *Viking II.*

En junio del mismo año se había colocado en órbita la *Salyut V* y en febrero de 1977 se lanzó el *Soyuz XXIV,* cuyos dos tripulantes pasaron a la estación espacial donde permanecieron durante 17 días.

En junio de 1978, los soviéticos iniciaron, con el *Salyut VI,* la misión espacial más larga de todas las efectuadas hasta entonces. Ésta se terminó, en efecto, después de más de ciento treinta y nueve días y demostró que el hombre puede tener una actividad de larga duración en condiciones fisiológicas y psicológicas difíciles. Los cosmonautas llevaron a cabo un programa científico de fabricación de materiales, en particular de semiconductores y diversas aleaciones, aprovechando la ventaja que ofrecen el vacío y la ingravidez.

A pesar de las investigaciones realizadas gracias a las sondas lanzadas por los Estados Unidos y la Unión Soviética desde el año 1967, la exploración de Venus, cuerpo celeste de características similares, en algunos casos, a las de la Tierra y rodeado por una espesa atmósfera, sólo empieza realmente a finales de 1978 con el envío de naves norteamericanas y soviéticas. Las primeras contienen una serie de aparatos de medida, destinados a efectuar numerosos experimentos, y reciben los nombres de *Pioneer Venus I,* que se sateliza a unos 150 kilómetros del planeta, y de *Pioneer Venus II,* compuesto de cinco cápsulas, de las cuales cuatro deben llegar a distintos puntos de la superficie. Las segundas, denominadas *Venus XI* y *Venus XII,* se dividirán en dos al acercarse al planeta y transmitirán imágenes durante varias horas por medio de las cámaras de televisión que llevan. Estas expediciones, al proporcionar un conocimiento más profundo de la composición y estructura de la atmósfera de Venus, permitirán probablemente hacer pronósticos a largo plazo de los cambios climáticos y atmosféricos de la Tierra.

Los norteamericanos intentan asimismo adquirir conocimientos precisos del Sistema Solar con los lanzamientos del *Pioneer XI* en 1973 y de dos *Voyagers* en 1977. El primero de éstos, después de pasar cerca de Júpiter y recorrer más de tres mil millones de kilómetros, llega a proximidad de Saturno (1° de septiembre de 1979), del cual saca fotografías de indudable interés, y descubre que éste se encuentra rodeado por cinco anillos; las otras dos naves espaciales deben permitir un conocimiento más profundo del planeta en 1980 y 1981, y se espera que una de ellas pueda alcanzar Urano en 1986.

Pero el objetivo de los Estados Unidos y de la Unión Soviética consiste en instalar, hacia el año 2000, una estación permanente que giraría alrededor de la Tierra.

COHETES

El cohete es un artefacto propulsado por reacción, gracias a la combustión de una carga de pólvora, de propergoles, de hidrógeno o de energía nuclear, que se utiliza con fines científicos o bélicos.

Desde el punto de vista del funcionamiento se presentan cuatro problemas principales que se refieren a la disposición general, los materiales de fabricación, la propulsión y el sistema de guiado del cohete.

Disposición general. — Los primeros cohetes fueron las llamadas bombas volantes V2, de 13 toneladas, a los que sucedieron más tarde los proyectiles de 100 y 250 toneladas utilizados por norteamericanos y soviéticos, y el peso de estos artefactos superó el millar de toneladas en las expediciones lunares.

Hubiera sido imposible poner en órbita satélites artificiales sin la ayuda de cohetes constituidos por varias secciones o cuerpos, provistos cada uno de elementos motores que aseguren la propulsión escalonada y que se desprendan del conjunto sucesiva y automáticamente al final de la combustión. Éstos son naturalmente de mayor tamaño y peso que los primeros.

Materiales de fabricación. — Los materiales empleados en la fabricación de proyectiles y cohetes han evolucionado mucho desde los tiempos de los V2 y se ha conseguido aligerar de modo considerable los diversos cuerpos en beneficio de la carga útil y de la velocidad final.

Aleaciones ligeras, a base de aluminio, aceros especiales y plásticos entran en la construcción del cuerpo del cohete. Como, al penetrar de nuevo en la atmósfera durante el viaje de regreso, se alcanzan temperaturas muy elevadas, las ojivas se recubren de un *escudo térmico* compuesto por varias capas de un plástico especial, semejantes a una pasta hojaldrada, que se vaporizan sucesivamente y acaban impidiendo la fusión del metal. Los motores, además de un sistema de refrigeración constituido por la circulación de propergoles líquidos, llevan un revestimiento de cerámica o de grafito para evitar que se difunda a otras partes del cohete el intenso calor que generan.

Propulsión. — Los primeros cohetes fueron propulsados mediante el uso de pólvora. Los técnicos alemanes de la base de Peenemünde empezaron a utilizar propergoles líquidos constituidos por alcohol, como combustible, y

oxígeno líquido, como comburente. Se experimentaron luego otras mezclas, como la de alcohol metílico e hidrato de hidracina, y en la actualidad se emplea sobre todo la de hidrógeno y oxígeno líquido.

La propulsión nuclear ofrece nuevas posibilidades en Astronáutica. El hidrógeno actúa como masa de propulsión a la que un reactor atómico imprime una velocidad superior a la lograda con la mezcla de hidrógeno y oxígeno. A partir de 1960 se hicieron investigaciones sobre la propulsión iónica, consistente en la utilización de un metal ionizable que se calienta intensamente para arrancar electrones a sus átomos y convertirlos en iones positivos que son acelerados hacia atrás mediante la atracción de electrodos negativos, adquiriendo así velocidades muy elevadas.

Sistema de guiado. — El guiado de los cohetes, tanto para usos militares como científicos, requiere el empleo de un *radar* de seguimiento, destinado a dirigir la trayectoria del proyectil, y de un mando a distancia por radio que permite gobernar los timones, detener los motores y poner en marcha motores auxiliares para corregir eventualmente la trayectoria.

Este procedimiento de conducción puede sufrir los efectos de las interferencias o de la inutilización de las antenas de radar y radio y, por ello, se ha llegado a perfeccionar otro sistema de guiado, basado en la inercia, que consiste en montar sobre una plataforma estabilizada por giroscopios tres acelerómetros muy sensibles que registran los componentes de la desviación del proyectil, en sus tres dimensiones, y actúan después sobre los timones de dirección mediante relés.

Clases de cohetes. — Además de los cohetes sencillos y de los de varios cuerpos, anteriormente mencionados, existen otros destinados a usos científicos o militares. A los primeros pertenecen los *cohetes sonda*, enviados a las capas superiores de la atmósfera para estudiar las propiedades físicas y químicas de la misma, que fueron cronológicamente anteriores a los satélites artificiales. Entre los más conocidos cabe mencionar el francés *Véronique*, que alcanzó una altura de 220 km, y los norteamericanos *Viking, Aerobee, Wac Corporal* y *Far Side,* ascendiendo este último hasta los 6 400 km en 1957. Hay también los *cohetes postales*, que se experimentaron a partir de 1930 para el transporte directo de la correspondencia. Los de interés militar se clasifican en función del lugar de lanzamiento, que puede ser la tierra, el aire, el mar y las aguas submarinas, y del objetivo, situado en cualquiera de esos elementos. Así, se habla de *cohetes tierra-tierra, tierra-mar, aire-aire, mar-tierra,* etc. Finalmente, teniendo en cuenta el alcance, se denominan *cohetes de alcance medio* los que son capaces de llegar a distancias de 1 500 a 3 000 km, y *cohetes intercontinentales* los que sobrepasan los 8 000 km.

Escape de la atracción terrestre. — Cuando el cohete logra vencer la gravedad y la resistencia de la atmósfera, se dice que ha escapado a la atracción terrestre. Se requiere para ello una gran energía y una velocidad inicial, v_0, suficiente. Explicaremos a continuación como se obtiene la velocidad que es necesaria.

La resistencia de la atmósfera, aun siendo considerable, resulta desproporcionada con la energía necesaria para vencer la gravedad. Según **[12, 4]**, esta última es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia a la Tierra, es decir, $g = \mathrm{GM}\,\frac{1}{\mathrm{R}^2}\cdot$ Considerando dos puntos, uno sobre la superficie de la Tierra, a cuyo radio llamaremos R_0, y otro a una distancia R de su centro, tendremos :

$$\frac{\mathrm{R}^2}{\mathrm{R}_0^2} = \frac{g_0}{g} \qquad \textbf{[12, 5]}$$

donde g_0 y g son, respectivamente, las intensidades de la gravedad en la superficie terrestre y en el punto exterior a una distancia R del centro.

Para que el cohete pueda vencer la acción de la gravedad y sustraerse, de ese modo, a la órbita terrestre, tendrá que disponer de una energía equivalente al trabajo necesario para llevar su masa desde la superficie de la Tierra hasta el infinito. Si m es la masa del cohete, utilizando la **[12, 5]**, podemos obtener dicha energía por medio de una integración :

$$\mathrm{E} = \int_{\mathrm{R}_0}^{\infty} mg \cdot \mathrm{dR} = \int_{\mathrm{R}_0}^{\infty} mg_0 \frac{\mathrm{R}_0^2}{\mathrm{R}^2} \cdot \mathrm{dR} = mg_0\mathrm{R}_0 \qquad \textbf{[12, 6]}$$

Aplicando el teorema de las fuerzas vivas, tendremos :

$$\frac{1}{2}\,mv_0^2 = mg_0\mathrm{R}_0$$

de donde

$$v_0 = \sqrt{2g_0\mathrm{R}_0} \qquad \textbf{[12, 7]}$$

lo que significa que la velocidad inicial que debe imprimirse a un cohete para conseguir el escape de la

Fot. Aérospatiale

Lanzamiento de un cohete balístico tierra-aire.

Tierra sólo depende de la intensidad de la gravedad en la superficie y del radio terrestre. La expresión [12, 7] muestra la gran cantidad de energía necesaria para lograr una velocidad inicial tan considerable y la [12, 6] hace ver que esta energía aumenta con la masa del proyectil.

Vuelos espaciales. — Si se toman como referencia los vuelos en la atmósfera, es evidente que los que tienen lugar en el espacio extraatmosférico presentan como características esenciales la ausencia de resistencia aerodinámica y la disminución progresiva de la gravedad terrestre en función de la altura. Por lo tanto la velocidad de un móvil que evoluciona en este medio ya no tiene ninguna limitación, aumenta mientras funciona el propulsor e incluso se mantiene casi constante cuando éste se detiene, lo que permite viajar por el espacio sin consumo de carburante y crear satélites artificiales.

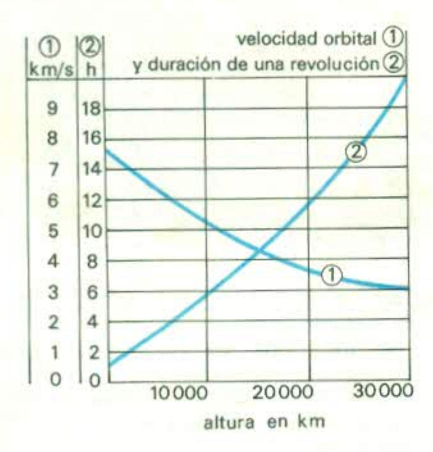


Fig. 92. Variación de la velocidad orbital y de la duración de una revolución de un móvil en función de la altura.

La intensidad de la gravedad disminuye en proporción inversa al cuadrado de la distancia. Si, al nivel del suelo, aquélla equivale a 9,81 m/s^2, será igual sólo a la $50^{ésima}$ parte a una altura de 38 000 km. Para que un móvil pueda convertirse en un satélite artificial de la Tierra es necesario, por consiguiente, que la velocidad de rotación sobre su órbita, o velocidad orbital, cree una aceleración centrífuga igual y opuesta a la aceleración de la gravedad. Se deduce de esta afirmación que la velocidad orbital varía en función de la altura y que a cada altura corresponde una velocidad orbital única. En el caso ideal de una órbita circular, la velocidad orbital es de 27 800 km/h (7,73 km/s) a 300 km de altura; a 6 000 km es sólo de 21 600 km/h, equivalentes a 6 km/s, y a la distancia media de la Luna (384 000 km) desciende a 3 600 km/h (1 km/s), puesto que la gravedad es entonces aproximadamente 4 000 veces menor que la que reina en la superficie de la Tierra (*fig.* 92).

Satélites artificiales. — Se entiende por *satélite artificial* el artefacto lanzado desde la Tierra a una altura y con una velocidad tales que llega a describir una o varias órbitas cerradas alrededor de ella o de otro astro.

Los satélites artificiales se ponen en órbita mediante cohetes propulsores, que constan de varios cuerpos, como se dijo anteriormente. La trayectoria inicial del cohete portador es vertical, pero, una vez atravesada la zona de mayor densidad atmosférica, se inclina progresivamente para adoptar la órbita prevista. En el momento en que el satélite se despega del cohete, la velocidad final debe tener una dirección perpendicular a la prolongación del radio de la Tierra que pasa por aquél y recibe el nombre de *velocidad horizontal*.

La órbita descrita por los satélites artificiales es generalmente elíptica y el centro del Planeta ocupa uno de sus focos. Como el campo gravitatorio terrestre no es uniforme, el plano de aquélla se desplaza ligeramente en el espacio y el eje mayor de la elipse sufre una rotación en su plano. Del mismo modo que ocurre con los satélites naturales, existen un *perigeo*, punto más cercano a la Tierra, y un *apogeo*, posición más lejana de la misma.

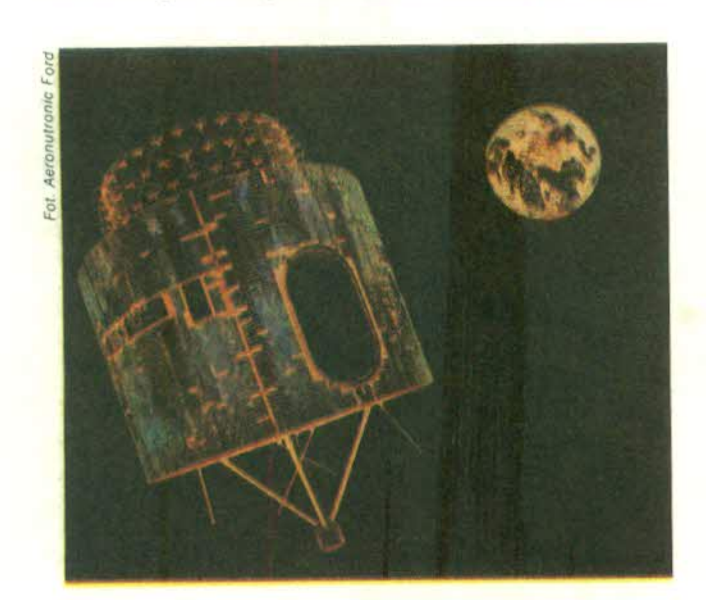
Al entrar en contacto con partículas diversas, el satélite pierde energía, lo que provoca una reducción del semieje mayor de la elipse y una aceleración anormal; la órbita elíptica se transforma así en una espiral cada vez más cerrada. Por lo tanto, la estabilidad orbital y la vida del satélite serán tanto mayores cuanto más elevada sea la altura inicial del perigeo.

La trayectoria de los satélites puede seguirse desde la Tierra por procedimientos ópticos o por técnicas de radio. En este último caso, las radiaciones de un emisor a bordo del artefacto son captadas y medidas por un receptor especial o por un *radar*. Cuando el satélite describe una órbita por encima del Ecuador terrestre, a unos 36 000 km de altura y con una velocidad angular semejante a la de rotación de nuestro planeta, se dice que es *estacionario*, porque permanece aparentemente inmóvil con respecto a un punto geográfico. Este tipo tiene gran importancia desde el punto de vista científico puesto que los artefactos que en él se incluyen, llamados *satélites de comunicaciones*, pueden servir de puente para las transmisiones telegráficas, telefónicas y televisivas entre continentes. Éstos son *pasivos*, cuando se limitan a reflejar las señales, y *activos*, si están dotados de equipos receptores, amplificadores y emisores, como es el caso de la serie de los *Telstar* que prestan inapreciables servicios desde 1962.

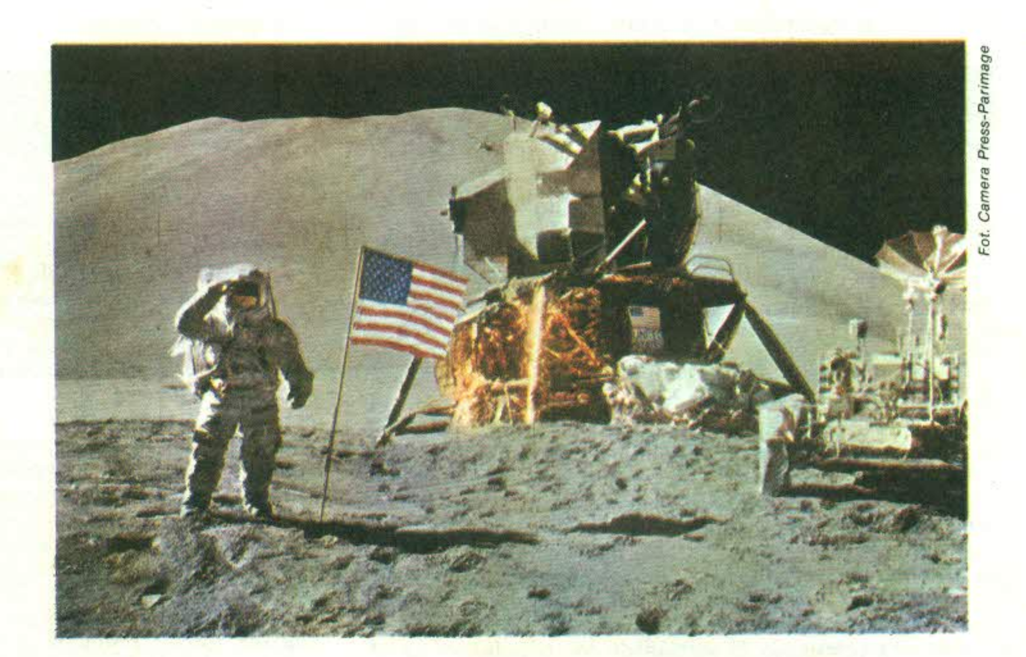
Deben señalarse también los *satélites meteorológicos*, que proporcionan informaciones muy valiosas tanto numéricas como fotográficas, y los *geodésicos*, que facilitan un mejor conocimiento de la geografía terrestre y del espacio sideral gracias al empleo de procedimientos de triangulación.

En el campo militar, los satélites artificiales pueden ser ventajosamente utilizados en misiones de observación y

Fot. Aeronutronic Ford



Satélite meteorológico norteamericano lanzado en 1974.



El módulo lunar del Apollo XV se posó en nuestro satélite en 1971. Sus tripulantes desembarcaron un vehículo automóvil de cuatro ruedas, que les permitió explorar una gran extensión de la superficie de la Luna.

de alerta, para detectar la presencia de proyectiles teledirigidos y transmitir a los puestos de mando la localización y trayectoria de los mismos, y para los bombardeos.

DESARROLLO DE UNA MISIÓN LUNAR

Con la misión *Apollo XI* se consiguió por primera vez, el 20 de julio de 1969, llevar al hombre a la Luna. Esta operación se efectuó mediante el lanzamiento de una cápsula *Apollo* por un cohete *Saturn V* de tres cuerpos, en el último de los cuales se alojaba un *módulo de mando* o cápsula tripulada por los astronautas, un *módulo de servicio*, con sus propulsores, y el *módulo lunar*, destinado a posarse en la superficie de la Luna.

Lanzamiento. — Los cinco motores del primer cuerpo del cohete *Saturn V*, con un empuje total de 3 400 t, levantan todo el conjunto, de un peso de 2 900 t, que, después de dos minutos y medio, tiempo necesario para la combustión completa, alcanza una altura de 65 km y la velocidad de 8 700 km/s.

El segundo cuerpo se pone en marcha por un período de seis minutos, desarrollando un empuje de 510 t, y permite llegar a 185 km de altura y a una velocidad de unos 25 000 km/h.

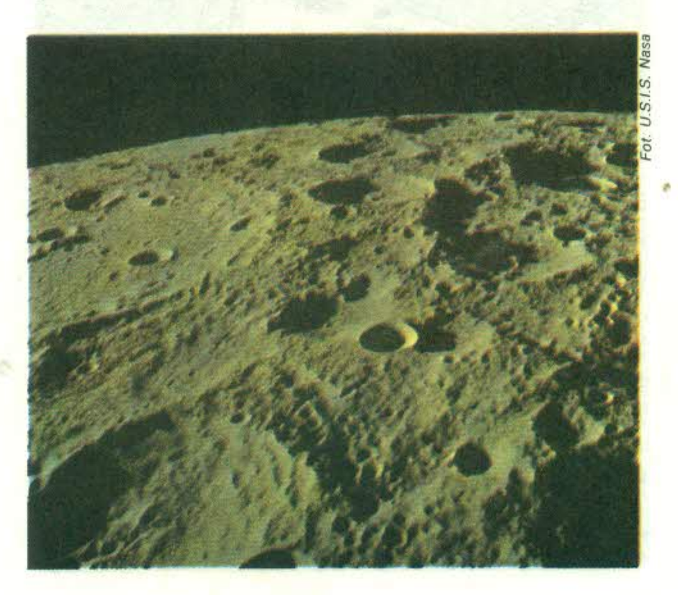
Se encienden entonces los motores del tercer cuerpo que, al funcionar sólo durante dos minutos, colocan el satélite en órbita circular alrededor de la Tierra, con una velocidad de 26 500 km/h. Varias revoluciones de éste son suficientes para que la base de lanzamiento compruebe el buen estado de todos los elementos constitutivos de la cápsula y de los módulos.

Colocación. — *En órbita de espera.* — Se encienden de nuevo los motores del tercer cuerpo, con lo que el vehículo espacial se pone en una órbita más excéntrica, dirigida ya hacia la Luna. Existe entonces la posibilidad de seleccionar la trayectoria más adecuada para continuar la marcha hacia nuestro satélite. Después de cinco minutos y medio de propulsión, la astronave llega a 300 km de altura y tiene una velocidad de unos 29 000 km/h.

En un momento dado, el módulo lunar se separa unos 15 metros de los otros dos (de mando y de servicio). Estos últimos efectúan una rotación de 180°, colocándose así de frente al primero, y, finalmente, los tres quedan acoplados. El tercer cuerpo se desprende y la nave espacial se dirige hacia la Luna.

Si se hace necesaria la rectificación de la trayectoria durante el viaje, se recurre a los cohetes estabilizadores del módulo de servicio o, en casos más graves, al propulsor principal de la nave. En el transcurso de toda la misión es permanente el contacto radiofónico con la base de lanzamiento, a la cual se envía toda clase de informaciones.

En órbita lunar. — En el momento oportuno, determinado por las computadoras de a bordo, el propulsor del módulo de servicio se pone en marcha. Disminuye entonces la velocidad, y el conjunto se coloca en una órbita elíptica. Una nueva propulsión transforma esta órbita en otra casi circular, a una distancia aproximada de 110 km de la Luna, en la cual evoluciona la



Fotografía de la cara oculta de la Luna.

astronave, lo que permite determinar con gran exactitud los parámetros de propulsión del módulo lunar en función del lugar previsto para el aterrizaje. Dos miembros de la tripulación se acomodan en el módulo, comprueban el buen funcionamiento de los mecanismos, sacan el tren de aterrizaje y ponen en marcha las computadoras que han de utilizarse para la dirección del artefacto.

Descenso y despegue del módulo lunar. — El módulo lunar se separa ligeramente del conjunto, gira y se orienta de modo que el piloto del módulo de servicio pueda inspeccionar el tren de aterrizaje. Una vez encendido el motor propulsor, empieza a bajar hacia la Luna siguiendo una órbita elíptica y, al llegar a una altura de unos 1 500 metros, se sitúa en una región cercana a la zona prevista para el aterrizaje. La maniobra final se inicia a unos 2 700 m del punto de aterrizaje : el cohete de frenado se controla de modo automático hasta los 150 m de altura y, desde los 20 m, el módulo desciende verticalmente. El propulsor se para en el momento en que las sondas del tren de aterrizaje alcanzan la superficie lunar. El vehículo atraído por la gravedad recorre entonces los últimos metros con una velocidad que van reduciendo poco a poco los cohetes del tren de aterrizaje, de tal manera que el módulo puede posarse con toda suavidad en el suelo de nuestro satélite.

Una vez terminada la misión de los tripulantes en el suelo lunar, éstos se introducen de nuevo en el módulo y, siguiendo las órdenes que reciben de la base terrestre, ponen en marcha el propulsor. La parte inferior del artefacto queda abandonada en la Luna, mientras que la superior se eleva y se sitúa en una órbita elíptica. Mediante una serie de maniobras con los propulsores, el módulo se coloca luego en otra órbita circular, vecina de la que sirve de estacionamiento a los módulos de servicio y de mando, con los cuales se acopla después de una operación que dura unas tres horas y en la que desempeñan un papel muy importante las computadoras de a bordo y los centros de seguimiento en la Tierra.

Regreso a Tierra. — Los astronautas penetran en el módulo de mando y se produce entonces la eyección del módulo lunar. El propulsor principal del módulo de servicio se enciende durante dos minutos y medio para acrecentar la velocidad del conjunto y colocarlo en una órbita de transferencia hacia la Tierra. Esta delicada maniobra tiene lugar detrás de la Luna, lo que supone una interrupción de veinte minutos en la comunicación radiofónica con la base espacial.

Antes del retorno a las capas densas de la atmósfera terrestre, que requiere de 80 a 110 horas, tiene lugar la eyección del módulo de servicio que deja sola la cápsula *Apollo* con una velocidad de unos 40 000 km/h. Los efectos del calentamiento producido por el rozamiento con la atmósfera se ven contrarrestados por la inclinación adecuada que se da a la astronave, para que su penetración sea óptima, y por el escudo térmico que absorbe eficazmente el exceso de calor y que consigue mantener así una temperatura interior inferior a los 27 ^{0}C, mientras que en el exterior se alcanzan los 2 800 ^{0}C. Las condiciones muy particulares de esta entrada en la atmósfera son determinadas por las computadoras de la base terrestre que efectúan las necesarias correcciones de trayectoria y orientación. El primer frenazo se completa con el despliegue de dos paracaídas y la velocidad de la cápsula queda reducida a unos 200 km/h. El escudo térmico es, a su vez, eyectado y, a la altura de 3 200 m, se abren otros tres paracaídas de 27 m de diámetro, con lo que termina la fase final del descenso. La entrada en el agua se hace a una velocidad de unos 35 km/h y, en el momento del impacto, se desprenden automáticamente los paracaídas mientras un anillo neumático de estabilización rodea a la cápsula hasta la llegada del equipo de salvamento.

PORVENIR DE LA ASTRONÁUTICA

El objetivo a medio y a largo plazo de la Astronáutica consiste en la exploración por el hombre de los planetas del sistema solar. Para ello será necesario poner en órbita grandes satélites, que sirvan de laboratorios a científicos e investigadores, y estudiar así la Tierra y su atmósfera para resolver problemas de radiofísica, geofísica y navegación espacial, las condiciones reinantes en el espacio sideral (vacío, ingravidez, radiaciones), el Sol, las estrellas, los planetas y los satélites.

Las estaciones científicas orbitales estarán constituidas por varias partes autónomas, transportadas por separado y ensambladas en el espacio. La conquista de otros planetas habrá de pasar probablemente por dos etapas previas : continuación de las experiencias lunares, con establecimiento de bases permanentes en nuestro satélite, y envío de sondas automáticas a dichos planetas para obtener informaciones imposibles de adquirir desde los laboratorios terrestres.

La conquista del espacio ha conducido, en unos veinte años, a la realización de progresos científicos considerables, sobre todo en Astronomía y en Geofísica, y ha abierto nuevas perspectivas en materia de telecomunicaciones y de observación de la Tierra. Sin embargo, teniendo en cuenta la amplitud del Sistema Solar, lo realizado hasta ahora sólo representa una pequeña exploración de una mínima parcela del mismo. La magnitud de la tarea pendiente puede comprenderse fácilmente si se considera que el simple envío de una sonda espacial al planeta Neptuno exigiría unos diez años.

Fot. Nasa



Un helicóptero de salvamento rescata de las aguas del Pacífico a los tripulantes del vuelo espacial Apollo XVII (1972) para llevarlos a un portaviones próximo.

13. — Estática de los fluidos o Hidrostática

Noción de presión. Unidades de presión. Presión sobre un punto. *En una pared. En un líquido.* Teorema fundamental de la Hidrostática. Vasos comunicantes. Principio de Pascal. Prensa hidráulica. Principio de Arquímedes. Cuerpos flotantes. *Cuerpos flotantes en la superficie. Densímetros.* Estabilidad de los cuerpos flotantes. *Equilibrio de los barcos.* Presión de los gases. Presión atmosférica. Experimentos. *De Torricelli. Del rompevejigas. De la pipeta.* Peso del litro de aire. Medida de la presión atmosférica. *Barómetro normal. Barómetros metálicos. Barómetros registradores. Previsión del tiempo.* Compresibilidad de los gases. *Estudio experimental.* Mezcla de gases por difusión. Difusión a través de paredes porosas. Medida de las presiones de los gases. *Manómetros. De líquido. De aire libre. Metálico de Bourdon.*

Noción de presión. — Coloquemos un ladrillo sobre una membrana elástica tensada horizontalmente. Ésta se deforma más si entra en contacto con ella el lado menor del ladrillo en vez del lado mayor y, sin embargo, la fuerza que producen ambas deformaciones es la misma, es decir, el peso P del ladrillo, que permanece invariable (*fig.* 93).

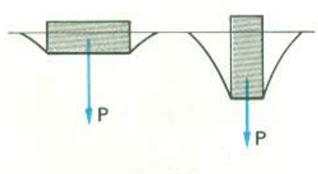


Fig. 93

El efecto de la fuerza P varía, por consiguiente, con la superficie de contacto sobre la que actúa. Se dice que el ladrillo ejerce presiones diferentes en ambos casos.

Cuando una fuerza F se ejerce uniformemente sobre una superficie S, el cociente $P = \frac{F}{S}$ se denomina *presión* ejercida por esta fuerza.

No deben confundirse los conceptos de fuerza y presión, que son magnitudes físicas diferentes.

Unidades de presión. — La *unidad de presión,* en un sistema cualquiera, es el cociente entre la unidad de fuerza y la de superficie en dicho sistema. Así, en el cegesimal, es la dina por centímetro cuadrado, que se llama *baria* y cuyo múltiplo, el *bar*, equivale a un millón de barias. En el sistema internacional es el *newton por metro cuadrado* (N/m^2).

Se emplea también el *kilogramo-fuerza por centímetro cuadrado* o se calculan las presiones en columna de mercurio normal, es decir, de mercurio a 0^0C, tomando la aceleración de la gravedad al nivel del mar y a la latitud 45^0, que corresponde a $g = 980{,}665$ cm/s^2.

Presión sobre un punto. — *En una pared.* — Si consideramos un punto de la pared de un vaso que contiene un líquido en equilibrio, se demuestra fácilmente que aquél está sometido a una fuerza *f*, perpendicular y proporcional a su superficie *s*. La relación constante $\frac{f}{s} = p$ caracteriza lo que se llama presión del líquido sobre el punto de la pared.

Por ejemplo (*fig.* 94), la membrana de caucho C se deforma bajo el empuje del líquido, y por los orificios del recipiente A salen surtidores perpendiculares a la pared que se van curvando por el efecto de la gravedad.

Esta fuerza de presión se atribuye a los choques incesantes de las moléculas del líquido contra la pared. Se puede comparar con la acción de un chorro de arena contra un obstáculo; si las direcciones de las velocidades

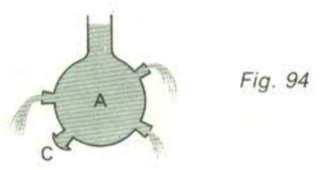


Fig. 94

de los granos se dirigen al azar, como es el caso con las velocidades de las moléculas líquidas, la fuerza resultante es, por razón de simetría, perpendicular a la pared, lo que caracteriza una fuerza de presión.

En un líquido. — Para definir la presión en un punto P situado en la masa líquida, se imagina en éste una superficie *s* y se denomina presión en P al cociente $\frac{f}{s}$ entre la fuerza *f*, perpendicular a la superficie, y la magnitud *s* de esta última.

Puede ponerse de manifiesto (*fig.* 95) esta presión en un líquido por medio de una *cápsula de Marey,* es decir, de una caja lisa, de poca superficie, una de cuyas caras está cerrada por una membrana de caucho; se comprueba que ésta se ahueca bajo la acción de la fuerza de presión y que la deformación es tanto mayor cuanto más profundamente sumergida en el líquido se encuentre la cápsula.

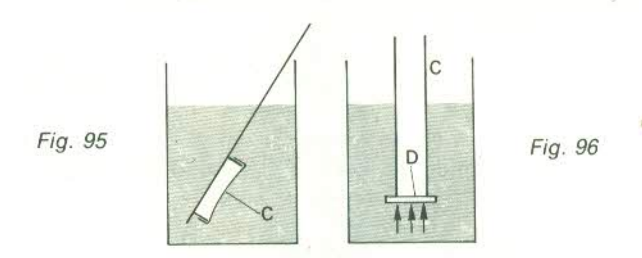


Fig. 95 Fig. 96

La figura 96 representa otro experimento que muestra también la existencia de las fuerzas de presión; en efecto, es la fuerza de presión que se ejerce verticalmente hacia arriba la que mantiene contra el cilindro C el disco D, que tendería a descender por la acción de su peso.

Teorema fundamental de la Hidrostática. — La diferencia de presión entre distintos puntos de un líquido

queda determinada por el teorema fundamental de la Hidrostática, según el cual *la diferencia de presión de dos puntos, situados a distinta altura en un líquido en reposo, equivale al peso de una columna del mismo líquido, que tiene por base la unidad de superficie y por altura la diferencia de alturas entre los puntos considerados.*

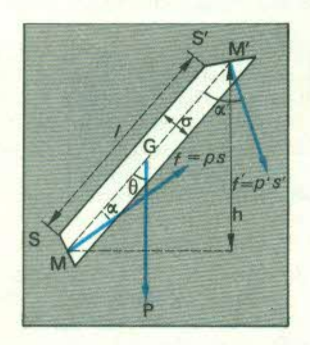


Fig. 97

Sean, en efecto (*fig.* 97), dos puntos M y M' en un líquido y h su diferencia de altura. Unamos M con M' y consideremos el cilindro de eje MM' y de generatrices paralelas a MM' que está terminado por dos superficies s y s' de orientaciones cualesquiera.

Para establecer el teorema supongamos que el cilindro de líquido se ha solidificado y expresemos que se encuentra en equilibrio bajo la acción de las fuerzas que se le aplican.

La condición necesaria y suficiente de equilibrio de un cuerpo sólido es que sean nulos la resultante general de las fuerzas aplicadas y el par resultante, condición que se expresa mediante seis ecuaciones, ya que es necesario escribir que las tres componentes del par y de la resultante, según tres ejes, son nulas. Vamos a considerar sólo una de estas condiciones, o sea, que es nula la componente de la resultante de las fuerzas según el eje del cilindro.

Las fuerzas que actúan sobre el cilindro, que se supone solidificado, son las fuerzas de presión sobre las paredes y el peso del líquido. Las que se ejercen sobre las paredes laterales son perpendiculares a éstas y, por consiguiente, al eje del cilindro; por tanto, sus componentes según el eje son nulas. Las componentes, según el eje, de las fuerzas que actúan sobre las dos extremidades son respectivamente : $ps \cos \alpha$ y $p's' \cos \alpha'$; y la del peso es $P \cos \theta$, designando por P el peso del cilindro líquido.

La condición de equilibrio será

$$p's' \cos \alpha' + P \cos \theta - p \cdot s \cos \alpha = 0 \qquad [13, 1]$$

Sea, por otra parte, σ la sección recta del cilindro; se tendrá

$$s \cos \alpha = s' \cos \alpha' = \sigma ;$$

el peso del líquido es igual al producto del volumen $(\sigma \times l)$ por el peso específico ω :

$$P = \sigma \times l \times \omega$$

la ecuación [13, 1] se transforma en

$$p'\sigma + \sigma l \cos \theta \cdot \omega - p\sigma = 0,$$
$$\text{de donde } p - p' = h\omega, \qquad [13,2]$$
$$\text{puesto que } l \cos \theta = h.$$

La letra h representa la medida del volumen de un cilindro de altura h y de sección equivalente a la unidad; $h\omega$ representa el peso de este cilindro, lo que demuestra el teorema.

De este teorema fundamental pueden deducirse algunos corolarios muy importantes.

COROLARIOS. — 1.° *En un líquido en reposo la presión es la misma en todos los puntos situados en un mismo plano horizontal.*

En efecto, en este caso $h = 0$, $p = p'$.

2.° *La superficie libre de un líquido en reposo es plana y horizontal.*

En efecto, en dos puntos de la superficie libre la presión es la misma y equivale a la presión del gas situado sobre el líquido : $p = p'$; por consiguiente, $h = 0$.

3.° Cuando *varios líquidos no miscibles* se encuentran en un mismo recipiente, se demuestra experimentalmente que *se superponen por orden de densidad* : los más densos van al fondo y la superficie de separación entre los distintos líquidos es plana y horizontal.

Sean, en efecto (*fig.* 98), M y M' dos puntos cualesquiera de la superficie de separación y h la diferente altura entre ambos; en el primer líquido, de peso específico ω_1, se tendrá $p - p' = h\omega_1$ y, en el segundo, $p - p' = h\omega_2$, de donde $h(\omega_2 - \omega_1) = 0$;

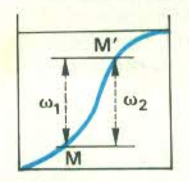


Fig. 98

como los dos líquidos tienen pesos específicos diferentes, $\omega_2 - \omega_1 \neq 0$, y, por consiguiente, $h = 0$, dos puntos cualesquiera M y M' de la superficie de separación se encuentran en un mismo plano horizontal.

Vasos comunicantes. — El teorema fundamental y sus corolarios se han establecido sin tener en cuenta la forma del vaso que contiene el líquido y no dependen, por consiguiente, de ésta. Cuando dos vasos comunican uno con otro por su parte inferior, pueden considerarse como un vaso único cuyas superficies libres son planas y horizontales.

Entre las aplicaciones de los vasos comunicantes pueden mencionarse el abastecimiento de aguas en las ciudades, los saltos de agua, las esclusas y los pozos artesianos.

Principio de Pascal. — *La presión ejercida en un punto de un líquido en equilibrio se transmite en todos los sentidos y con la misma intensidad a todos los puntos del mismo.*

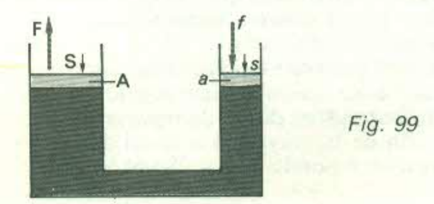


Fig. 99

Apliquemos una fuerza f a un émbolo a de superficie s (*fig.* 99). El líquido tiende a levantar el émbolo A de superficie S, comprobándose que para impedir este movimiento es necesario ejercer sobre A una fuerza $F = \frac{S}{s} \cdot f$; esta relación puede escribirse $\frac{F}{S} = \frac{f}{s}$, es decir, que la presión del líquido sobre el émbolo A es igual a la presión del émbolo a sobre el líquido; por consiguiente, el líquido ha transmitido la presión.

Esta propiedad distingue claramente los líquidos de los sólidos, que no transmiten las presiones, sino las fuerzas.

La ecuación $F = \frac{S}{s} \cdot f$ muestra que, ejerciendo una fuerza f sobre el émbolo a, se levanta el émbolo A con una fuerza $\frac{S}{s}$ veces mayor; si la relación entre las secciones es grande, igual a 1 000, por ejemplo, al ejercer sobre a una fuerza de 1 kg se levantará A con una fuerza de 1 000 kg. Este resultado se utiliza en la prensa y en los ascensores hidráulicos.

Prensa hidráulica. — La *prensa hidráulica*, imaginada por Pascal y construida por el inglés Joseph BRAMAH (1749-1814) en 1795, consta de dos depósitos comunicados por su parte inferior y cerrados ambos con émbolos de secciones muy distintas (*fig.* 100).

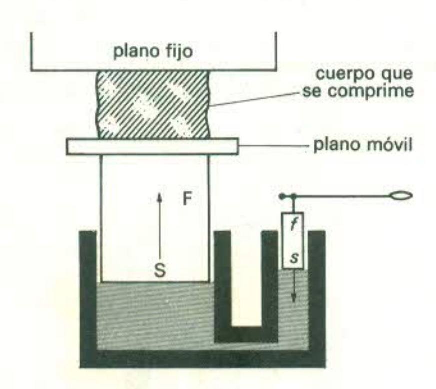


Fig. 100

Entre la parte superior del émbolo y un plano situado frente al mismo se comprimen objetos diversos, como semillas oleaginosas, de las cuales se saca el aceite, heno, paja o algodón para reducir su volumen y transportarlos más fácilmente.

Principio de Arquímedes. — *Todo cuerpo sumergido en un líquido experimenta un empuje vertical y hacia arriba igual al peso del líquido desalojado.* El punto de aplicación de esta fuerza, llamada *empuje de Arquímedes*, es el centro de gravedad del líquido desalojado y se denomina *centro de empuje.* Hemos visto que en cualquier superficie sumergida en un líquido se ejerce perpendicularmente una fuerza de presión y que siempre es posible sustituir un sistema de fuerzas cualesquiera aplicadas a un cuerpo sólido por una resultante y por un par. El principio de Arquímedes expresa que, en el caso de fuerzas de presión, el par es nulo y el sistema de fuerzas se reduce a una resultante cuya intensidad, dirección, sentido y punto de aplicación vienen indicados.

Para establecer de modo experimental el principio de Arquímedes puede utilizarse una balanza hidrostática, que se diferencia de las corrientes en que la cruz se mueve por medio de una cremallera y los platillos llevan en su parte inferior un ganchito. Se levanta la cruz y se suspende un cuerpo sólido M (*fig.* 101) de uno de los platillos, donde se coloca un vaso V; se pone la balanza en el cero por medio de la tara que se precise y se baja entonces la cruz con la cremallera de forma que el cuerpo se sumerja en un recipiente W que se ha llenado hasta un tubo de desagüe D. Cualquiera que sea la forma del cuerpo M, su inmersión produce la expulsión por el tubo D de un volumen de líquido igual al suyo; la inmersión del cuerpo destruye el equilibrio en beneficio de la tara, puesto que el empuje de Arquímedes se resta del peso del

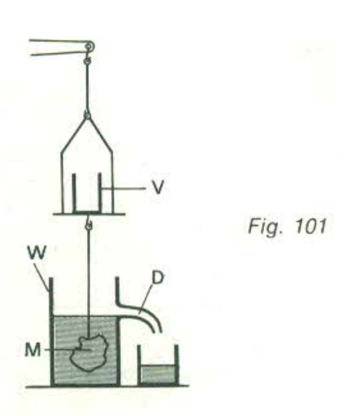


Fig. 101

cuerpo. Si se recoge el líquido que sale del recipiente y se le vierte en el vaso V, se observa que se restablece el equilibrio.

Cuerpos flotantes. — Se denominan *cuerpos flotantes* a los sólidos que, sumergidos completa o parcialmente en un líquido, reciben de este último un empuje que origina una pérdida de peso aparente. Si el empuje es superior al peso, el cuerpo flota en la superficie del líquido; cuando el peso es superior al empuje, el cuerpo cae al fondo del recipiente que contiene el líquido; y, en caso de que exista igualdad entre estas fuerzas, el cuerpo queda suspendido en el líquido.

Cuerpos flotantes en la superficie. — Cuando el cuerpo flota en equilibrio, el empuje de Arquímedes sobre el volumen sumergido es igual al peso del cuerpo. Si el peso específico del líquido es ω, tendremos $V_i \times \omega = P$, de donde $V_i = \frac{P}{\omega}$, relación que muestra que el volumen sumergido es tanto menor cuanto mayor sea el peso específico del líquido, e inversamente. Los areómetros y densímetros de peso constante se basan en esta propiedad.

Densímetros. — El *densímetro* consta de una varilla fina de vidrio (*fig.* 102) prolongada por dos ampollas A y B, la segunda de las cuales lleva un lastre de forma que en el agua pura el aparato se hunda hasta la parte inferior O

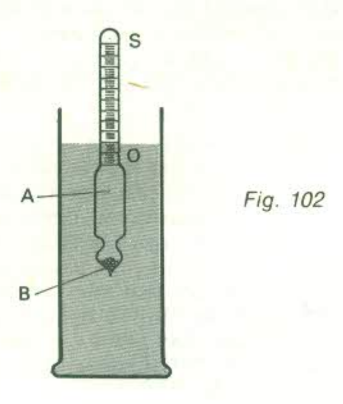


Fig. 102

de la varilla. Cuando el densímetro se coloca en un líquido de densidad menor que la del agua, se sumerge todavía más y la varilla puede graduarse utilizando líquidos de densidades conocidas. Para los que son más densos que el agua, se lastra el aparato de modo que en el agua pura se hunda hasta el extremo S de la varilla.

La densidad de una mezcla de alcohol y agua varía según la proporción de alcohol, y el densímetro graduado con mezclas de este tipo, cuyo contenido se conoce con exactitud, se denomina *alcohómetro de Gay-Lussac.*

Estabilidad de los cuerpos flotantes. — *Equilibrio de los barcos.* — Un cuerpo flotante en equilibrio cumple dos condiciones : el peso que tiene es igual al del líquido desalojado, y los centros de gravedad y de empuje están situados en la misma vertical.

Para que este equilibrio sea estable, cuando se desplaza el cuerpo flotante, por ejemplo, basta con que el centro de gravedad quede por debajo del de empuje. Los barcos obedecen a estas leyes. El volumen de agua que desalojan es, en metros cúbicos, igual al peso que tienen en toneladas, excepto en el agua de mar en que es menor, porque la densidad en este caso es algo superior a la del agua dulce. Los barcos estables son los que tienen un centro de gravedad muy bajo gracias a la colocación de una carga pesada en la quilla, aunque no sea necesario que éste se encuentre situado debajo del centro de empuje, que se ve desplazado por las oscilaciones del buque.

El balanceo del barco no modifica la localización del centro de gravedad respecto al conjunto. Supongamos que la vertical *xy* (*fig.* 103), que une el centro de gravedad

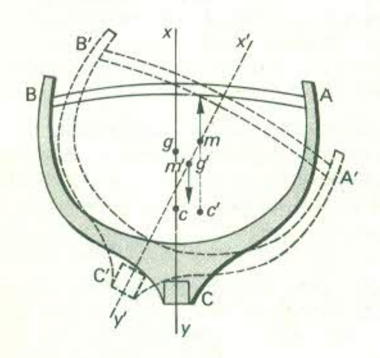


Fig. 103

g con el centro de empuje *c*, se desplaza a *x'y'*; *g* se colocará en *g'* sobre *x'y'*, pero *c* ocupará el lugar *c'*, que, con respecto al navío, no está en la misma posición que *c*, porque la forma del líquido desalojado ha cambiado. La vertical que pasa por *c'* corta *x'y'* en *m*, denominado *metacentro*. Se observa fácilmente que, aplicando el empuje en *m*, en vez de en *c'*, el equilibrio es estable cuando *m* está por encima de *g'* e inestable si se sitúa por debajo.

Presión de los gases. — Se atribuye la *expansibilidad* de los gases, es decir, la propiedad que éstos tienen de ocupar todo el volumen en que están contenidos, a su constitución por partículas independientes, denominadas *moléculas*, en estado de agitación permanente. Toda pared sólida sumergida en un gas queda entonces sometida a los choques múltiples de las moléculas; éstos son análogos a los de un chorro de arena y ejercen sobre cada elemento de la pared sólida una fuerza Δf perpendicular a esta pared y proporcional a su dimensión, de forma que puede escribirse

$$\frac{\Delta f}{\Delta S} = C \cdot p$$

El valor numérico de la constante C depende de las unidades escogidas para medir la fuerza y la superficie, y el de p sólo varía con el número de partículas que chocan en la superficie por unidad de tiempo, con su masa y con su velocidad.

Esta constante p, que representa la fuerza por unidad de superficie, es, por definición, la *presión* del gas sobre el elemento de pared.

La unidad de presión puede escogerse de forma que C sea igual a la unidad, para lo cual basta tomar como unidad de presión la que ejerce la unidad de fuerza sobre la unidad de superficie; entonces, para $\Delta f = 1$ y $\Delta S = 1$, la presión es igual a la unidad de presión, es decir, $p = 1$, lo que implica $C = 1$.

Presión atmosférica. — El aire atmosférico ejerce sobre toda pared sólida en la que se encuentra sumergido una presión perpendicular, que se denomina *presión atmosférica*, cuyo valor es aproximadamente de un kilogramo por centímetro cuadrado.

Experimentos. — *De Torricelli.* — Puede ponerse de manifiesto la existencia de esta presión y, eventualmente, medirse mediante numerosos experimentos como el descrito a continuación que fue realizado en el siglo XVII por TORRICELLI (1608-1647), discípulo de Galileo.

Se llena completamente de mercurio un tubo de vidrio, de un metro de longitud aproximadamente (*fig.* 104),

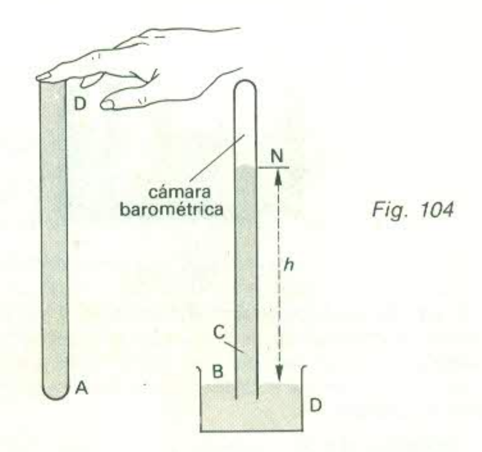


Fig. 104

cerrado por uno de sus extremos, y, después de haberlo invertido, se introduce boca abajo en una cubeta que contenga también mercurio; se observa entonces que la columna de mercurio baja hasta un nivel N, cuya altura sobre la superficie libre del mercurio en la cubeta depende del lugar y del momento del experimento, aunque permanece siempre próxima a 76 cm cerca del nivel del mar.

Cuando el nivel se estabiliza en N, el mercurio está en reposo, lo que requiere, de acuerdo con el principio fundamental de la Hidrostática, que las presiones sean las mismas en todos los puntos de un mismo plano horizontal.

Expresemos que las presiones que se ejercen en el mercurio son las mismas en B y C. La presión en C, p_C, es igual a la que ejerce la columna de mercurio de altura *h*; esta última equivale al peso de una columna de mercurio de altura *h* y cuya sección es la unidad de superficie. El espacio situado encima de N, llamado *cámara barométrica*, está vacío o, en todo caso, sólo contiene vapor de mercurio, cuya presión a la temperatura corriente es sumamente pequeña. Para el equilibrio, es necesario que la presión soportada por el mercurio en cualquier punto D de la superficie libre sea la misma que en C; como la presión en B sólo puede deberse al aire atmosférico, resulta evidente que este aire ejerce una presión que llamaremos H; se tendrá, pues,

$$H = p_B = p_C$$

Se denomina *atmósfera normal* a la presión que corresponde a la que ejerce una columna de 76 centímetros de mercurio normal, cuya masa específica es 13,6 g/cm^3.

Calculemos la atmósfera normal H_0, en g/cm^2; se tendrá

$$H_0 = 76 \times 13{,}6 = 1\,033 \text{ g/cm}^2$$

o sea, algo más de 1 kg/cm^2.

Para convertir este resultado en barias, basta recordar que un gramo-peso equivale a g dinas :

$$H_0 = 1\,033 \times 980{,}665 = 1\,013\,615 \text{ barias}$$

La atmósfera normal vale, por consiguiente, algo más de un millón de barias, es decir, de una *megabaria*. Para medir la presión atmosférica suele usarse el *bar*, que corresponde también a un millón de barias, y la milésima parte de dicha unidad, llamada *milibar*, se emplea en meteorología.

La presión atmosférica se ejerce normalmente sobre toda superficie, cualquiera que sea la orientación de ésta, como lo demuestran numerosos experimentos, entre los cuales puede mencionarse el del rompevejigas.

Del rompevejigas. — Un recipiente de vidrio en el cual se puede hacer el vacío (*fig.* 105) se cierra

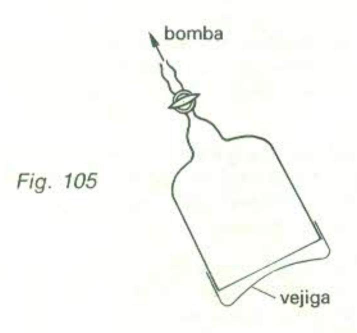


Fig. 105

herméticamente con un trozo de vejiga. Haciendo el vacío por medio de una bomba, se observa que esta membrana se deprime y acaba por romperse con fuerte estampido. Esto se produce cualquiera que sea la inclinación de la superficie.

De la pipeta. — La existencia de la presión atmosférica permite explicar numerosos experimentos,

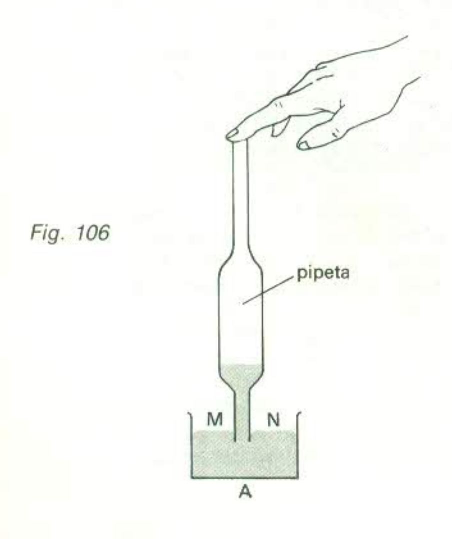


Fig. 106

que a primera vista podrían parecer bastante paradójicos, como el de la pipeta. Ésta consta de un tubo de vidrio dilatado en su parte media. Si se sumerge en un líquido el extremo A (*fig.* 106) y se aspira por el otro el aire que contiene la pipeta, se ve cómo el líquido sube por la diferencia entre las presiones en M y N; si se tapa entonces rápidamente con el dedo este extremo, de forma que se evite la entrada de aire, se puede transportar la pipeta sin que salga el líquido por la parte abierta A; es de suponer que los choques de las moléculas de aire, al producirse de abajo arriba en la superficie del líquido, impiden que caigan las moléculas de dicho líquido.

OBSERVACIÓN. — En un instante y en un lugar dados, donde la aceleración de la gravedad sea g cm/s^2, la altura h_1 de un líquido de peso específico μ_1 (g/cm^3) que produce en el vacío la presión atmosférica H (barias) es tal que

$$H = h_1 \mu_1 g$$

el nivel que alcanzaría otro líquido de peso específico μ_2 sería h_2, de forma que

$$H = h_2 \mu_2 g$$

De estas ecuaciones se deduce que $h_1\mu_1 = h_2\mu_2$ o que $\frac{h_2}{h_1} = \frac{\mu_1}{\mu_2}$, es decir, que las alturas de los líquidos están en razón inversa de sus pesos específicos.

Pascal había comprobado ya este resultado en el siglo XVIII. Si la presión es de 76 cm de mercurio normal, la altura de la columna de agua podría alcanzar 1 033 cm, o sea, 10,33 m.

Peso del litro de aire. — Un globo no tiene el mismo peso vacío que lleno de aire, lo que demuestra que éste es un fluido pesado. El *peso de un litro de aire* depende de las condiciones de temperatura y de presión, siendo de 1,293 g a 0^0 y a la presión normal de 76 cm de mercurio.

Como los gases son pesados, las leyes de la Hidrostática se aplican a ellos cuando están en equilibrio y, en particular, al aire, de lo cual se puede deducir que la diferencia de presión entre dos puntos de un gas es igual al peso de la columna de gas cuya sección sea la unidad de superficie y cuya altura sea la diferencia de niveles.

Por consiguiente, la presión atmosférica disminuye cuando aumenta la altura, como lo demostró asimismo Pascal.

Los gases son mucho más ligeros que los líquidos y son muy compresibles, lo que significa que su peso específico varía mucho con la presión.

Medida de la presión atmosférica. — *Barómetro normal.* — Los *barómetros* están destinados a medir la presión atmosférica y el tubo de Torricelli es un ejemplo de estos aparatos.

Para efectuar medidas de precisión es necesario tomar cierto número de precauciones :

1.° Con objeto de obtener *mercurio puro,* se lava este cuerpo con ácido nítrico diluido, que disuelve en forma de nitratos las impurezas metálicas contenidas. Para ello, se cuela el mercurio por un embudo de tubo capilar de tal manera que vaya a caer en gotas finas en un tubo largo donde se encuentra la solución diluida de ácido. Luego se seca (por ejemplo sobre cal viva), se filtra y se destila a baja presión.

2.° Se toma como *tubo barométrico* un tubo de vidrio de 25 a 30 mm de diámetro para que no se produzcan efectos de capilaridad. Se lava éste con una mezcla sulfocrómica, constituida por ácido sulfúrico concentrado y bicromato de potasio, que oxida y destruye todas las materias orgánicas (grasas, polvos) y, después de limpiarlo con agua destilada, se seca en una estufa de vacío. Un extremo del tubo así preparado se sumerge en la cubeta

barométrica, de vidrio o de hierro, que contiene el mercurio limpio, y se hace el vacío por el otro, unido con una bomba de vacío, calentando al mismo tiempo con un soplete de forma que los vapores de mercurio expulsen los últimos vestigios de aire. El tubo se cierra después por medio del soplete y se separa de la bomba.

3.º Es importante determinar con exactitud la *diferencia de niveles* entre las superficies libres del mercurio en la cubeta y en el tubo. Para ello se emplea un *catetómetro*, aparato destinado a medir con precisión la distancia entre dos puntos situados en una misma vertical o entre dos planos horizontales.

Aunque se pueden emplear varios métodos para determinar el nivel del mercurio de la cubeta, en general se coloca sobre la superficie libre una punta de vidrio o de

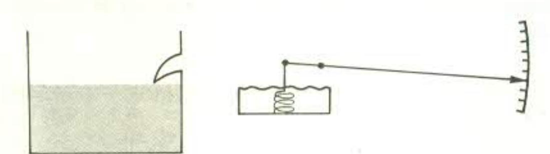


Fig. 107 y 108

metal (*fig.* 107) y, por medio del anteojo del catetómetro, se observan la punta y la imagen que de la misma da la superficie del mercurio.

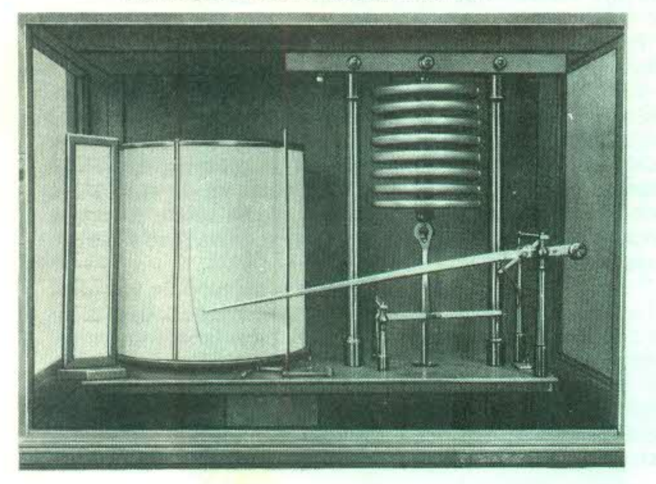
Barómetros metálicos. — Los barómetros de mercurio son los únicos que se utilizan para las medidas de precisión, pero presentan el inconveniente de ser pesados, frágiles y voluminosos.

Para las medidas corrientes existen barómetros portátiles de pequeñas dimensiones, como el *barómetro aneroide*, inventado por el francés Lucien VIDIE (1805-1866), especialista en Mecánica.

Este aparato consta de una caja metálica cerrada en la que se ha hecho el vacío. La cara superior es una lámina fina y ondulada que se deforma bajo la acción de la presión atmosférica (*fig.* 108). Como son muy pequeñas, las deformaciones se amplifican por medio de una palanca, terminada por una aguja que recorre una escala adecuadamente graduada. Es necesario comprobar de vez en cuando las indicaciones, porque la elasticidad del metal puede variar.

Debe hacerse el vacío en la caja con mucho cuidado para evitar que las variaciones de temperatura produzcan deformaciones por dilatación del gas interior.

Fig. 109. Barómetro registrador o barógrafo en el cual el estilete indica por medio de un trazo las variaciones de la presión atmosférica en función del tiempo.



Barómetros registradores. — El *barómetro registrador* o *barógrafo* consta de varias cajas análogas, que permiten sumar las deformaciones, y de una aguja móvil, terminada por un estilete con tinta que señala su posición en un cilindro rotatorio que gira con un movimiento uniforme por medio de un mecanismo de relojería. De esta forma se obtienen de manera gráfica las variaciones de la presión atmosférica en función del tiempo (*fig.* 109).

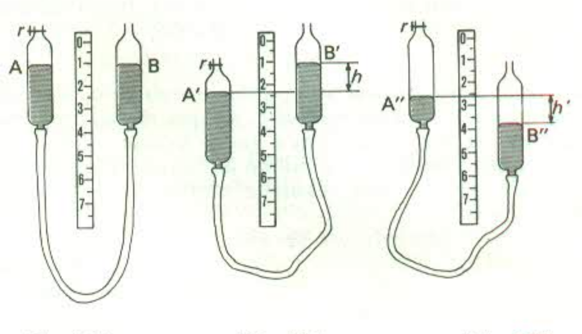


Fig. 110 Fig. 111 Fig. 112

Previsión del tiempo. — Cuando la presión atmosférica se mide simultáneamente en varias estaciones meteorológicas repartidas por un territorio extenso, pueden hacerse pronósticos sobre la dirección y la velocidad de los vientos que se dirigen de las regiones donde la presión es elevada a las zonas de presiones más bajas.

Compresibilidad de los gases. — Si se comprime un volumen de cualquier gas con un émbolo, situado dentro de un cilindro, el volumen del gas disminuye, pero aumenta la presión del mismo.

Estudio experimental. — LEY DE BOYLE-MARIOTTE. — Se toman dos recipientes de vidrio verticales A y B, unidos por un tubo de goma, que se llenan parcialmente de mercurio (*fig.* 110). El recipiente B, al estar abierto, comunica con la atmósfera y el otro, cerrado por una llave *r* y graduado, contiene encima del mercurio cierto volumen de aire. El conjunto se apoya en un soporte, que permite elevar o bajar B a voluntad. Una escala graduada vertical indica la diferencia entre los niveles del mercurio en A y B. Como estos niveles están situados en el mismo plano horizontal, la presión del gas de A es igual a la presión atmosférica. Si se levanta B (*fig.* 111), se ve cómo disminuye el volumen del gas en el recipiente A al mismo tiempo que el mercurio se eleva en B' con una diferencia de altura *h* con respecto a A'; la presión del volumen del gas es entonces $H + h = p$. Si se desciende B hasta B'' (*fig.* 112), el volumen del gas de A aumenta y la diferencia del nivel del mercurio entre B'' y A'' es *h'*; la presión del volumen del gas es entonces $H - h' = p'$.

El inglés Robert BOYLE (1627-1691) y el francés Edme MARIOTTE (¿1620?-1684) comprobaron que

$$pv = p'v' \qquad [13, 3]$$

y establecieron la siguiente ley : *conservándose fija la temperatura, el producto del número que mide la presión de una masa de gas determinada por el número que mide su volumen es constante, cualquiera que sea la presión.*

Teniendo en cuenta que

$$\frac{v}{v'} = \frac{p'}{p} \qquad [13, 4]$$

puede enunciarse este principio de la forma siguiente : *el volumen y la presión de un gas son magnitudes inversamente proporcionales, mientras no varíe la temperatura.*

Sea D la masa específica de un gas de masa m a la presión p y D' su masa específica a la presión p'. Se tendrá :

$$D = \frac{m}{v} \quad \text{y} \quad D' = \frac{m}{v'}$$

de donde

$$\frac{D'}{D} = \frac{v}{v'} = \frac{p'}{p}$$

Conservándose fija la temperatura, la masa específica de un gas es proporcional a la presión de éste.

VALIDEZ DE LA LEY DE BOYLE-MARIOTTE. — La ley de Boyle-Mariotte no es siempre totalmente válida, pero sí lo es cuando se trata de gases que están a temperaturas alejadas de su punto crítico y a presiones no demasiado fuertes. Se comprueba, en efecto, que el producto pv aumenta con la presión para algunos gases, mientras que para otros empieza por disminuir y después aumenta, cuando las presiones son intensas. Considerando una molécula-gramo de gas, si las presiones son muy reducidas, el producto pv tiende a un mismo límite para todos los gases.

La ley de Boyle-Mariotte se puede aplicar, no obstante, a los gases que se licúan difícilmente (aire, hidrógeno, etc.) a temperaturas corrientes y presiones medias.

Mezcla de gases por difusión. — Se denomina *difusión de los gases* la propiedad que tienen éstos de mezclarse íntimamente cuando entran en contacto a causa de su expansibilidad.

LEY DE DALTON O DE LAS MEZCLAS DE GASES. — *La presión de la mezcla de varios gases, mientras no varíe la temperatura, es igual a la suma de las presiones que tendrían dichos gases si cada uno ocupara el volumen total.*

Estas presiones se denominan *presiones parciales* de los diferentes gases.

Sean v, v' y v'' los volúmenes iniciales de los distintos gases, y p, p' y p'' sus presiones iniciales. Al mezclarlos en un vaso de volumen V, si la presión final total es P, las presiones parciales son $\frac{pv}{V}$, $\frac{p'v'}{V}$ y $\frac{p''v''}{V}$.

En virtud de la ley, se tendrá :

$$P = \frac{pv}{V} + \frac{p'v'}{V} + \frac{p''v''}{V} \qquad [13, 5]$$

$$\text{o} \qquad PV = pv + p'v' + p''v'' \qquad [13, 6]$$

Debe señalarse que esta ley, como la de Boyle-Mariotte, sólo es aproximada.

Difusión a través de paredes porosas. — Cuando dos gases se separan por una pared porosa, se observa que éstos atraviesan la pared y que las presiones a ambos lados no son iguales durante esta difusión, es decir, que algunos gases se difunden más rápidamente que otros. Se denomina *velocidad de difusión* el cociente del volumen del gas difundido por el tiempo empleado en esta difusión que, según la demostración del escocés Thomas GRAHAM (1805-1869), es inversamente proporcional a la raíz cuadrada de la densidad del gas.

Medida de las presiones de los gases. — *Manómetros.* — La escala de presiones es muy amplia, puesto que se extiende de la millonésima de milímetro de mercurio, en los tubos electrónicos, a varios millares de atmósferas. No pueden utilizarse, por consiguiente, los mismos instrumentos para medir con precisión toda esta gama de magnitudes.

Los *manómetros* son aparatos destinados a medir las presiones de los fluidos. Se dividen en diferentes tipos, según se adapten a presiones altas, normales y bajas. Entre los empleados para indicar presiones próximas a la atmosférica, se encuentran el manómetro de líquido, el de aire libre y el metálico de Bourdon.

De líquido. — Este aparato es muy parecido al tubo de Torricelli, del que sólo difiere porque la cubeta está cerrada y forma una caja que se pone en comunicación con el recipiente que contiene el gas cuya presión quiere medirse. La presión del gas está equilibrada por una altura h de mercurio y puede leerse fácilmente (*fig.* 113).

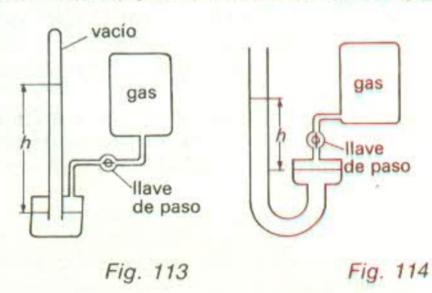


Fig. 113 *Fig. 114*

Cuando h es pequeña, es posible utilizar un tubo corto en forma de V.

De aire libre. — Este manómetro consiste en un tubo doblado en forma de U. En la parte abierta, la presión que soporta el mercurio es la presión atmosférica H. Cuando la diferencia de nivel del mercurio es h, la presión del gas es $p = H \pm h$, según que el mercurio se encuentre más alto o más bajo en la rama abierta del tubo (*fig.* 114).

Este aparato requiere el conocimiento de la presión atmosférica en el momento de la medida y, por tanto, el empleo de un barómetro, puesto que indica la diferencia entre la presión del gas y la atmosférica.

Cuando esta diferencia es pequeña, se puede sustituir el mercurio por el agua u otro líquido cuya masa específica sea mucho menor que la del mercurio. En este caso, la misma diferencia de presión se traducirá por una mayor diferencia de nivel y el aparato será más sensible.

Metálico de Bourdon. — Este instrumento se compone de un tubo de acero curvado en forma de anillo, cerrado por uno de los extremos y en comunicación, por el otro, con el gas cuya presión se quiere medir (*fig.* 115). Cuando aumenta la presión del gas, tiende a enderezarse y, si disminuye la presión, el tubo vuelve sobre sí mismo, gracias a su elasticidad. Las deformaciones las indica una aguja móvil que recorre una escala graduada por comparación con un manómetro de aire libre. La graduación de estos aparatos se comprueba de vez en cuando, porque, al variar la elasticidad del metal, pierden exactitud.

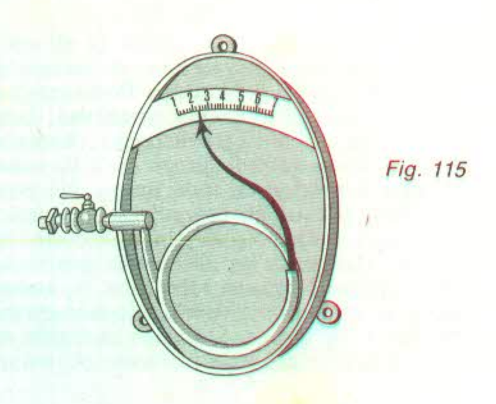


Fig. 115

14. — Dinámica de los fluidos o Hidrodinámica

Conceptos generales. *Movimiento estacionario de un fluido.* Líneas de corriente. Ecuación de continuidad del fluido. Teoremas. *De Bernoulli. De Torricelli.* Contracción de la vena. Vaso de Mariotte. Tubo de Pitot. Fenómeno de Venturi. Flujo laminar. *Pérdida de carga.*

Conceptos generales. — *Movimiento estacionario de un fluido.* — El estudio del movimiento general de un fluido resulta ser un problema lo bastante complejo como para que se encuentre fuera de los límites de esta obra. Por ello, resulta conveniente enfocarlo a partir de una serie de simplificaciones, que se enumeran a continuación.

En primer lugar, supondremos que los fluidos *no son viscosos*, lo cual representa un comportamiento ideal admisible, aunque en la realidad lo sean siempre en mayor o menor grado.

Los fluidos en movimiento pueden ser *compresibles* o no serlo. Sin embargo, los consideraremos *incompresibles*, de tal modo que la densidad ρ del fluido no dependa de las coordenadas x, y, z, del punto escogido o del tiempo. Esto es exacto en el caso de los líquidos y casi lo es para los gases en movimiento.

Admitiremos también que el movimiento del fluido se realiza de forma que no se produzcan remolinos ni torbellinos; las partículas del mismo se deslizarán, por tanto, a lo largo de ciertas superficies y el movimiento se efectuará por capas líquidas.

Finalmente, aunque en general la velocidad de cada partícula de fluido depende de tres coordenadas, x, y, z, y del tiempo t, supondremos que, para cada punto del espacio por el que circula el fluido, todas las partículas tienen la misma velocidad a su paso por dicho punto, o sea, que la velocidad en cada punto se mantiene constante en el transcurso del tiempo. El movimiento se llamará entonces *estacionario*.

Líneas de corriente. — Si el movimiento del fluido es estacionario, la velocidad $\vec{v}$ en un punto es constante. Sea un punto P en el interior del fluido (*fig.* 116) : todas las

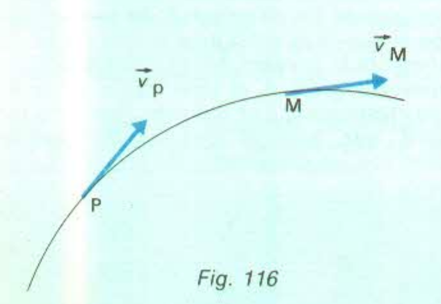


Fig. 116

partículas pasarán por él con la misma velocidad en módulo, dirección y sentido. Por tanto, si PM es la trayectoria de una de estas partículas, también lo será de las demás. Estas trayectorias, llamadas *líneas de corriente*, son siempre tangentes a la velocidad de las partículas del fluido en todo punto. No pueden cortarse entre ellas, porque en ese caso el movimiento no sería estacionario ya que, en el punto de corte, habría más de una velocidad para las diferentes partículas. Por cada punto del fluido pasará una línea de corriente y, si se selecciona un conjunto de ellas de manera que formen un tubo (*fig.* 117), se constituirá en la región encerrada por dichas líneas un *tubo de corriente*. Al estar compuestas por líneas de corriente, las paredes de este tubo serán tangentes a la velocidad de las partículas, y el fluido no podrá cruzarlas, con lo cual *todo el fluido que entre por un extremo del tubo saldrá por el otro.*

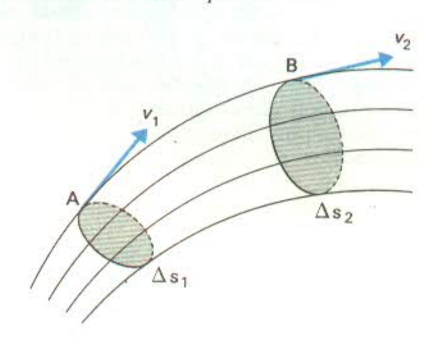


Fig. 117

Ecuación de continuidad del fluido. — Supongamos un tubo de corriente con una sección variable muy pequeña (*fig.* 117). Sean v_1 y v_2 las velocidades de las partículas de fluido en los puntos A y B y ΔS_1 y ΔS_2 las secciones transversales correspondientes. La masa del fluido que atraviesa la sección ΔS_1 en la unidad de tiempo será

$$\rho_1 v_1 \Delta S_1$$

donde ρ_1 representa la densidad del fluido en A. ΔS_1 es bastante pequeño para que ni la densidad ρ_1, ni la velocidad v_1, varíen en todos los puntos de ΔS_1. La masa de fluido que atraviesa la sección ΔS_2 en la unidad de tiempo será

$$\rho_2 v_2 \Delta S_2$$

Puesto que el fluido no puede atravesar las paredes del tubo, la masa se conserva, y tendremos

$$\rho_1 v_1 \Delta S_1 = \rho_2 v_2 \Delta S_2 \qquad \textbf{[14, 1]}$$

que es la llamada *ecuación de continuidad del fluido.*

En lo sucesivo, supondremos el fluido incompresible, con lo cual $\rho_1 = \rho_2$; la ecuación **[14, 1]** tomará entonces la forma más sencilla

$$v_1 \Delta S_1 = v_2 \Delta S_2 \qquad \textbf{[14, 2]}$$

Esta ecuación indica que, *en un fluido en movimiento, la velocidad varía en razón inversa al área de la sección transversal*, y será mayor, por tanto, en las partes más angostas del tubo de corriente.

Teoremas. — *De Bernoulli.* — El *teorema de Bernoulli* está considerado como el *teorema fundamental de la Hidrodinámica.* Para demostrarlo supongamos un fluido incompresible y en régimen estacionario que circula por un tubo de corriente como el de la figura 118. Consideremos en dicho tubo las secciones transversales S_1 y S_2. El fluido que en un instante dado se encuentra entre dichas secciones, es decir, el comprendido en la parte de tubo ABCD, es nuestro sistema. En virtud del movimiento del sistema, al cabo de un tiempo elemental dt, el fluido existente en la región ABCD habrá pasado a ocupar la región A'B'C'D' y, puesto que el espacio A'B'CD

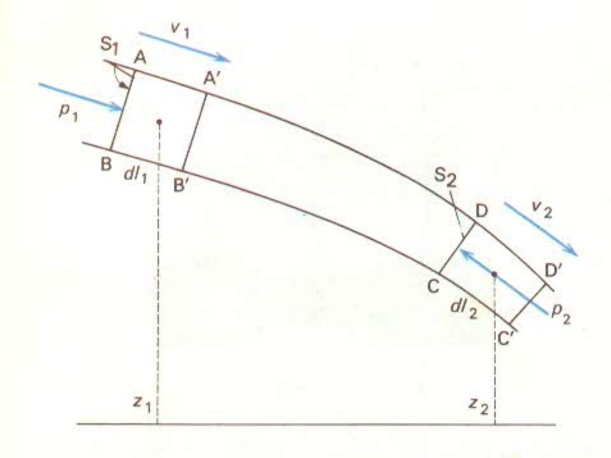


Fig. 118

ha permanecido invariable, todo ocurre como si la masa ABA'B' se hubiese trasladado a DCD'C'. Si BB' = dl_1 y CC' = dl_2, como la densidad del fluido ρ se considera constante (fluido incompresible), se deduce que $S_1 dl_1 = S_2 dl_2 = dv$, es decir, que la igualdad de masas m para las regiones ABA'B' y DCD'C' da la igualdad de volúmenes de las mismas.

Si v_1 y v_2 son las velocidades de las partículas en S_1 y S_2, el incremento de energía cinética para la masa m considerada será

$$\frac{1}{2}\, m(v_2^2 - v_1^2)$$

El aumento de energía, debido a la variación de energía potencial de dicha masa de fluido, vendrá dado por

$$mg(z_2 - z_1)$$

siendo z_2 y z_1 las alturas de la masa de fluido respecto a un plano horizontal tomado como referencia. Estos incrementos de energía sólo son posibles a expensas del trabajo de las fuerzas debidas a la presión hidrostática, cuyo valor será

$$p_1 S_1 dl_1 - p_2 S_2 dl_2 = (p_1 - p_2)\, dv = (p_1 - p_2)\frac{m}{\rho}$$

donde p_1 y p_2 son las presiones en S_1 y S_2.

Igualando debidamente, tendremos

$$(p_1 - p_2)\frac{m}{\rho} = \frac{1}{2}\, m(v_2^2 - v_1^2) + mg(z_2 - z_1)$$

expresión que podemos escribir de la forma siguiente :

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g z_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g z_2 \qquad \textbf{[14, 3]}$$

Teniendo en cuenta que se ha llegado a esta ecuación partiendo de dos secciones arbitrarias, se pueden eliminar los subíndices y escribir de forma general

$$p + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g z = \text{constante} \qquad \textbf{[14, 4]}$$

Ésta es la llamada *ecuación de Bernoulli,* que sólo se aplica a los fluidos con movimiento estacionario, no viscosos e incompresibles.

El teorema fundamental de la Hidrostática, estudiado anteriormente, es un caso particular del teorema de Bernouilli, en el que $v = 0$. En efecto, si en la ecuación **[14, 3]** consideramos $v_1 = v_2 = 0$, nos queda

$$p_1 + \rho g z_1 = p_2 + \rho g z_2$$

de donde $\quad p_2 - p_1 = \rho g(z_2 - z_1)$

que representa dicho teorema fundamental.

De Torricelli. — Consideremos un líquido en equilibrio dentro de un depósito. Si se hace un orificio bastante pequeño en un punto O de la pared del mismo, el líquido se sale con una velocidad que fue estudiada por Torricelli y que responde al siguiente teorema : *la velocidad de salida de un líquido por un orificio relativamente pequeño practicado en una pared delgada es igual a la que adquiriría un sólido que cayera en el vacío desde la superficie libre del depósito hasta el centro del orificio.*

Si h es la altura del nivel del líquido respecto al centro del orificio en el instante considerado (*fig.* 119), se tendrá

$$V = \sqrt{2gh}$$

Este resultado puede demostrarse de la siguiente manera : durante el instante infinitamente pequeño en que la masa m del líquido pasa por el orificio O, el nivel del líquido ha bajado. Desde el punto de vista del trabajo de la gravedad, el fenómeno es el mismo que si la masa m del líquido cayera desde la altura h. Por consiguiente, el trabajo de la gravedad será $T = mgh$.

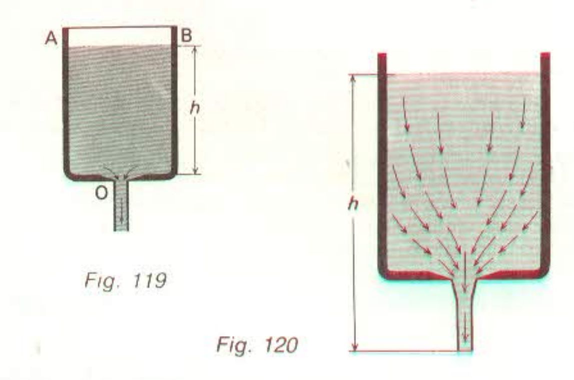


Fig. 119

Fig. 120

Si el depósito es ancho en relación con el orificio O, como la velocidad del líquido en el interior del recipiente es despreciable, el trabajo de la gravedad se transforma en energía cinética de la masa m que ha salido por el orificio. Se tendrá así

$$mgh = \frac{1}{2} \times m \times V^2 \quad \text{de donde} \quad V = \sqrt{2gh}$$

Este teorema puede demostrarse como una aplicación del de Bernouilli si se considera el depósito como un tubo de corriente. La presión en la superficie libre AB del depósito es la atmosférica y su velocidad, según se dijo antes, es prácticamente nula. Como la presión en O es también igual a la presión atmosférica p_0, se puede sustituir en la ecuación **[14, 3]** y se obtiene

$$p_0 + \rho g h = p_0 + \frac{1}{2}\rho V^2$$

por consiguiente $\qquad v = \sqrt{2gh}$

Contracción de la vena. — El teorema de Torricelli sólo es exacto si se desprecian los rozamientos y si se suponen paralelas las velocidades de todas las partículas en el momento en que salen. En realidad, cuando un líquido sale de un depósito por un orificio circular practicado en una pared delgada, el diámetro de la vena o del chorro va disminuyendo hasta una distancia pequeña del orificio (*fig.* 120). Esta contracción de la vena se debe a que los diversos chorros llegan al orificio en distintas direcciones y describen curvas que presentan su concavidad hacia el interior de la vena. Esta última sólo se vuelve cilíndrica a cierta distancia (sección contraída), siendo la sección del cilindro menor que el orificio (*fig.* 120). La contracción es igual a una fracción c del

orificio que se llama *coeficiente de contracción* y varía para un mismo líquido con la forma y el tamaño del orificio y con la presión del líquido. El principio de Torricelli sólo se aplica cuando la carga h se cuenta a partir de la sección contraída.

Vaso de Mariotte. — El vaso de Mariotte es un recipiente que permite que el líquido contenido salga con una velocidad constante. Consiste (*fig.* 121) en un frasco

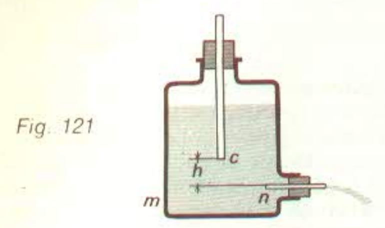


Fig. 121

bastante grande lleno de agua y cerrado por un tapón, atravesado éste por un tubo de vidrio vertical abierto por sus dos extremos. Una de las paredes del frasco lleva un tubo que permite vaciarlo.

Si se abre el orificio, sale el agua sustituida por el aire que entra por el tubo vertical. La velocidad de salida del agua V es constante e igual a $\sqrt{2gh}$, siendo h la diferencia de nivel entre el tubo de salida y el orificio c inferior del tubo, hasta el momento en que el nivel del agua en el vaso se sitúa por debajo de c. En efecto, la salida se debe a la diferencia de presión que existe entre mn y la atmósfera. Como la presión atmosférica se ejerce en c, esta diferencia de presión es igual a la presión ejercida por la columna h del líquido.

Tubo de Pitot. — Este aparato, destinado a determinar el caudal de los ríos, consta de un tubo en forma de U invertida (*fig.* 122) con dos salidas B (dirigida hacia la

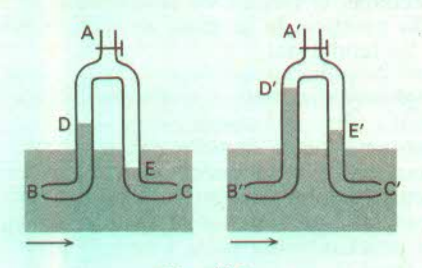


Fig. 122

llegada) y C, cuyo eje es paralelo a la corriente líquida, y de un tubo con una llave de paso A que permite que el líquido ascienda por aspiración. El desnivel que se establece en DE, más fácil de medir en D'E' cuando se aspira, permite calcular la velocidad de la corriente.

El tubo de Pitot, que puede utilizarse también con una corriente gaseosa, se emplea para medir la velocidad relativa de los aviones con respecto al aire.

Fenómeno de Venturi. — Consideremos un líquido que fluye por un tubo horizontal de sección variable (*fig.* 123).

Si se colocan manómetros en A, B, C, se observa que la presión en B es la más baja. Este fenómeno parece paradójico, pero se debe a la mayor velocidad del líquido en B.

Supongamos que la sección transversal en A y C es idéntica y de área S_1, y que en B es S_2. Al aplicar el teorema de Bernouilli a las secciones S_1 y S_2, se obtiene

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 \qquad [14, 6]$$

puesto que $z_2 = z_1$, ya que el tubo es horizontal.

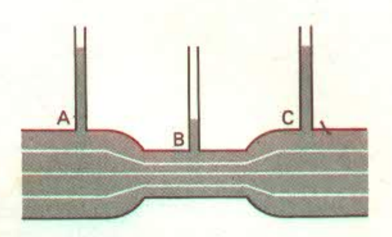


Fig. 123

Según la ecuación de continuidad, puede escribirse: $v_1S_1 = v_2S_2$; y la velocidad v_1 en la sección $S_1(S_1 > S_2)$ deberá ser menor que la velocidad v_2 en S_2. Por tanto, teniendo en cuenta **[14, 6]**, la presión p_1 en S_1 será mayor que la presión p_2 en S_2 (punto B).

Cuando la presión en A es igual a la presión atmosférica, la presión en B es inferior a ésta y, si se abre un orificio, se produce una aspiración del aire exterior. Éste es el principio de la trompa de agua.

Un tubo de Venturi colocado en una conducción de agua se utiliza como *contador*.

Flujo laminar. — *Pérdida de carga.* — La teoría anterior no concuerda con la experiencia cuando se aplica a tubos de gran longitud y de pequeña sección, porque en este caso hay que tener en cuenta las fuerzas de frotamiento o rozamiento que se producen entre el líquido y la pared o entre las propias partículas líquidas (viscosidad) y los fenómenos capilares. Cuando la velocidad media es bastante pequeña, se observa que la velocidad no es constante en toda la sección del tubo, sino que disminuye al acercarse a las paredes y llega a ser nula en los puntos de contacto con ellas. El líquido se desplaza entonces en chorros paralelos, que se deslizan unos con respecto a otros *(flujo laminar)*.

Por consiguiente, en un tubo cilíndrico por donde fluye la misma cantidad de agua a través de todas las secciones, la presión disminuye gradualmente a lo largo del mismo.

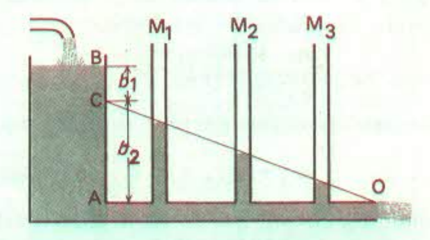


Fig. 124

El experimento representado en la figura 124 permite ver que los niveles del líquido en los tubos manométricos M_1, M_2, etc., y en el orificio O se encuentran en la misma recta que corta AB en un punto C, tal que $CB = h_1$ y $CA = h_2$. En A, el líquido, que estaba inmóvil en el vaso (de gran sección), adquiere cierta velocidad que conserva a lo largo del tubo. La disminución de presión, debida a los rozamientos, consume la fracción h_2 de la carga. La velocidad sólo depende de h_1, y su valor será

$$V = \sqrt{2gh_1}$$

La altura h_2 se denomina *pérdida de carga*.

15. — Capilaridad

Fuerzas capilares. Leyes de Jurin. Experimentos de Van der Mensbrugghe y Terquem. Fuerzas moleculares de cohesión. Tensión superficial. Energía superficial de un líquido. Diferencia de presión entre las dos partes de la superficie de separación de dos fluidos. Imbibición. Estalagmometría.

Fuerzas capilares. — En la Hidrostática se han considerado únicamente las fuerzas debidas a la gravedad y las de presión que, en general, son las más importantes. Pero, en la superficie de los líquidos, existen también otras fuerzas llamadas *fuerzas capilares* que, en condiciones experimentales particulares, originan fenómenos que contradicen los enunciados de las leyes de la Hidrostática y que son fáciles de observar. En efecto, la tinta que moja la punta de una pluma no presenta una superficie plana horizontal, como tampoco es el caso de la gota líquida que cuelga de la extremidad de un cuentagotas.

Consideremos, por ejemplo, una varilla de vidrio limpia. Si se la sumerge en agua, se comprueba que la superficie del agua se levanta al entrar en contacto con ella y se adhiere tangencialmente a la misma (*fig.* 125). Se dice entonces que el agua y todos los líquidos que se comportan de manera análoga « mojan » la varilla sólida. Si se sumerge la misma varilla, esta vez engrasada, en

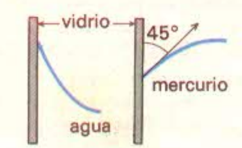


Fig. 125 *Fig. 126*

mercurio, cuya superficie se ha rociado con polvo de licopodio o fragmentos de corcho, la superficie del mercurio se deprime al entrar en contacto con aquélla formando un ángulo llamado *ángulo de adherencia* que, en el caso del mercurio, es de 45° (*fig.* 126). A medida que se hunde la varilla, las partículas de licopodio se comportan como si la superficie del líquido fuera una membrana de caucho. Este experimento fue realizado por Pasteur.

Cuando los líquidos presentan un ángulo de adherencia con una superficie sólida se dice que « no mojan esta superficie ».

Con tubos de diámetros pequeños ($d < 3$ mm), denominados *tubos capilares,* se ve claramente que, según los casos, el líquido sube o baja. La altura h de ascenso o de depresión es tanto mayor cuanto menor es el diámetro del tubo (*fig.* 127 y 128).

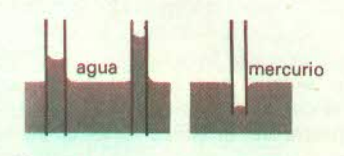


Fig. 127 *Fig. 128*

La subida del agua por un trozo de azúcar (cuerpo poroso con canales finos), la del aceite por una mecha o la de la savia por el tallo de una planta son ejemplos de fenómenos capilares del mismo tipo.

Para evitar esta dificultad, los tubos manométricos o barométricos tienen un diámetro del orden del centímetro.

Leyes de Jurin. — El físico inglés James JURIN (1684-1750) estudió la variación de la altura de ascenso de un líquido en función del diámetro del tubo :

1.° La altura de ascenso es inversamente proporcional al radio del tubo y al peso específico del líquido :

$$h = \frac{2A}{R \cdot \rho}$$

La constante A se denomina *constante capilar.* En el caso del agua y del aire, A = 80 en unidades C. G. S.; el peso específico del agua, expresado en C. G. S., es de 980 dinas/centímetro cúbico (de una manera general, $\rho = \mu g$, siendo μ la masa específica); para un tubo de una centésima de centímetro de radio, la altura de ascenso es igual a 16 cm.

2.° Los líquidos que no mojan presentan una depresión proporcional al coseno del ángulo de adherencia e inversamente proporcional al radio del tubo y al peso específico del líquido : $h = 2A \cdot \dfrac{\cos \alpha}{R \cdot \rho}$.

Se da en el cuadro siguiente el valor de las tensiones superficiales de algunos líquidos cuando están en contacto con el aire, el agua o el mercurio a temperatura ambiental :

	AIRE	AGUA	MERCURIO
Agua	80	0	418
Mercurio	540	418	0
Alcohol	25,5	0	399
Petróleo	31	28	284

OBSERVACIÓN. — Los líquidos que tienen una constante capilar relativa nula se mezclan, como es el caso del agua y el alcohol.

Experimentos de Van der Mensbrugghe y Terquem. — Consideremos (*fig.* 129) una paja MN

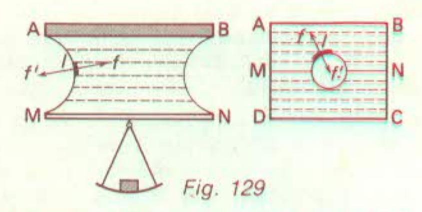


Fig. 129

suspendida por dos hilos AM y BN a una varilla AB; si se sumerge este conjunto en una solución glicerinada o azucarada de jabón y luego se retira, se comprueba que el líquido sostiene la varilla MN, como lo haría una membrana elástica, pudiendo incluso colgarse pesos ligeros. Los hilos se curvan según dos arcos de circunferencia.

Se puede entonces, como hizo el físico francés Alfred TERQUEM (1831-1887), tomar un bastidor de alambre ABCD, con un hilo de M a N que forma un lazo en su punto medio, sumergirlo en la solución de jabón y retirarlo luego con cuidado. El líquido constituye una especie de membrana elástica tensa en el bastidor y, si se

perfora ésta con una aguja ligeramente caliente en el interior del lazo, éste adopta la forma de una circunferencia.

Estos experimentos conducen a asimilar la superficie de separación de dos fluidos no miscibles a una membrana elástica muy delgada, igualmente tensa en todos los sentidos, que no existe en realidad y no puede separarse del líquido. Las tensiones observadas se deben a las fuerzas de atracción que ejercen mutuamente las moléculas.

Fuerzas moleculares de cohesión. — Las moléculas próximas de un gas, y todavía más las de un líquido, se atraen mutuamente. Para las moléculas interiores del fluido, como M_1, M_2, ..., las fuerzas de atracción debidas

Fig. 130

a las moléculas que las rodean se equilibran (*fig.* 130), pero no ocurre lo mismo con las moléculas superficiales M, M'..., cuando la resultante f de las fuerzas de atracción de las moléculas de uno de los fluidos no es igual a la resultante F de las fuerzas de atracción de las moléculas del otro.

Estas *fuerzas de cohesión* se ponen de manifiesto en el experimento del martillo de agua (*fig.* 131), aparato en el

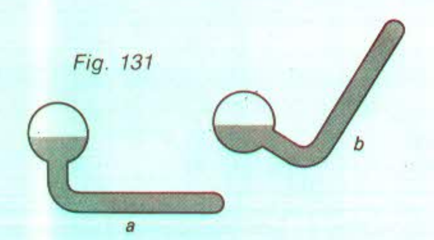


Fig. 131

cual se ha hecho el vacío y que contiene agua. Se mueve el tubo de la posición *a* a la posición *b* y se observa entonces que, contrariamente al principio de la Hidrostática, el agua permanece en la parte tubular. Del mismo modo, cuando se deja enfriar un tubo de vidrio cerrado y lleno por completo de agua tibia, ésta sigue adhiriéndose a las paredes, aunque el enfriamiento tiende a disminuir su volumen.

Tensión superficial. — Consideremos un elemento lineal l de la línea de separación de la superficie de dos fluidos (*fig.* 129); éste está sometido a la diferencia $F = f - f'$ de las fuerzas de atracción f y f' que ejercen las moléculas situadas a una y otra parte del elemento; se denomina *tensión superficial* la fuerza por unidad de longitud : $A = F/l$.

Se demuestra fácilmente que la tensión superficial así definida es igual a la constante capilar. Consideremos, en efecto, la subida en un tubo de un líquido que moja; la longitud de la línea de separación entre la superficie del líquido y el aire es igual a $2\pi R$, y la fuerza capilar debida a la tensión superficial equivale a $2\pi RA$. Esta fuerza sostiene un cilindro de altura h y tiene el mismo valor que el peso del cilindro. Por consiguiente, se tendrá $2\pi RA = \pi R^2 h \cdot \rho$, de donde $h = \frac{2A}{R \cdot \rho}$. La constante capilar A, que figura en la expresión de la ley de Jurin, es precisamente igual a la tensión superficial.

Energía superficial de un líquido. — Volvamos al experimento que se representa en la figura 129 (a la izquierda). En cada cara de la lámina líquida se ejerce, sobre el elemento MN, una fuerza $\varphi = A \cdot MN$; si la varilla o paja MN se levanta a una altura d, el trabajo de las fuerzas capilares será $T = A \cdot MN \cdot d$; este trabajo, que mide la variación de la energía potencial de la superficie y, por consiguiente, la energía por unidad de superficie, será $A = \frac{T}{MN \cdot d}$. Como la energía de un sistema tiende hacia un mínimo, este resultado explica el experimento del físico belga Joseph PLATEAU (1801-1883), según el cual una gota de aceite introducida en un líquido de la misma densidad adopta una forma esférica, o la observación de que las pequeñas gotas de mercurio son esféricas y tienden a aglomerarse en gotas más gruesas, disminuyendo con ello su superficie total.

Si en un punto de la superficie libre de un líquido se produce una deformación, la energía consumida origina la formación de ondas circulares que se propagan por la superficie.

Diferencia de presión entre las dos partes de la superficie de separación de dos fluidos. — La desigualdad de las fuerzas de atracción que ejercen en las moléculas superficiales las moléculas próximas en los dos fluidos origina una fuerza perpendicular a la superficie de separación, que actúa como una fuerza de presión. El francés LAPLACE (1749-1827) estableció que esta diferencia de presión es igual a

$$p = A\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}\right)$$

siendo R y R' los radios principales de curvatura de la superficie de separación en el punto considerado.

Si la superficie es esférica, ambos radios principales de curvatura son iguales al radio de la esfera, y la diferencia de presión, al pasar de la concavidad de la superficie a la convexidad de la misma, es $p = 2A/R$.

En una burbuja de jabón, por ejemplo, hay un exceso de $4A/R$, puesto que para ir del interior al exterior de ésta se atraviesa dos veces la superficie líquida. Contrariamente a lo que podría imaginarse, la presión es mayor en el interior de una burbuja de radio pequeño que en el de una burbuja con un radio mayor. Este fenómeno se pone fácilmente de manifiesto gracias a una llave de paso triple

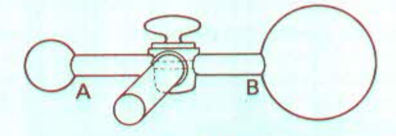


Fig. 132

(*fig.* 132) que permite insuflar en los extremos A y B de un tubo de vidrio dos burbujas de jabón de radios diferentes; si éstas se ponen en contacto, se observa que la más pequeña se deshace dentro de la otra, lo que corresponde a una disminución de la superficie y, por consiguiente, de la energía superficial.

La formación de burbujas muy pequeñas de vapor en un líquido exige presiones considerables, lo que explica los retrasos de ebullición en los líquidos que no contienen burbujas gaseosas que puedan producir burbujas de vapor.

Imbibición. — Se denomina *imbibición* la penetración de un líquido en un cuerpo sólido, poroso o pulverulento.

Este fenómeno se debe a las fuerzas capilares, cuya magnitud depende de la constante capilar y, por consiguiente, de la superficie del sólido. Por ello, el algodón natural, que está recubierto en mayor o menor proporción de materias grasas, no se embebe, pero, si se lava en una solución de sosa para convertirlo en ***hidrófilo***, es capaz de absorber y retener una gran cantidad de agua o de cualquier otro líquido.

El pelo, la lana y las plumas de los animales están protegidos de la imbibición por materias grasas. Las soluciones coloidales, como las que forma, por ejemplo, la gelatina al entrar en contacto con el agua, pueden asimilarse a cuerpos porosos elásticos de poros extremadamente finos que absorben el agua y se inflan, desarrollando presiones considerables.

Estalagmometría. — La *estalagmometría* es un método que permite evaluar el volumen de un líquido mediante el empleo de un cuentagotas. La gota que se forma en el extremo de este aparato sólo se desprende cuando su peso excede la fuerza capilar $2\pi R \cdot A$. Por tanto, a un número determinado de gotas corresponden un peso y un volumen de líquido. Los cuentagotas medicinales, por ejemplo, tienen un radio R de un valor tal que veinte gotas equivalen a un gramo de agua destilada, lo que facilita la dosificación.

Termología

Reseña histórica. — La naturaleza del calor suscitó numerosas polémicas entre los pensadores de la Antigüedad como HERÁCLITO de Éfeso (576-480 a. de J. C.), DEMÓCRITO de Abdera (s. V a. de J. C.) y ARISTÓTELES (384-322 a. de J. C.), pero hubo que esperar hasta el siglo XVII para que apareciesen nuevas concepciones y que se estableciese una clara relación entre aquélla y los fenómenos mecánicos, gracias a los trabajos realizados por los ingleses Francis BACON (1561-1626) e Isaac NEWTON (1642-1727), el irlandés Robert BOYLE (1627-1691) y el francés René DESCARTES (1596-1650).

A finales del siglo XVIII existían divergencias sobre la transmisión del calor entre los científicos, como Daniel BERNOULLI (1700-1782), Leonhard EULER (1707-1783) y Benjamin RUMFORD (1753-1814), que defendían la hipótesis ondulatoria, y los que sostenían la teoría de la emisión. El francés Antoine Laurent de **Lavoisier** (1743-1794) demostró que el calor procede de los movimientos vibratorios de las moléculas y fue seguido por su compatriota Nicolas CARNOT (1796-1832), a quien se debe el enunciado de los principios de Termodinámica. Los alemanes Robert von MAYER (1814-1878) y Hermann von HELMHOLTZ (1821-1894), el inglés James JOULE (1818-1889) y el francés Emile CLAPEYRON (1799-1864) hicieron investigaciones sobre la equivalencia del calor y del trabajo, y la teoría mecánica del calor fue posteriormente perfeccionada por los franceses Victor REGNAULT (1810-1878) y Gustave HIRN (1815-1890), así como por el inglés William THOMSON, LORD KELVIN (1824-1907), que descubrió el enfriamiento provocado por la expansión de los gases.

La Termología se divide en varias ramas en las que se ilustraron distintos científicos. Se puede mencionar a los franceses Pierre-Louis DULONG (1785-1838) y Alexis Thérèse PETIT (1791-1820) en lo que se refiere a la dilatación; en Termometría brillaron el belga Jan Baptist VAN HELMONT (1577-1644), el sueco Anders CELSIUS (1701-1744), que estableció la escala centesimal, el alemán Daniel Gabriel FAHRENHEIT (1686-1736), que fabricó termómetros de mercurio y adoptó una graduación, actualmente en vigor en los países anglosajones, y el francés René Antoine Ferchault de RÉAUMUR (1683-1757), a quien se debe otra escala que va de 0^0 a 80^0; la Calorimetría está representada por el francés Denis PAPIN (1647-1714) y por los británicos Edmond HALLEY (1656-1742) y Joseph BLACK (1728-1799), descubridor este último del calor latente; en relación con los cambios de estado, son notables los trabajos del inglés Michael FARADAY (1791-1867) sobre la licuefacción de los gases, desarrollados posteriormente, con vistas a aplicaciones industriales, por otros investigadores, como el alemán Werner von SIEMENS (1816-1892); en el campo de las disoluciones se distinguieron el norteamericano Joseph HENRY (1797-1878), el francés Louis Joseph GAY-LUSSAC (1778-1850), el holandés Jacobus Henricus VAN'T HOFF (1852-1911) y el sueco Svante ARRHENIUS (1859-1927), autor de la teoría iónica. Para terminar, cabe citar al escocés James WATT (1736-1819) que perfeccionó la máquina de vapor diseñada por Denis Papin.

16. — Temperatura y dilatación de los cuerpos

Calor y temperatura. Definición de la temperatura. Escala teórica. *Temperatura absoluta.* Termómetro de mercurio. Otros aparatos termométricos. Dilatación de los sólidos. Dilatación de los líquidos. Dilatación de los gases a presión constante. Variación de presión a volumen constante. Gases perfectos.

Calor y temperatura. — Mediante el contacto de la epidermis con un objeto se perciben sensaciones de frío o de calor, siendo esta última muy fuerte si lo que se toca está muy caliente. Los conceptos de calor y frío son totalmente relativos y sólo se pueden establecer con relación a un cuerpo de referencia como, por ejemplo, la mano del hombre.

Lo que se percibe con más precisión es la *temperatura* del objeto o, más exactamente todavía, la diferencia entre la temperatura del mismo y la de la mano que lo toca. Ahora bien, aunque la sensación experimentada sea tanto más intensa cuanto más elevada sea la temperatura, se trata sólo de una apreciación muy poco exacta que no puede considerarse como medida de la temperatura. Para efectuar esta última se utilizan otras propiedades del calor, como la dilatación, cuyos efectos son susceptibles de medirse.

Con muy pocas excepciones, todos los cuerpos aumentan de volumen al calentarse y disminuyen cuando se enfrían. En el caso de los sólidos, el volumen suele incrementarse en todas las direcciones y se puede observar este fenómeno en una de ellas con la experiencia del *pirómetro de cuadrante*, cuya descripción y utilización se reseñan en la página siguiente.

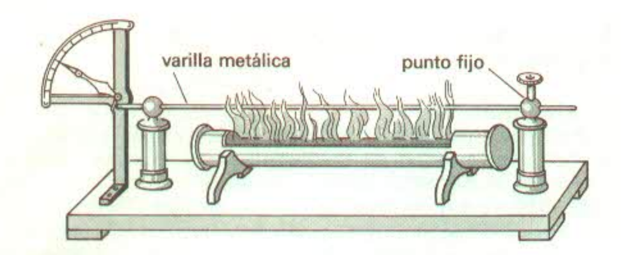


Fig. 133

Este aparato (*fig.* 133) consta de una barra metálica apoyada en dos soportes, uno de los cuales se fija con un tornillo, mientras que el otro puede deslizarse y empujar una palanca acodada terminada por una aguja que recorre un cuadrante o escala graduada. Cuando, mediante un mechero, se calienta fuertemente la barra, ésta se dilata y el valor del alargamiento, ampliado por la palanca, aparece en el cuadrante.

Otro experimento igualmente característico es el llamado del *anillo de Gravesande*. Este aparato se compone de un soporte del que cuelga una esfera metálica cuyo diámetro es ligeramente inferior al de un anillo del mismo metal por el cual puede pasar cuando las dos piezas están a la misma temperatura. Si se calienta la esfera dejando el anillo a la temperatura ordinaria, aquélla se dilata y no pasa por el anillo; en cambio puede volver a hacerlo una vez enfriada o en el caso en que se hayan calentado simultáneamente y a la misma temperatura la esfera y el anillo.

La dilatación es, por consiguiente, una primera propiedad térmica de los cuerpos, que permite llegar a la noción de temperatura.

La segunda magnitud fundamental es la *cantidad de calor* que se supone reciben o ceden los cuerpos al calentarse o al enfriarse, respectivamente.

La cantidad de calor que hay que proporcionar a un cuerpo para que su temperatura aumente en un número de unidades determinado es tanto mayor cuanto más elevada es la masa de dicho cuerpo y es proporcional a lo que se denomina *calor específico* de la sustancia de que está constituido.

Cuando se calienta un cuerpo en uno de sus puntos, el calor se propaga a los que le son próximos y la diferencia de temperatura entre el punto calentado directamente y otro situado a cierta distancia es tanto menor cuanto mejor conductor del calor es dicho cuerpo. Si la *conductibilidad térmica* de un cuerpo es pequeña, la transmisión del calor se manifiesta por un descenso rápido de la temperatura entre el punto calentado y otro próximo. Así sucede con el vidrio, la porcelana, el caucho, etc. En el caso contrario, por ejemplo con metales como el cobre y la plata, la conductibilidad térmica es muy grande y la disminución de temperatura entre un punto calentado y otro próximo es muy reducida.

Se desprende de lo anterior que el estudio del calor sólo puede hacerse después de haber definido de una manera exacta los dos términos relativos al propio calor, es decir, la temperatura, que se expresa en *grados*, y la cantidad de calor, que se expresa en *calorías*.

Habrá que definir después algunas propiedades específicas de los cuerpos en su manera de comportarse con respecto al calor, como son la dilatación, el calor específico y la conductibilidad térmica.

Definición de la temperatura. — Para calcular una temperatura es necesario recurrir a una magnitud física X que varíe con ella. Ésta debe depender únicamente de la temperatura y proporcionar un solo valor de la misma para cada uno de sus propios valores. Aunque los fenómenos de dilatación han sido los primeros que se han estudiado, pueden también utilizarse otras magnitudes, como la presión de vapor saturante de un líquido, la diferencia de potencial de contacto de dos metales, la resistencia eléctrica de un conductor, la radiación luminosa de una fuente, etc.

Una vez escogida la magnitud, se establece como postulado, para mayor facilidad, que la temperatura es una función lineal de la misma :

$$t = aX + b$$

en la que los coeficientes a y b quedan definidos por la elección de dos temperaturas determinadas.

En efecto, ciertos fenómenos, como la fusión y la ebullición de los cuerpos puros a una presión determinada, se producen a una temperatura constante. En las *escalas centesimales* (denominadas en otras épocas *centígradas*), empleadas actualmente por todos los científicos, se han adoptado como puntos 0 y 100, respectivamente, las temperaturas de fusión del hielo y de ebullición del agua pura, a la presión atmosférica normal de 76 centímetros de mercurio.

Según esta escala, la relación anterior se escribirá

$$t = 100\,\frac{(X - X_0)}{(X_{100} - X_0)}$$

donde X_0 y X_{100} indican los valores particulares de la magnitud termométrica X para cada uno de los dos puntos fijos.

Esta relación puede escribirse

$$X = X_0(1 + ct)$$

donde $c = \dfrac{X_{100} - X_0}{100\,X_0}$ se denomina *coeficiente termométrico*.

Los dos puntos fijos anteriormente mencionados están representados por las temperaturas 0^0 y 80^0 en la *escala de Réaumur* y por los valores 32 y 212 en la *escala de Fahrenheit*.

Una vez escogidos el cuerpo y la magnitud termométrica, así como los coeficientes a y b, la temperatura del *termómetro* queda definida con precisión, pero es necesario determinar ahora la temperatura de un cuerpo cualquiera.

La experiencia muestra que los cuerpos calientes elevan la temperatura de los cuerpos fríos situados cerca de ellos porque el calor se propaga de unos a otros por conducción, radiación y convección. Si en un recinto, aislado térmicamente del exterior, se colocan dos cuerpos, se observa que las temperaturas de los mismos varían en sentido inverso y terminan manteniéndose a cierto nivel. Se dice entonces que sus temperaturas son iguales. Esta definición es lógica porque se comprueba experimentalmente que dos temperaturas reconocidas iguales a una tercera son iguales entre sí.

Examinemos cuáles son las magnitudes X que se pueden escoger. Debe descartarse la dilatación de los sólidos por ser demasiado pequeña y sobre todo porque interviene un fenómeno, denominado *histéresis*, por el cual el sólido, al enfriarse después de calentarse, no recupera exactamente la longitud y el volumen iniciales y conserva una dilatación residual que sólo desaparece lentamente después. Por consiguiente, a un valor dado del volumen de un sólido no corresponde exactamente un valor determinado de la temperatura.

Los líquidos sufren una dilatación mayor y no presentan este defecto, pero deben colocarse en un recipiente sólido. Se observa entonces una dilatación aparente del líquido dentro del sólido, en el cual se ejerce la histéresis. Además, sólo pueden emplearse para una

gama bastante reducida de temperaturas. Sin embargo, a pesar de estos inconvenientes, se suelen utilizar en los termómetros más corrientes.

Como los gases se dilatan todavía más que los líquidos, permitiendo así despreciar el inconveniente del recipiente sólido, se recurre a ellos para definir la temperatura. En la escala centesimal normal, la temperatura es una función lineal de la presión de una masa constante de hidrógeno mantenida a volumen constante, siendo su presión a 0 °C un metro de mercurio normal. El empleo de los termómetros de hidrógeno, que se utilizan en laboratorios de metrología para comprobar la graduación de los termómetros de precisión, se basa en este principio (*fig.* 134).

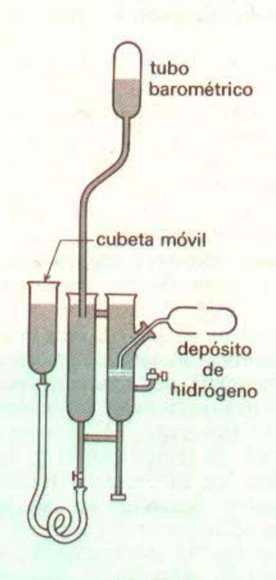


Fig. 134

En la actualidad, la temperatura se define no por el hidrógeno, sino por un « gas perfecto », como se explicará a continuación. La *temperatura centesimal legal* es, por definición, una función lineal de la presión de una masa invariable de gas perfecto mantenida a volumen constante y se evalúa en grados C (grados Celsius).

Si se designa por p_0 la presión del gas a 0 °C y por p la presión del mismo a t grados C, la relación de definición es

$$p = p_0(1 + ct)$$

en donde c, coeficiente termométrico legal, es el coeficiente de dilatación de los gases perfectos, que equivale a $\frac{1}{273,15}$.

Escala teórica. — *Temperatura absoluta.* — Las escalas centesimales son convencionales y sólo sirven como referencia para evaluar las temperaturas. Si se da una definición termodinámica de la temperatura recurriendo al principio de Carnot, la temperatura teórica se convierte en una magnitud medible, con la que se pueden efectuar las operaciones propias de este tipo de magnitudes, como las sumas y divisiones.

Esta *temperatura absoluta* puede considerarse proporcional a la presión de una masa invariable de gas perfecto mantenido a volumen constante. El coeficiente de proporcionalidad se escoge de forma que haya una diferencia de 100 unidades entre los dos puntos fijos fundamentales. Se demuestra fácilmente que esta temperatura absoluta T está ligada a la temperatura centesimal legal por la relación

$$T = t + \frac{1}{c} = t + 273,15$$

y se calcula en grados K (grados Kelvin).

La temperatura absoluta es, como la presión de un gas, siempre positiva. El valor 0, llamado *cero absoluto*, representa en realidad una temperatura extremadamente baja, imposible de alcanzar, pero a la cual cabe aproximarse cada vez más. Por ello, la temperatura centesimal legal no puede representarse por un número inferior a − 273,15 °C.

Termómetro de mercurio. — Este aparato utiliza la dilatación aparente del mercurio en el vidrio. Se ha escogido este líquido con preferencia a otros porque se obtiene fácilmente muy puro, no moja el vidrio y puede emplearse entre − 39 °C y + 357 °C, que son sus puntos de solidificación y de ebullición. El vidrio, para que tenga la menor dilatación residual, se cuece una segunda vez después de la fabricación del termómetro y antes de la graduación del mismo.

El termómetro consta de un depósito cilíndrico de vidrio prolongado por un tubo capilar de diámetro interior


Fig. 135

constante (*fig.* 135). Por el extremo superior, todavía abierto, se introduce el mercurio, que se lleva a su punto de ebullición para expulsar totalmente el aire, y se calienta luego hasta la temperatura máxima que deba indicar el termómetro. Cuando está terminada esta operación, se cierra la abertura. En la parte superior del tubo suele haber una pequeña dilatación destinada a evitar que se rompa el aparato en caso de que éste tenga que soportar una temperatura superior a la máxima prevista.

Para graduar un termómetro es necesario determinar, con la mayor precisión posible, los dos puntos fijos. Para el punto de fusión del hielo se emplea un dispositivo muy sencillo (*fig.* 136) que consiste en un embudo E, lleno de cubitos de hielo, colocado en un recipiente cilíndrico V, en el que se recoge el agua de fusión. El termómetro T se sumerge, por su parte inferior, en el hielo, de forma que el depósito de mercurio se encuentre completamente inmerso en el mismo, y se observan las variaciones del

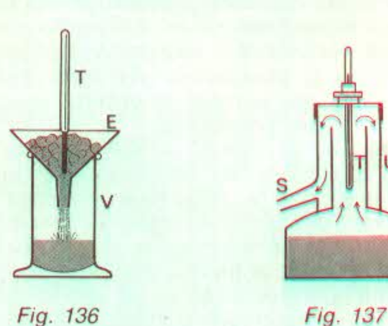


Fig. 136 *Fig. 137*

nivel del líquido en la columna. Cuando aquél permanece fijo, se hace una pequeña señal con una punta de diamante en el vidrio del termómetro.

Para el punto 100 se utiliza otro aparato (*fig.* 137) que se compone de una caldera C, con agua, en cuya parte

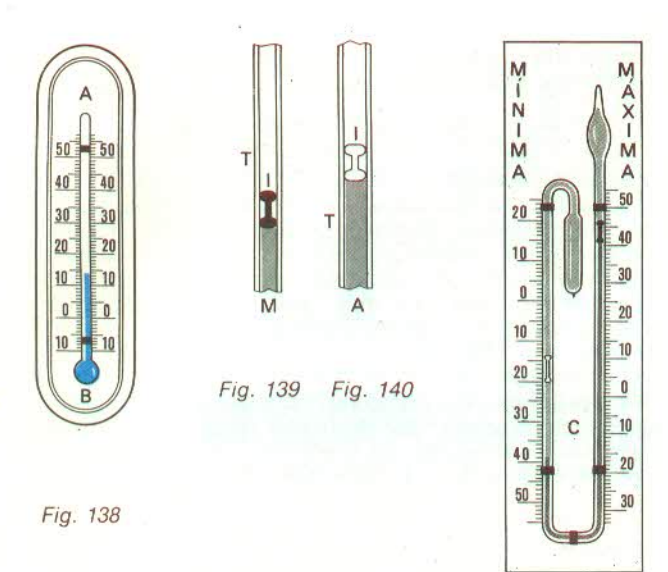


Fig. 138

Fig. 139 Fig. 140

Fig. 141

Distintas clases de termómetros

superior se encuentra un tubo T de evacuación del vapor. Como este último, en vez de salir inmediatamente, vuelve en sentido inverso por un tubo U, concéntrico y exterior a T, el tubo T interior se mantiene caliente y el vapor se evacúa finalmente por el tubo S. Se coloca el termómetro en el eje del tubo T y, cuando éste señala la temperatura de equilibrio, se indica en el tubo capilar el nivel del líquido, que corresponde a 100 °C si la presión del vapor del agua equivale exactamente a 76 centímetros de mercurio, debiéndose hacer una corrección en caso contrario. Con objeto de evitar un error debido a la dilatación residual del vidrio, es indispensable determinar el punto 100 antes del 0.

Finalmente, con una máquina especial, se divide en cien partes iguales el espacio comprendido entre los puntos 0 y 100 así obtenidos y se prolonga esta división a ambas partes de estos dos puntos fijos.

El termómetro de mercurio puede compararse con otro idéntico con una aproximación de 1/500 de grado, pero entre termómetros de dos tipos distintos existen diferencias de escalas porque la naturaleza del vidrio no es la misma. Por eso, los aparatos de precisión se comparan con el termómetro normal de hidrógeno, lo que constituye una de las aplicaciones de este último.

En el termómetro corriente se sustituye con frecuencia el mercurio por alcohol coloreado. El aparato, compuesto por un depósito esférico B y un tubo A, se fija sobre un soporte que lleva la graduación (*fig.* 138). También se emplea el tolueno, que permite determinar temperaturas hasta de − 180 °C sin congelarse.

Los termómetros de líquido se utilizan para fabricar aparatos de máxima y de mínima, que indican la temperatura más alta y más baja señalada por un termómetro entre dos observaciones. El funcionamiento de éstos se funda en fenómenos de capilaridad : el mercurio, que no moja el hierro, desplaza, si se eleva la temperatura, un índice de dicho metal, que se queda en el mismo sitio cuando desciende la columna de mercurio, a causa del frotamiento contra el vidrio (*fig.* 139); inversamente, el alcohol moja un índice de hierro que, al bajar la columna de alcohol, es arrastrado por el menisco (superficie que se forma en la parte superior de una columna de líquido), pero que permanece fijo cuando la columna de alcohol asciende (*fig.* 140). Se emplea un imán para que los índices magnéticos vuelvan a su posición normal.

La figura 141 representa un termómetro de máxima y de mínima. Es un aparato de alcohol con un tubo doblado dos veces; el alcohol está separado en dos partes por una columna de mercurio que ocupa la curva inferior y cuyas extremidades indican la temperatura.

Otros aparatos termométricos. — Además de los termómetros, instrumentos que se fundan en la dilatación de gases o de líquidos, existen otros aparatos basados en fenómenos muy diferentes. Estos últimos se emplean esencialmente para la medida de temperaturas muy elevadas o muy bajas, aunque algunos de ellos pueden sustituir al termómetro de mercurio porque tienen una mayor sensibilidad, que alcanza hasta la millonésima de grado. Los más utilizados son los que se mencionarán a continuación.

El *termómetro de resistencia,* basado en la variación de la resistencia eléctrica de un conductor en función de la temperatura, consta de un hilo de platino puro intercalado en un puente de Wheatstone. Al aplicar la ley de variación de la resistencia, se obtiene la medida de esta última, que permite conocer la temperatura.

El *par termoeléctrico* utiliza la diferencia de potencial existente entre dos metales en contacto, fuerza electromotriz que depende de la temperatura del punto de soldadura. Si dos hilos de un material distinto (por ejemplo, platino y platino rodiado al 10 por ciento) soldados en los puntos A y B tienen sus soldaduras a temperaturas diferentes, en el circuito cerrado se produce una fuerza electromotriz de contacto que varía con la diferencia de esas temperaturas. Al colocar una de las soldaduras en hielo fundente, se obtiene, gracias a una medida de potencial, la temperatura de la otra. En este principio se fundan los pirómetros industriales, en los cuales el voltímetro permite medir la temperatura directamente en grados.

El *pirómetro óptico* o *de radiaciones,* utilizable a temperaturas elevadas, se basa en la emisión luminosa de la fuente calorífica cuya temperatura quiere determinarse, puesto que la potencia irradiada y su distribución en el espectro dependen de la temperatura de la fuente. En los aparatos más corrientes, un sistema óptico da una imagen del objecto calentado, cuyo brillo se compara con el de una fuente luminosa tomada como referencia. Para ello puede utilizarse un filamento que se vuelve luminoso cuando pasa una corriente de intensidad regulable y la observación se hace, por lo general, con luz monocromática, mediante un vidrio absorbente.

Dilatación de los sólidos. — Salvo algunas sustancias llamadas *anisótropas,* como ciertos cristales o cuerpos organizados, los sólidos homogéneos, lo mismo que los líquidos y gases, se dilatan en todas las direcciones. Si se toma una varilla de longitud l_0 a la temperatura 0^0, su longitud a una temperatura t, diferente de la primera, será l.

Se llama *coeficiente de dilatación lineal* del sólido entre 0 grados y t °C la cantidad

$$\lambda = \frac{l - l_0}{l_0 t}$$

es decir, el aumento de longitud que experimenta la unidad de longitud de un cuerpo cuando se incrementa un grado su temperatura. Esta igualdad, despejada con respecto a l, se escribe

$$l = l_0(1 + \lambda t)$$

donde $1 + \lambda t$ es el llamado *binomio de dilatación lineal.*

Se considera igualmente la dilatación en volumen y se define de manera análoga el *coeficiente de dilatación*

cúbica, es decir, el aumento de volumen que experimenta la unidad de volumen de un cuerpo cuando se incrementa un grado su temperatura :

$$k = \frac{v - v_0}{v_0 t}$$

$$v = v_0(1 + kt)$$

fórmulas en las cuales v_0 es el volumen del sólido a 0 grados y v su volumen a la temperatura t °C.

Puede decirse que la variación del volumen es el resultado de la variación lineal de las tres dimensiones del cuerpo, partiendo del coeficiente de dilatación lineal λ. Supongamos que estas tres dimensiones sean iguales, como en el caso de un cubo cuyo lado tiene una longitud de l_0 a 0 grados. Se tendrá

$$v_0 = l_0^3$$

$$v = l^3$$

con $l = l_0(1 + \lambda t)$ y $v = v_0(1 + kt)$.

Se deducirá

$$1 + kt = (1 + \lambda t)^3 = 1 + 3\lambda t + 3\lambda^2 t^2 + \lambda^3 t^3$$

Estos dos últimos términos suelen ser despreciables, por ser muy pequeños, y entonces se obtiene

$$k = 3\lambda$$

es decir, que el coeficiente de dilatación cúbica es igual, con mucha aproximación, al triple del coeficiente de dilatación lineal.

Como la masa del cuerpo permanece constante durante la variación de la temperatura que modifica las dimensiones del mismo, habrá variación de la masa específica (o densidad absoluta) d. La masa m será

$$m = v_0 d_0 = vd$$

y, por consiguiente,

$$d = \frac{v_0}{v} d_0 = \frac{v_0 d_0}{v_0(1 + kt)} = \frac{d_0}{1 + kt}$$

El coeficiente de dilatación de los sólidos no es totalmente constante con la temperatura. La materia sufre, al calentarse, transformaciones moleculares que preparan el cambio de estado que se producirá en la fusión. Para diferencias de temperatura bastante grandes, el binomio $(1 + \lambda t)$ debe sustituirse por el polinomio :

$$(1 + \alpha t + \beta t^2 + \gamma t^3 + \ldots)$$

que puede constar de tres o cuatro términos, según la precisión buscada y los límites de las temperaturas entre las cuales es aplicable la fórmula.

La medida de los coeficientes de dilatación debe hacerse, por consiguiente, entre temperaturas bastante próximas para que pueda despreciarse la variación y se obtiene entonces un coeficiente de dilatación medio entre las dos temperaturas extremas escogidas.

Los metales tienen un coeficiente de dilatación lineal relativamente grande, excepto algunas aleaciones, como la mezcla de acero con níquel, que, en el caso del invar, es decir, con un contenido de níquel que alcanza un 36 %, presenta una dilatación casi nula. Por otra parte, los vidrios, porcelanas y materias de este tipo tienen coeficientes menores, como indica el siguiente cuadro :

SUSTANCIAS	COEFICIENTES
Latón	0,000 018 9
Cobre	0,000 017 2
Oro	0,000 015 5
Hierro	0,000 012 2
Vidrio blanco	0,000 008 9
Flint-glass	0,000 008 1

Dilatación de los líquidos. — Puede aplicarse a los líquidos todo lo que se dijo anteriormente acerca de la dilatación cúbica de los sólidos, pero los métodos de medida de los coeficientes de dilatación difieren sensiblemente en este caso puesto que, por su propio estado, los líquidos deben colocarse en recipientes para efectuar en ellos las observaciones necesarias a la determinación del cambio de volumen. Al tener la materia que constituye el recipiente un coeficiente de dilatación específico, la medida hecha corresponde a la diferencia entre los dos efectos, o sea, a la *dilatación aparente* del líquido dentro del sólido que lo contiene.

Se suelen medir los coeficientes de *dilatación absoluta* de los líquidos con un *dilatómetro,* instrumento que consiste en un termómetro, en el cual se encuentra el líquido estudiado, con una escala arbitraria de divisiones iguales, es decir, que corresponden todas y cada una de ellas al mismo volumen de líquido de la columna. Este aparato se sumerge en primer lugar en hielo fundente y se señala entonces en la escala la posición de la parte superior del líquido (división n_0); luego, se le somete a una temperatura más elevada t, la del agua en ebullición, por ejemplo, y se observa el nivel del líquido en la columna (n_1). Sea V_0 el volumen del depósito del dilatómetro y v_0 el de una división del tubo, a una temperatura de 0 °C, y V y v estos valores a t °C. Podrá escribirse que el volumen del líquido a 0 °C es

$$U = V_0 + n_0 v_0$$

y a t °C sería $U = V + n_1 v = (V_0 + n_1 v_0)(1 + kt)$, donde k es el coeficiente de dilatación cúbica del vidrio del recipiente.

La variación del volumen entre 0 y t es, por tanto, $U - U_0 = V_0 + n_1 v_0 + V_0 kt + n_1 v_0 kt - V_0 - n_0 v_0$, o sea, $U - U_0 = (n_1 - n_0) v_0 + (V + n_1 v_0) kt$.

El coeficiente de *dilatación absoluta* del líquido δ es tal que

$$U = U_0(1 + \delta t)$$

y la comparación de los valores de $U - U_0$ permite determinar δ, si se conocen los volúmenes V_0 y v_0, así como el coeficiente de dilatación k del vidrio.

Como el cálculo de este último es poco preciso, se prescinde de él vaciando el dilatómetro y sustituyendo el líquido estudiado por otro, como el mercurio, cuyo coeficiente de dilatación absoluta μ es conocido. Al seguir el método aplicado anteriormente, se obtiene una relación que da δ en función de μ.

El valor del coeficiente medio del mercurio entre 0 °C y 100 °C es 0,000 183, pero aumenta ligeramente con la temperatura. Los demás líquidos siguen, en general, una ley de variación análoga, salvo el agua, cuyo volumen disminuye cuando la temperatura pasa de 0 °C a 4 °C, llega a un mínimo al alcanzar 4 °C y aumenta después hasta los 100 °C, lo que significa que tiene su densidad máxima a la temperatura de 4 °C.

Dilatación de los gases a presión constante. — Mientras que el volumen de un líquido o de un sólido no depende prácticamente de la presión a la que está sometido, el caso de los gases es diferente. Por consiguiente, para estudiar las variaciones de volumen bajo la influencia de la temperatura, es necesario mantener la presión constante, y se observa en estas circunstancias que una ligera elevación de la temperatura produce una gran dilatación.

El coeficiente de dilatación α de los gases a presión constante se define exactamente de la misma manera que el de los sólidos y líquidos. Si v_0 y v representan, respectivamente, el volumen del gas a 0 °C y a la temperatura t a la misma presión, se tendrá por definición

$$v = v_0(1 + \alpha t)$$

Gay-Lussac midió este coeficiente por medio del dispositivo esquematizado en la figura 142. El gas se

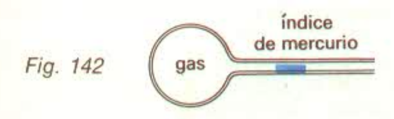


Fig. 142

mantiene a la presión atmosférica, y las variaciones de volumen del mismo se determinan por el desplazamiento de un índice de mercurio en un tubo horizontal graduado.

La primera ley de Gay-Lussac determina que el coeficiente α es independiente por una parte de la presión del gas, siempre que ésta sea constante, y por otra de la temperatura t y que es el mismo para todos los gases.

El valor obtenido por Gay-Lussac fue de $\frac{1}{273} = 0{,}00366$.

Unos experimentos más precisos han mostrado que la ley anteriormente enunciada es aproximada, como la de Boyle-Mariotte, y que puede aplicarse a los gases con tanto mayor precisión cuanto más se alejen éstos de sus condiciones de licuefacción. Esta ley tiende, pues, a ser exacta cuando la presión del gas tiende hacia cero.

Variación de presión a volumen constante. — Cuando se calienta un gas en un recipiente cerrado de volumen invariable, la elevación de la temperatura se manifiesta por un aumento de la presión del gas, que pasa de su valor inicial p_0 a 0^0 a p a t °C. El coeficiente β de aumento de presión a volumen constante se define por la relación $p = p_0(1 + \beta t)$ y puede medirse con un dispositivo (*fig.* 143) en el que el gas que se estudia está contenido en el depósito V y sumergido en cierta cantidad de agua, que se mantiene sucesivamente a temperaturas constantes diversas. El depósito se prolonga hacia el

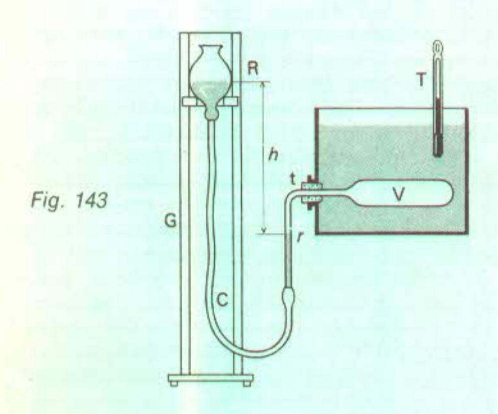


Fig. 143

exterior por un tubo de diámetro pequeño t, que lleva una señal r y está unido por un tubo de goma a un recipiente R que contiene mercurio y se halla situado en una corredera que permite variar el nivel superior.

Para cada temperatura t del vaso V y del gas en él contenido se ajusta la altura h del nivel de tal manera que el mercurio llegue a la señal de referencia r. Se obtienen de este modo los diversos valores de la presión $p = p_0 + h$ en función de la temperatura t y se puede llegar a la determinación de β.

Las medidas efectuadas por Gay-Lussac y Charles permitieron establecer una segunda ley, según la cual el coeficiente β de aumento de presión de los gases calentados a volumen constante es igual al coeficiente α de dilatación a presión constante; por consiguiente, su valor es independiente de la presión a 0 °C, de la temperatura y de la naturaleza del gas.

Esta ley es válida en las mismas condiciones que la primera de Gay-Lussac.

Gases perfectos. — Se denominan *perfectos* los gases ideales que cumplen, a cualquier temperatura, las leyes de Boyle-Mariotte y Gay-Lussac. Por definición, su coeficiente de dilatación, α o β, tiene el valor límite del de los gases reales sometidos a una presión nula, valor independiente de la temperatura y de la naturaleza del gas, que es igual a $\frac{1}{273{,}15}$.

Entre el volumen, la presión y la temperatura de una masa constante de gas perfecto existe una relación que se denomina *ecuación de estado*.

Consideremos sucesivamente este gas a 0 °C, con el volumen v_0 a la presión p_0, y después a t °C, con el volumen v a la presión p. Supongamos que las variaciones de presión y de volumen, en vez de ser simultáneas, se producen en dos momentos distintos :

1.° El volumen v_0 a la presión p_0 se lleva a la temperatura t; se dilata a presión constante y su volumen v' será :

$$v' = v_0(1 + \alpha t)$$

2.° Se comprime el volumen v' a la temperatura constante t hasta que sea igual a v, siendo entonces la presión p. Si se aplica la ley de Boyle-Mariotte, se tendrá :

$$pv = p_0 v' \quad \text{o} \quad v' = \frac{pv}{p_0}$$

Al sustituir v' por su valor en 1.°, se obtiene

$$\frac{pv}{1 + \alpha t} = p_0 v_0 = \text{constante}$$

ecuación que podrá escribirse

$$pv = p_0 v_0 \alpha \left(\frac{1}{\alpha} + t\right)$$

Teniendo en cuenta que $\frac{1}{\alpha} + t$ es la temperatura absoluta T, y haciendo $p_0 v_0 \alpha = r$, se tendrá finalmente

$$pv = r\mathrm{T}$$

En el caso particular en que la masa de gas considerada, definida por el volumen y la presión, es la masa molecular, la ecuación anterior se escribe

$$pv = \mathrm{RT}$$

y la constante R es la misma para todos los gases. Se denomina *constante molecular de los gases perfectos*, y su valor en unidades C. G. S. es

$$\mathrm{R} = 8{,}32.10^7$$

o sea, aproximadamente el doble del equivalente mecánico de la caloría.

Se pueden comparar fácilmente volúmenes de gases que no estén a la misma presión ni a la misma temperatura en el momento de la determinación por la aplicación de la ecuación anterior, que permite considerar cada uno de ellos en las *condiciones normales*, es decir a 0 °C y con una presión de 76 centímetros de mercurio.

Supongamos, por ejemplo, un volumen v de gas a la temperatura t °C y a la presión H, expresada en centímetros de mercurio; se podrá obtener el volumen v_0 a 0 °C y a la presión de 76 centímetros de mercurio, escribiendo

$$v\mathrm{H} = v_0 \times 76(1 + \alpha t)$$

de donde

$$v_0 = v\,\frac{\mathrm{H}}{76}\cdot\frac{1}{1 + \alpha t}$$

17. — Calorimetría y propagación del calor

Definiciones. Métodos calorimétricos. *Medida del calor específico de un sólido o de un líquido por el método de las mezclas. Método de fusión del hielo. Método eléctrico. Resultados.* Ley de Dulong y Petit. Calores específicos de los gases. *Determinación de γ. Relación de Mayer.* Aplicaciones del calorímetro en Química. Conductibilidad. *De los sólidos. De los líquidos y de los gases.* Calor radiante.

Definiciones. — Según aumente o disminuya la temperatura de un cuerpo, se dice que éste ha recibido o cedido cierta *cantidad de calor.* Por definición, la cantidad de calor recibida por un cuerpo puro es proporcional a la masa del mismo en la cual produce una variación de temperatura determinada; así, para que dos gramos de agua pasen de 10 °C a 15 °C, hay que proporcionar dos veces más calor que para elevar la temperatura de un gramo de agua entre los mismos límites.

La unidad relativa a esta magnitud es la cantidad de calor necesaria para elevar de 14,5 °C *a* 15,5 °C *la temperatura de una masa de agua igual a la unidad.* Para un gramo (sistema C. G. S.) esta unidad es la *caloría pequeña* o *caloría-gramo*, para un kilogramo (sistema M. K. S.), la *caloría grande* o *kilocaloría*, y para una tonelada (sistema M. T. S.), la *termia.* El calor, por ser una forma de energía, puede también evaluarse en unidades energéticas. El *julio*, unidad de cantidad de calor del sistema internacional, vale $\frac{1}{4,185}$ caloría-gramo.

En una primera aproximación puede admitirse que la cantidad de calor necesaria para elevar un grado la temperatura de una masa de agua no depende de su temperatura inicial. Podrá escribirse que para que una masa M de agua pase de la temperatura t a la temperatura t' habrá que proporcionarle una cantidad de calor

$$Q = M(t' - t)$$

La experiencia demuestra que la cantidad de calor necesaria para que la temperatura de la unidad de masa de un cuerpo puro, diferente del agua, ascienda de t a t', depende de la naturaleza de este cuerpo. De ello se deriva la definición de *calor específico*, numéricamente igual a *la cantidad de calor necesaria para elevar un grado la temperatura de la unidad de masa del cuerpo considerado.* De una manera más precisa, se dice que la cantidad de calor que se debe proporcionar a la masa m de un cuerpo puro para que su temperatura varíe de t a t' viene expresada por la fórmula

$$Q = mc\,(t' - t)$$

en donde c es igual al calor específico medio entre t y t'. Comparando ambas fórmulas se pone de manifiesto que la cantidad

$$M = mc$$

llamada *capacidad calorífica* o *valor en agua* del cuerpo considerado, representa la masa de agua equivalente.

Es importante observar que la adquisición de cierta cantidad de calor por un cuerpo no corresponde siempre a una elevación de temperatura. Por ejemplo, durante la fusión o la ebullición de un cuerpo, la temperatura permanece constante, aunque continúe proporcionándose calor. Existe, por tanto, un *calor latente de fusión* o de *vaporización* igual a la cantidad de calor que produce, a temperatura y presión constantes, el cambio de estado de la unidad de masa.

Métodos calorimétricos. — La Calorimetría, parte de la Física dedicada a la medida de las cantidades de calor que intervienen en los diversos fenómenos, utiliza principalmente tres métodos ;

1.° En el *método de las mezclas* o *método adiabático*, la cantidad de calor, positiva o negativa, que hay que medir se evalúa a partir de una masa de agua M, cuya temperatura se eleva (o disminuye) de t a t'. La expresión de esta cantidad de calor será

$$Q = M(t' - t)$$

2.° En el *método de fusión del hielo* o *método isotérmico*, esta cantidad de calor sirve para fundir cierta masa de hielo, que le es proporcional, y se calcula la disminución de volumen del hielo fundente.

3.° En el *método eléctrico*, el paso de una corriente a través de un conductor proporciona una cantidad de calor determinada, dada *a priori*, que sirve para producir el efecto estudiado (por ejemplo una variación de temperatura) y se expresa por la conocida fórmula

$$Q = \frac{1}{4,185} \cdot ri^2x$$

donde x es el tiempo, i la intensidad de la corriente y r la resistencia del conductor.

Medida del calor específico de un sólido o de un líquido por el método de las mezclas. — El cuerpo, sólido o líquido, de masa m, cuyo calor específico c quiere medirse, se mantiene a una temperatura constante T durante un tiempo suficiente para que su temperatura propia sea la misma que la del recipiente caliente en el que se ha colocado. Se emplea para ello un *calorímetro*, aparato provisto de un agitador, destinado a uniformizar la temperatura, y de un termómetro, que contiene una cantidad de agua M. Si t es la temperatura inicial del conjunto, se sumerge en el agua el cuerpo calentado a la temperatura T, que se supone superior a t. Se verifica entonces un *cambio de calor :* el cuerpo caliente se enfría, cediendo calor al calorímetro, que se calienta. El equilibrio térmico se alcanza cuando éste adquiere una temperatura invariable t', que es igual a la temperatura final del cuerpo sumergido. Se escribirá entonces que el calor cedido por el cuerpo inicialmente caliente es igual al calor ganado por el calorímetro. Designando por M' la capacidad calorífica total del vaso calorimétrico y de sus accesorios (agitador y termómetro), se tendrá la ecuación

$$mc\,(T - t') = (M + M')(t' - t)$$

que permite calcular c.

Este método da por sentado que no ha habido cambio de calor entre el calorímetro y el medio ambiente, lo que explica que este método se califique de « adiabático » (sin cambio de calor). Para que así ocurra, el calorímetro debe construirse de tal manera que no se produzcan cambios por conducción, radiación o convección. Se utiliza frecuentemente el aparato ideado por Berthelot (*fig.* 144), que se compone de un vaso interior B colocado en otro designado por la letra D. Ambos son metálicos y lo más ligeros posible para que su capacidad calorífica sea pequeña. El vaso B se apoya en cuñas aislantes de poco peso que lo separan del recipiente D, de forma que los puntos de contacto sólo transmitan una cantidad de calor

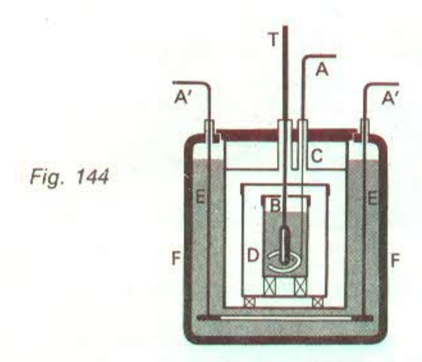


Fig. 144

muy reducida. El exterior del vaso B y el interior del D están pulimentados de tal modo que los cambios por radiación se reduzcan al mínimo. Estos dos vasos, provistos de un termómetro sensible T y de un agitador A, constituyen el calorímetro propiamente dicho.

Para que no esté sometido a las variaciones de la temperatura exterior ni a las corrientes de aire, el calorímetro se coloca dentro de un cilindro de pared doble, cubierto en su parte exterior por un fieltro espeso, F, que contiene agua, E, en la cual un agitador A'A' permite mantener la temperatura del líquido continuamente uniforme. Esta doble envoltura permite que el calorímetro se conserve en condiciones constantes de irradiación al exterior, incluso durante cierta duración. Una tapadera C, con orificios para el termómetro y la varilla del agitador A, cierra la cubeta exterior.

Este aparato se perfecciona reemplazando los vasos B y D por vasos de Dewar, de doble pared plateada, en cuyo interior se ha hecho el vacío.

En las medidas de precisión hay que tener en cuenta los cambios de calor entre el calorímetro y el medio ambiente (pérdidas térmicas), introduciendo correcciones en la ecuación calorimétrica anterior. Con este objeto, se examinan cada minuto las variaciones de temperatura del calorímetro debidas exclusivamente a estos cambios. Se puede calcular entonces la temperatura final corregida, es decir, la que tendría el calorímetro al final de la experiencia si se hubieran podido suprimir las pérdidas térmicas.

Puesto que estas pérdidas aumentan con la diferencia entre la temperatura del calorímetro y la del medio ambiente, conviene que esta diferencia sea pequeña y que, por consiguiente, la temperatura del calorímetro varíe poco en el transcurso del experimento. Se emplean, por este motivo, termómetros muy sensibles, que tienen un depósito grande lleno de mercurio y dan el 1/25 ó el 1/50 de grado por lectura directa. La capacidad calorífica de estos instrumentos no es despreciable y debe determinarse cuidadosamente. En las medidas de alta precisión se utilizan pares termoeléctricos.

Método de fusión del hielo. — Bunsen imaginó un calorímetro muy ingenioso que permite efectuar medidas rápidas, basándose en la disminución de volumen que sufre el hielo durante la fusión.

El aparato se compone de un depósito A (*fig.* 145) en cuyo interior se ha soldado un tubo de ensayo B, abierto en su parte superior. El fondo del depósito A se prolonga por un tubo CD, que va seguido por un tubo capilar horizontal E. El depósito A está completamente lleno de agua destilada que flota sobre el mercurio contenido en los tubos C y D y el extremo de la columna de mercurio se termina en el tubo E, graduado en milímetros. Todo el conjunto ABCD está sumergido en una caja donde unas materias aislantes mantienen constante la temperatura.

Al introducir en el tubo de ensayo B una mezcla refrigerante o un cuerpo fácilmente volátil, como el cloruro de metilo, disminuye la temperatura y se forma en la superficie exterior de B una capa de hielo. Se produce, en este momento, un aumento de volumen y un desplazamiento del mercurio en la columna E, que dura hasta que el sistema haya llegado a su equilibrio de temperatura a 0 °C. Se introduce entonces en el tubo de ensayo B el cuerpo cuyo calor específico se debe determinar, después de que haya alcanzado la temperatura t, y se sigue el desplazamiento del mercurio en el tubo E.

Cada caloría cedida por el cuerpo caliente funde una masa de hielo determinada, y este fenómeno produce una variación de volumen que se puede medir en el tubo graduado, puesto que cada división corresponde a un cierto número de calorías previamente determinado.

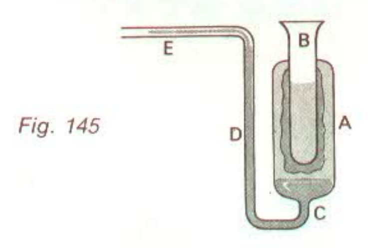


Fig. 145

En otros términos, si m es la masa del sólido o del líquido introducido a la temperatura t, la cantidad de calor mct que éste cede al calorímetro al bajar a 0 °C es proporcional al número de divisiones n que el mercurio retrocede en la varilla graduada :

$$mct = kn$$

El coeficiente k del aparato se determina por un sistema en el que se utiliza una cantidad de calor conocida, vertiendo, por ejemplo, agua caliente en el calorímetro.

Método eléctrico. — Este método fue ideado por el físico alemán Walter NERNST (1864-1941) para la determinación de los calores específicos a bajas temperaturas. El calorímetro, de valor total en agua M, lleva una resistencia por la que pasa una corriente y en la que se coloca el cuerpo de masa m cuyo calor específico se desea medir. Si V e I son, respectivamente, la tensión en los bornes de la resistencia y la intensidad de la corriente, supuestas ambas constantes durante el intervalo de tiempo pequeño Δx, el calor que se desprende durante este intervalo será

$$\Delta Q = \frac{1}{4{,}185} VI\Delta x$$

y el calor total desprendido durante la experiencia

$$Q = \frac{1}{4{,}185} \Sigma VI\Delta x$$

Esta cantidad de calor sirve para que la temperatura del calorímetro y de su contenido ascienda de t a t' y podrá escribirse, por consiguiente

$$Q = (M + mc)(t' - t)$$

Las temperaturas t y t' pueden obtenerse por el método del termómetro de resistencia a partir del valor $r = \frac{V}{I}$ de la resistencia que lleva el calorímetro.

Resultados. — En general, los calores específicos, que se suponen constantes mientras las diferencias de temperatura no son demasiado elevadas, no pueden considerarse como tales cuando dichas diferencias son

mayores. El valor que tienen debe representarse entonces por una función como

$$Ct = a + bt + ct^2$$

Basta emplear los dos primeros términos para los sólidos en general, pero para los líquidos es necesario añadir el término ct^2.

El calor específico del platino es dado, según Violle, por

$$C = 0{,}0317 + 0{,}000012t$$

Mientras que para el agua hay que emplear

$$C = 1 - 0{,}0004(t - 15) + 0{,}000012(t - 15)^2$$

reduciendo las temperaturas a la de 15 °C, puesto que se ha admitido que el calor específico del agua a 15 °C es igual a la unidad.

La variación que sufren los calores específicos de los sólidos en función de la temperatura se indica en el cuadro que figura a continuación, debido a los físicos Pierre-Louis Dulong y Alexis Thérèse Petit, y que da los valores medios para diferentes cuerpos entre 0 y 200° :

	DE 0 °C A 100 °C	DE 0 °C A 200 °C
Hierro	0,1088	0,1218
Mercurio	0,0330	0,0350
Cinc	0,0927	0,1015
Antimonio	0,0507	0,0549
Plata	0,0557	0,0611
Cobre	0,0949	0,1013
Vidrio	0,0170	0,1900

Para los sólidos, el calor específico depende esencialmente de su estado físico. Ciertas sustancias que poseen varios estados alotrópicos muestran diferencias bastante grandes.

Ley de Dulong y Petit. — Según la ley de Dulong y Petit, la capacidad calorífica de los átomos de los cuerpos sólidos es un número constante, es decir, que *el producto de la masa atómica* A *de un cuerpo simple en estado sólido por su calor específico* c *es, aproximadamente*, 6,4.

Esta ley, bastante exacta para muchos metales, no lo es en otros casos. Se dan en el cuadro siguiente los resultados encontrados para los principales metales :

	c	A	Ac
Plata	0,0570	108,0	6,16
Aluminio	0,2143	27,4	5,87
Cobre	0,0949	63,4	6,02
Hierro	0,1138	56,0	6,37
Plomo	0,0314	207,0	6,50

En cambio, algunos cuerpos simples cristalizados, como el carbono (diamante), el azufre, el boro, etc., tienen para el producto Ac valores muy diferentes de 6,4. La ley de Dulong y Petit es tanto más exacta cuanto más elevadas son las temperaturas. Parece existir, para todos los cuerpos, una temperatura a la cual el calor específico se aproxima mucho a un valor constante; sin embargo, la temperatura a la que puede hacerse esta observación es bastante baja para la mayor parte de los metales, pero es probablemente mucho más elevada para otros cuerpos simples, que son los que no siguen esta ley.

Calores específicos de los gases. — Mientras que la cantidad de calor necesaria para elevar la temperatura de un sólido o un líquido de t a t' está bien determinada, porque estos cuerpos son prácticamente incompresibles, aquélla no puede definirse de la misma manera para un gas, porque depende de la forma como éste se ha calentado. Se consideran para los gases, como se ha hecho en el caso de la dilatación, dos calores específicos, según que el calentamiento se produzca a *volumen constante* o a *presión constante.*

Supongamos un recipiente cerrado, de volumen invariable, que contiene una masa m de gas. Para que la temperatura de este último se eleve de t a t' habrá que proporcionarle una cantidad de calor

$$q = mc(t' - t)$$

Así c es entonces el calor específico del gas a volumen constante. La presión del gas a la nueva temperatura es superior a la presión de origen y, si se expande el gas para reducir la presión a su valor inicial, se produce en la masa un enfriamiento que exigirá la aportación de una nueva cantidad de calor q' para que la temperatura se mantenga constante; el calor proporcionado en total será $q + q'$. Por consiguiente, el calor específico C, a presión constante, es mayor que el calor c a volumen constante.

Las medidas clásicas del calor específico de los gases a presión constante C, efectuadas por Delaroche, Bérard y Regnault, consistían en producir una corriente gaseosa a velocidad constante y medible. El gas pasaba por un baño caliente, que lo ponía a una temperatura conocida, y después a un calorímetro que reducía esta temperatura. Se aplicaba entonces el método de las mezclas para calcular el calor específico del gas, y se obtenían los valores que se indican a continuación :

CALORES ESPECÍFICOS A PRESIÓN CONSTANTE			
Aire	0,237	Anhídrido carbónico	0,217
Oxígeno	0,217	Óxido de carbono	0,245
Hidrógeno	3,409	Protóxido de nitrógeno	0,226
Nitrógeno	0,244	Bióxido de nitrógeno	0,232
Cloro	0,121	Anhídrido sulfuroso	0,154
Bromo	0,055	Amoniaco	0,508

Para los gases que cumplen la ley de Boyle-Mariotte, es decir, que están a una temperatura bastante por encima de su punto de licuefacción, el calor específico depende muy poco de la temperatura. Regnault dedujo de estas observaciones que éste es igualmente independiente de la presión, pero resultados más recientes han demostrado que para presiones bastante elevadas, es decir, del orden de 100 atmósferas, la variación que se produce no es despreciable.

Delaroche y Bérard han enunciado la ley según la cual los gases cuya molécula consta de dos átomos y los que se producen sin contracción de volumen tienen un calor específico a presión constante C tal que el producto de C por la masa molecular M es un número constante igual a 6,8.

El calor específico de los gases a volumen constante c no puede medirse fácilmente porque los métodos calorimétricos no son bastante sensibles. Se suele deducir, por tanto, del valor de C y del cociente $\frac{C}{c}$, que se obtiene directamente de modo experimental.

Determinación de $\gamma = \frac{C}{c}$. — Clément y Desormes idearon un método simple y rápido para medir la relación $\frac{C}{c}$ de los calores específicos de los gases a presión y a volumen constantes. El aparato empleado se compone de un balón A (*fig.* 146) de gran dimensión provisto de una llave de paso R de gran abertura que permite poner el interior del balón en contacto directo con la atmósfera.

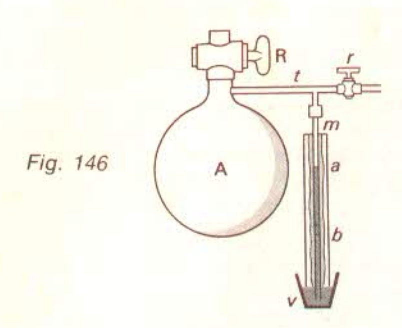


Fig. 146

Un tubo lateral *t*, cerrado por un grifo *r*, está conectado a una bomba que produce un vacío parcial en el balón A. La presión se mide gracias a un manómetro de líquido formado por un tubo *m*, graduado y sumergido en un vaso *v* con agua u otro líquido.

La medida se hace de la forma siguiente : se produce una depresión del gas contenido en el balón A abriendo la llave de paso *r*, que se cierra después, y se observa el desnivel *a* del líquido en el tubo del manómetro. La presión es entonces $(H - a)$, siendo H la presión atmosférica. Se abre entonces bruscamente, y durante muy breve tiempo, la llave de paso R. En el interior del balón se aspira una cantidad de aire, que hace que la presión del mismo sea igual a la atmosférica. Pero, a causa de la compresión del gas contenido antes de abrir el balón, se produce un calentamiento. El gas se enfriará entonces, alcanzará de nuevo la temperatura ambiente, y el manómetro volverá a ascender después del cierre a un nivel *b*. Efectuando un cálculo se observa que

$$\frac{C}{c} = \gamma = \frac{a}{a - b} \text{ y, para el aire, } \gamma = 1{,}40$$

Este valor es común a todos los gases diatómicos. Cuando aumenta la atomicidad de un gas, γ disminuye y se aproxima a 1.

La medida del coeficiente γ para los diferentes gases permite determinar su atomicidad, siendo sus valores :

— de 1,67 para los gases monoatómicos (argón, helio);
— de 1,40 para los diatómicos (hidrógeno, oxígeno);
— de 1,33 para los gases triatómicos (anhídrido carbónico, protóxido de nitrógeno, etc.).

También puede determinarse γ mediante la medida de la velocidad de propagación del sonido en los gases.

Relación de Mayer. — Esta relación, establecida teóricamente por el alemán Julius von MAYER (1814-1878), es válida para los gases perfectos. Los gases reales la siguen aproximadamente cuando están muy alejados de su punto de licuefacción. Si M designa la masa molecular de un gas, esta relación se expresa $MC - Mc = 2$.

La comparación de esta relación con los valores de γ dados anteriormente muestra que se obtienen aproximadamente los resultados siguientes :

— para los gases monoatómicos, $MC = 5$, $Mc = 3$
— para los gases diatómicos, $MC = 7$, $Mc = 5$.

En el cuadro que figura a continuación se indican las cifras correspondientes al hidrógeno, oxígeno y anhídrido carbónico :

GAS	C	*c*	M	MC-M*c*
Hidrógeno H	3,4	1,40	2	2,06
Oxígeno O	0,217	0,155	32	1,98
Anhídrido carbónico CO	0,217	0,156	44	2,68

Aplicaciones del calorímetro en Química. — La mayoría de las reacciones químicas se producen con desprendimiento o absorción de calor y se dividen, respectivamente, en *reacciones exotérmicas* y *endotérmicas*, según que haya calentamiento o enfriamiento durante la reacción.

El estudio de este fenómeno constituye la rama denominada Termoquímica, a la que se han dedicado trabajos muy importantes a finales del siglo XIX y a principios del XX.

La Termoquímica se basa en la ley de Hess, que representa un caso particular del principio de los estados inicial y final. Según ella, *la cantidad de calor que se desprende al pasar de un sistema* A *de sustancias a otro sistema* B *es independiente de la forma en que se produce el paso y de las reacciones intermedias, siempre que el estado físico de los sistemas* A *y* B *sea el mismo en todos los casos.* Esta ley sólo es realmente válida cuando las transformaciones ocurren teniendo un volumen o una presión constante.

Determinemos, a título de ejemplo, el calor de formación del óxido de carbono, a partir del carbono y del oxígeno. Por observación directa se encuentra :

$$C + O_2 \longrightarrow CO_2 + 96 \text{ (kilocalorías)}$$

$$CO + \frac{1}{2} O_2 \longrightarrow CO_2 + 68$$

Según la ley de Hess, se debe tener el mismo resultado para el calor de formación de CO_2 operando con $C + O_2$, u operando en dos tiempos : $C + \frac{1}{2} O_2$ y $CO + \frac{1}{2} O_2$. Si la cantidad de calor que se busca y que representa la formación de CO es *x*, se tendrá

$$x = 96 - 68 = 28$$

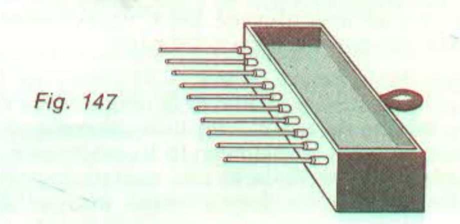
Se llega al mismo valor por formación directa de CO.

Los resultados obtenidos por diferentes investigadores se han reunido en tablas donde figuran los calores de formación de gran número de cuerpos conocidos a partir de sus elementos y de calores de hidratación y de disolución de estos cuerpos en el agua. Aquéllas permiten estudiar los cuerpos efectuando sólo un número limitado de medidas.

Conductibilidad. — *De los sólidos.* — Se observa fácilmente que todos los cuerpos sólidos no transmiten el calor del mismo modo. Si se tiene una varilla de vidrio en la mano, se puede someterla a la acción de una llama en una de sus extremidades, ponerla al rojo e incluso llevarla a la fusión sin que la temperatura que existe a unos centímetros de distancia del punto calentado sea intolerable para el que efectúa el experimento. No ocurre lo mismo con la mayoría de los metales, principalmente con la plata y el cobre.

La propagación del calor en los sólidos, que se produce por contactos sucesivos desde los puntos calentados hasta los que lo son menos, depende, por consiguiente, de una propiedad específica de la materia que los compone, que se denomina *conductibilidad térmica*.

Un experimento de Ingenhousz permite comparar las conductibilidades de los cuerpos mediante un aparato


Fig. 147

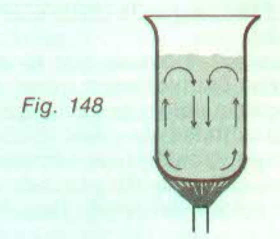
constituido por una cuba metálica de forma paralelepipédica (*fig.* 147), en uno de cuyos lados se han fijado varillas de la misma longitud y del mismo diámetro, pero de sustancias diferentes. El interior de la cuba se llena de agua, que se hace hervir. Después de haber cubierto con cera o parafina las varillas, se observa cómo la fusión de la cera va avanzando progresivamente sobre las mismas. Esta progresión es rápida al principio, pero se hace luego cada vez más lenta y se detiene a una distancia tanto mayor de la cuba cuanto más conductora sea la varilla.

En este tipo de experimentos, la longitud de la varilla medida no es proporcional a la conductibilidad del metal, ya que por ésta sólo se propaga una parte del calor, cediéndose el resto al aire ambiente. Teniendo en cuenta este elemento, se comprueba que la conductibilidad real de cada varilla es proporcional al cuadrado de la longitud en la cual se ha fundido la cera. Puesto que la plata es el cuerpo de mayor conductibilidad entre todos aquellos con los cuales se han efectuado experimentos, se puede tomar este metal como punto de referencia y dar a la conductibilidad que tiene el valor 100.

El coeficiente absoluto de conductibilidad de un cuerpo, considerado en forma de placa, es la cantidad de calor que, durante la unidad de tiempo, entra por la unidad de superficie o sale de ella cuando su espesor es igual a la unidad de longitud y la diferencia entre las temperaturas extremas es de 1 °C. En el cuadro siguiente se dan los valores de estos coeficientes en comparación con la plata (coeficiente relativo) y en valor absoluto (sistema cegesimal).

CUERPOS	COEFICIENTES	COEFICIENTES ABSOLUTOS
Plata	100	82
Cobre	74	60
Oro	53	43
Latón	24	19
Cinc	19	15
Estaño	14	12
Hierro	12	10
Acero	12	9,5
Plomo	8,5	6,9
Platino	8,4	6,8
Paladio	6,3	5,2
Bismuto	1,8	1,5

De los líquidos y de los gases. — La propagación del calor en los cuerpos fluidos (líquidos o gaseosos) se efectúa simultáneamente de dos formas : por contactos sucesivos, como en el caso de los sólidos, lo que representa la conductibilidad propiamente dicha, y por convección, es decir, por desplazamiento del fluido procedente de las partes calentadas a causa de la variación de su densidad.


Fig. 148

La convección, excepto en el caso de los metales líquidos de conductibilidad muy elevada, representa el elemento más importante de la propagación del calor en una masa líquida.

Cuando se llena una vaso de agua con polvos dispersos en la masa de esta última, como el serrín, por ejemplo, y se calienta con una llama colocada debajo, el líquido que sufre la acción directa de la llama se dilata, disminuye de densidad y tiende a ascender hacia la parte superior. Se establece entonces una corriente ascendente, hacia las paredes del vaso, del líquido caliente (*fig.* 148) y un retorno descendente, a lo largo del eje, de las partes más frías que vienen a reemplazarlo.

Calor radiante. — Los cuerpos calientes emiten en el espacio rayos, llamados *caloríficos,* que sólo difieren de los luminosos, a los que acompañan, por la mayor longitud de onda que tienen. No es necesario que el cuerpo caliente alcance una temperatura muy elevada para que exista esta radiación. Un balón lleno de agua hirviendo emite radiaciones que pueden estudiarse como se hace con las de la luz. No obstante, las propiedades de los rayos caloríficos son diferentes de las radiaciones de longitud de onda más pequeña.

En el estudio del espectro solar se distinguen tres partes : los *rayos ultravioleta*, cuyas longitudes de onda son las más cortas; los *rayos luminosos*, que componen toda la parte visible del espectro; y los *rayos infrarrojos* o *caloríficos*, que son los que tienen longitudes de onda mayores.

Las fuentes luminosas emiten casi todas una radiación oscura en el campo de las longitudes de onda menores y mayores que las de los rayos luminosos. Las diversas partes de estas radiaciones no están rigurosamente limitadas, es decir, que el comienzo del espectro luminoso no corresponde al final del espectro calorífico. En realidad, no existen rayos puramente caloríficos, sino sólo longitudes de onda de rayos que no impresionan de manera apreciable el ojo que los recibe.

Para estudiar esta radiación, se sustituye el ojo, como instrumento de detección, por una pila termoeléctrica sensible, unida a un galvanómetro. Cuando se desplaza esta última en un espectro, se comprueba que los rayos infrarrojos producen desviaciones en el galvanómetro.

La radiación calorífica, como las demás, es absorbida en mayor o menor cantidad por todas las sustancias que atraviesa, pero las propiedades de absorción de cada uno de los cuerpos dependen de la longitud de onda de la radiación.

Los cuerpos que, como el vidrio, son transparentes a la luz absorben los rayos caloríficos y se denominan *atérmanos;* el cloruro de sodio, en cambio, es *diatérmano,* es decir, transparente no sólo a los rayos luminosos, sino a los de mayores longitudes de onda.

La emisión de la radiación de los cuerpos calientes representa para éstos una pérdida de energía y produce, por tanto, una disminución de la temperatura de los mismos. Este descenso depende, por una parte, de la temperatura y de la superficie de emisión y, por otra, de un coeficiente característico de la naturaleza de esta superficie, llamado *poder emisivo.* El poder emisivo más elevado es el de los cuerpos negros y se toma como unidad. El de las superficies brillantes y reflectoras es muy reducido.

Cuando una superficie recibe una radiación, aquélla se calienta hasta un grado que depende de la cantidad de calor aportada por la radiación y de su propio estado, es decir, del poder absorbente de la misma. Si ésta es reflectora, la radiación sólo se absorbe parcialmente, pero, si el cuerpo es negro, es absorbida en su totalidad. El valor de los poderes absorbentes varía mucho con la naturaleza de la radiación.

18. — Cambios de estado

Los diferentes estados. Fusión y solidificación. Sobrefusión. Puntos de fusión y presión. Calor latente de fusión. Vaporización. Ebullición. Ley de la ebullición. Calor latente de vaporización. Condensación de los vapores : *Destilación.* Sublimación. Punto triple. Punto crítico. Continuidad de los estados líquido y gaseoso. Estados correspondientes. Licuefacción de los gases.

Los diferentes estados. — Al variar la temperatura o la presión, todos los cuerpos sufren modificaciones internas denominadas *cambios de estado*. Los principales estados son el *sólido*, el *líquido* y el *gaseoso*. Estos cambios son los más aparentes, pero no los únicos.

En el estado sólido debe distinguirse el *amorfo* y el *cristalino*. Los cuerpos pueden adoptar, en condiciones generales de presión y de temperatura y según el proceso seguido en el modo de transformación, ya sea diversas formas cristalinas, ya sea un estado amorfo, en el cual las partículas que los componen carecen de orientación fija unas respecto a otras. El estado amorfo se asemeja al líquido o al gaseoso, puesto que en éstos las moléculas tienen la posibilidad de moverse mucho más libremente que en el estado sólido y no puede subsistir ningún tipo de orden geométrico.

Todos estos cambios se manifiestan exteriormente, no sólo por los caracteres propios de cada uno de los estados, sino también por el desprendimiento o absorción de calor que se produce durante todo el proceso desde el principio del cambio de estado.

Las cantidades de calor ganadas o perdidas por el cuerpo en estas transformaciones se denominan *calores latentes*, porque pasan inadvertidas en los cuerpos y sólo aparecen durante los cambios. Se conocen principalmente los calores latentes de *fusión* o de *solidificación* y los de *vaporización* o de *licuefacción*. Los valores de los mismos suelen ser elevados y desempeñan un papel importante en las aplicaciones del calor y del frío, porque con pequeñas variaciones de temperatura se dispone de grandes cantidades de calor.

En general, los cambios de estado, que se producen a medida que aumenta la temperatura a presión constante o que disminuye la presión a temperatura constante, van acompañados por un aumento de volumen. Los mismos estados sucesivos, pero obtenidos en orden inverso, dan las mismas variaciones de volumen, pero contrarias, es decir, un aumento de densidad.

Existen, no obstante, algunas excepciones a esta regla general, siendo la más importante la del agua, ya indicada. Es lógico pensar que esta variación anormal de volumen no se debe a la propia fusión, sino a una transformación alotrópica que se produce progresivamente en el agua líquida, comenzando antes de su solidificación y superponiéndose al fenómeno de congelación.

Fusión y solidificación. — La fusión de un cuerpo puro cristalizado o la solidificación del mismo en estado líquido, a una presión determinada, comienza a una temperatura fija denominada *temperatura de fusión*, que se mantiene constante hasta el cambio total de estado.

La temperatura de fusión de los cuerpos puros, a una presión fija, es una de las constantes específicas de la materia, que permite determinar la naturaleza y las características de aquéllos. En la columna siguiente se indican los valores de la temperatura de fusión, t_f, para algunos cuerpos.

Mercurio	– 39 °C
Agua	0 °C
Fósforo blanco	+ 43 °C
Azufre	113 °C
Estaño	232 °C
Plomo	327 °C
Cinc	419 °C
Plata	960 °C
Oro	1 063 °C
Platino	1 755 °C

Se observa que la temperatura permanece constante durante toda la fusión o la solidificación al trazar la curva de las temperaturas en función del volumen del cuerpo.

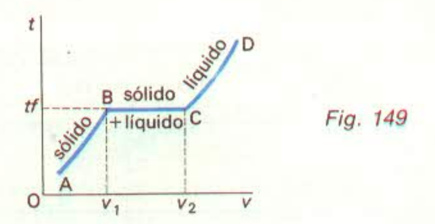


Fig. 149

Partiendo del volumen v (*fig.* 149) de un cuerpo sólido a una temperatura inicial t, se eleva progresivamente dicha temperatura y se ve que el volumen aumenta regularmente según una curva ascendente AB hasta un valor t_f, que corresponde a la temperatura de fusión e indica el comienzo de este fenómeno. La temperatura permanece entonces constante, mientras que el volumen crece hasta el punto C, en que toda la sustancia se encuentra fundida. Por encima de C, toda la masa es líquida y la curva sube de C a D al aumentar la temperatura al mismo tiempo que el volumen. Pueden distinguirse, por consiguiente, tres fases diferentes en la transformación : la primera se halla representada por la curva AB, que corresponde a la fase sólida del cuerpo; la segunda por la recta BC, que corresponde a la sustancia parcialmente sólida y en parte fundida, con un aumento de la parte líquida de B a C; y la tercera por la curva CD, que corresponde a la fase en que la materia se encuentra completamente líquida.

Para que la sustancia empleada en la experiencia aumente constantemente de volumen entre A y D, es necesario que el calentamiento sea continuo porque la fusión absorbe cierta cantidad de calor.

La fusión de un cuerpo va siempre acompañada por una variación de volumen, que consiste generalmente en un aumento, por ser la densidad del estado líquido inferior a la del sólido.

Existen varias excepciones a esta regla, como la del agua, ya indicada al examinar las dilataciones y que es muy importante por tratarse de uno de los cuerpos más abundantes. La curva de la temperatura y volumen del agua presenta, en efecto, una forma diferente de la

anterior (*fig.* 150). Si se parte del hielo a una temperatura inferior a 0 °C y se calienta de manera constante, se observa al principio una dilatación del hielo de A a B y, después, el comienzo de la fusión, que continúa hasta C, a temperatura constante (0 °C), al mismo tiempo que el cuerpo se contrae. En el punto C, la totalidad del agua es líquida y luego el volumen líquido empieza a disminuir un poco, aunque aumenta su temperatura, creciendo después gradualmente hasta D. En el punto M el volumen llega al mínimo (4 °C).

Todo lo dicho sobre la fusión de los cuerpos puros se aplica, en sentido inverso, a la solidificación de los líquidos por enfriamiento. Las curvas temperatura-volumen son las mismas, ya se trate de las que pasan de las temperaturas elevadas a las más bajas o de las que van en sentido contrario. Durante la solidificación, la curva se convierte en recta, como en el caso de la fusión, porque la temperatura permanece constante y se desprende calor.

Hasta ahora sólo se ha hablado de los fenómenos que ocurren durante la fusión y la solidificación de los cuerpos puros, pero, si la materia considerada es una mezcla, la curva de fusión es distinta. La temperatura deja de ser constante durante la fusión y tiene un valor que aumenta entonces con más lentitud. El principio y el final de la fusión dependen de la composición de la mezcla. En la curva sólo se observa, en el momento de la fusión, una deformación que permanece durante una variación mayor o menor de volumen, pero con una alteración concomitante de la temperatura, aunque este cambio sea menos rápido que antes y después de que se produzca la transformación. A veces aparecen varias deformaciones de este tipo que deben corresponder a la fusión sucesiva de los cuerpos que constituyen la mezcla.

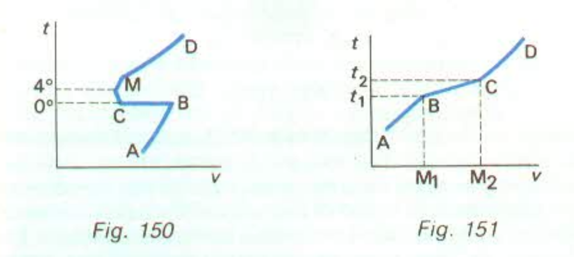


Fig. 150

Fig. 151

En algunas sustancias vítreas o en todo caso amorfas existen, por un motivo sin duda análogo, diferencias considerables de temperatura entre el principio y el final de la fusión. No se puede decir exactamente, en realidad, cuando comienza y acaba la misma, tanto a causa de las continuas modificaciones que sufre la materia como por no observarse en este caso que la materia sea una mezcla de sólido y líquido. La totalidad del cuerpo conserva su homogeneidad, al menos aparente, mientras dura toda la serie progresiva de transformaciones. Este fenómeno se denomina *fusión pastosa* y se produce, en particular, con el vidrio y con sustancias capaces de dar en estado sólido materias vítreas.

La curva de la figura 151 representa la variación de la temperatura en función del volumen de estas sustancias. La fusión sólo se manifiesta por una inclinación menos pronunciada de la curva entre B y C, puntos que no están determinados con precisión. Entre B y C, que corresponden a los volúmenes M_1 y M_2, la sustancia entera empieza a volverse fluida, y este fenómeno va aumentando de M_1 a M_2, punto a partir del cual la fluidez es suficiente para que la sustancia pueda considerarse líquida.

La fase comprendida entre M_1 y M_2, que no es sólida ni líquida, sino intermedia, se denomina a veces *fase plástica* y es muy útil en la industria porque en este estado se puede soplar o moldear el vidrio. Por este motivo se buscan, para la preparación de los vidrios, las mezclas con un gran intervalo de fusión, es decir, una gran diferencia de temperatura entre el principio y el final del proceso.

Sobrefusión. — El fenómeno de la solidificación de los cuerpos, que equivale de hecho a una cristalización, no se produce siempre a una temperatura determinada de modo tan preciso como en el caso de la fusión. Unos cuerpos, bastante numerosos, permanecen en estado líquido durante mucho tiempo o a temperaturas que con frecuencia son bastante inferiores a su punto de fusión. Reciben el nombre de cuerpos *sobrefundidos*. El agua, el azufre, el fósforo y otros muchos ofrecen esta particularidad. La glicerina es uno de los ejemplos más destacados, ya que se conoce casi únicamente en estado líquido, incluso durante los fríos intensos, y tiene un punto de fusión próximo a los 20 °C sobre cero. El estado de sobrefusión es normal en este cuerpo, el cual puede obtenerse sólido sólo si se somete a una temperatura muy baja, o, mejor aún, iniciando su cristalización mediante la introducción en su masa de un cristal de glicerina sólida. Esta última se conserva fácilmente en un lugar fresco cuya temperatura no debe superar nunca los 16 °C.

La sobrefusión es, por consiguiente, la propiedad que tienen los cuerpos de mantenerse en estado líquido, aunque su temperatura sea inferior a la temperatura de fusión de la sustancia sólida. No obstante, los cuerpos pueden adquirir, en este estado, una viscosidad muy grande y se dice algunas veces de las sustancias vítreas que están en *sobrefusión*, porque pasan progresivamente del estado líquido a un estado que sólo es aparentemente sólido. No se observa, en efecto, punto de solidificación caracterizado y no existe cristalización durante la transformación.

Puntos de fusión y presión. — En lo señalado anteriormente sobre la fusión y la solidificación se admitió que la presión a la que estaba sometido el cuerpo era la presión atmosférica normal de 76 cm de mercurio. Cuando ésta es diferente, las leyes expresadas siguen siendo válidas, pero el punto de fusión de cada cuerpo varía en función de la presión.

Si el cuerpo considerado se comporta normalmente, es decir, si se dilata cuando se funde, el aumento de la presión eleva el punto de fusión. En los pocos casos en que la fusión se produce con disminución del volumen, el aumento de la presión reduce la temperatura de fusión del cuerpo.

El siguiente cuadro da algunos valores del punto de fusión de diversos cuerpos a presiones diferentes.

PRESIONES	PUNTOS DE FUSIÓN			
	BLANCO DE BALLENA	CERA	ESTEARINA	AZUFRE
1 atm	51 °C	64,5 °C	72,5 °C	107 °C
519 atm	60 °C	74,6 °C	73,6 °C	135,2 °C
792 atm	80,2 °C	80,2 °C	79,2 °C	140,5 °C

Estos valores muestran que son necesarias grandes presiones para que el punto de fusión varíe sólo algunos grados. De ello resulta que las variaciones barométricas, cuando se opera a la presión atmosférica, no influyen sobre la medida, ya que el aumento o disminución de temperatura, que se podría obtener con la mayor variación conocida de la presión atmosférica, es inferior a los errores inherentes al experimento efectuado.

En el caso del hielo que, como es sabido, se contrae durante la fusión, la presión hace que el punto de fusión descienda por debajo de 0 °C.

El empleo de las ultrapresiones, que llegan hasta 20 000 atmósferas, ha permitido al norteamericano Bridgman descubrir diversas variedades de hielos nuevos, entre las cuales algunas, más densas que el agua líquida, tienen, a una presión suficiente, puntos de fusión superiores a 0 °C.

Esta propiedad que tiene el agua en estado sólido, incluso a muy baja temperatura, de fundirse bajo una presión suficiente produce en los glaciares efectos que no podrían explicarse sin este comportamiento particular del hielo. Así se comprende, por ejemplo, que la nieve muy fría que cae en la superficie se transforme en hielo a partir del momento en que su espesor basta para comprimir las capas inferiores. En ese momento, en efecto, se forma agua que se sustrae a la presión al penetrar en los espacios vacíos y que se hiela de nuevo al llenar estos espacios. Debe atribuirse a esta misma causa lo que se conoce como deslizamiento de los glaciares, observado muy frecuentemente en los países montañosos. En realidad, no existe verdadero deslizamiento, sino fusión del hielo en la parte inferior, a causa de la presión soportada, y nueva congelación del agua que ha fluido hacia las partes más bajas. El glaciar parece descender hacia el valle, aunque no se produzca ningún deslizamiento propiamente dicho.

Los resultados anteriores se reflejan en el trazado de las curvas de fusión, que dan, en función de la temperatura de fusión, la presión a la cual este proceso se efectúa y que son generalmente crecientes, excepto para

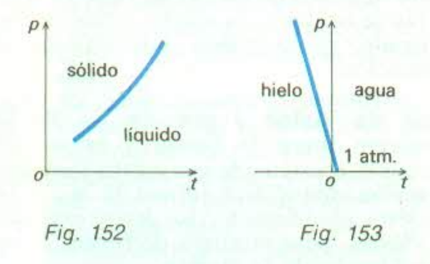


Fig. 152 *Fig. 153*

el agua, en cuyo caso la pendiente es negativa (*fig.* 152 y 153). La curva de fusión divide el plano de las temperaturas y presiones en dos partes. Una, situada a la derecha de la curva, corresponde, para una presión dada, a una temperatura superior al punto de fusión y sus diferentes puntos representan el estado líquido. En cambio, la que está a la izquierda es relativa al sólido.

Calor latente de fusión. — Se denomina *calor latente de fusión* la cantidad de calor que se debe proporcionar a la unidad de masa de la sustancia considerada para que ésta pase, a temperatura constante, del estado sólido al estado líquido.

Se determina por medio del calorímetro durante el período de solidificación. Para ello se toma una masa dada m del cuerpo, que se pone a una temperatura T, superior a la de fusión θ, y se vierte en estado líquido en el calorímetro, cuya temperatura inicial t aumenta hasta alcanzar el valor t'. Habiendo determinado previamente el valor en agua del calorímetro M, así como el de los calores específicos del cuerpo en el estado sólido c_1 y en el estado líquido c_2, podrá escribirse la ecuación siguiente, donde L es el calor latente de solidificación que hay que calcular :

$$mc_2(\mathrm{T} - \theta) + m\mathrm{L} + mc_1(\theta - t') = \mathrm{M}(t' - t)$$

de la cual se deduce L.

Cuando la temperatura θ de fusión del cuerpo es inferior a la temperatura media del calorímetro, es decir, a la del laboratorio, se procede por fusión de la materia, que se solidifica previamente y se sumerge en estado sólido en el calorímetro donde se funde. El cálculo se efectúa de la misma forma, teniendo en cuenta el signo de los cambios de calor.

El siguiente cuadro indica el calor latente de fusión, expresado en pequeñas calorías por gramo, para algunos cuerpos :

Agua	80	Estaño	15
Fósforo	5	Bismuto	13
Azufre	10	Plomo	5,4
Nitrato de sodio	63	Cinc	28
Cloruro de calcio	41	Plata	21
Fosfato de sodio	67	Mercurio	2,7

Vaporización. — La *vaporización*, paso de un cuerpo puro del estado líquido al gaseoso, es un fenómeno más complejo que la fusión. Puede efectuarse sólo por la superficie libre del líquido de manera irreversible *(evaporación)*, o por toda la masa del líquido, que se encuentra entonces en equilibrio con el vapor *(ebullición)*.

Para determinar las leyes generales que lo rigen se estudia primero este fenómeno en el vacío. En un

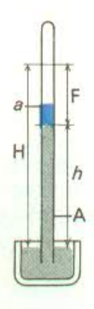


Fig. 154

barómetro de mercurio A (*fig.* 154), cuya columna tiene una altura H, se introduce, por la parte inferior del tubo y mediante una pipeta curva, una cantidad muy pequeña de un líquido volátil, como el éter. Cuando la gota alcanza la cámara barométrica, desaparece inmediatamente y en la columna de mercurio se registra un descenso brusco. Varias gotas seguidas provocan el mismo fenómeno, pero, si se introduce una cantidad demasiado grande de líquido, el excedente deja de vaporizarse al llegar a la cámara y forma una capa líquida a en la superficie del mercurio. El espacio aparece en cierta manera « saturado » de vapor, y este último se denomina *vapor saturante.*

La diferencia de nivel $\mathrm{F} = \mathrm{H} - h$ del mercurio representa entonces la presión del vapor que se encuentra en equilibrio con un exceso del líquido a una temperatura determinada y se llama *presión* o *tensión máxima*, porque corresponde al valor más elevado que puede tener la presión del vapor a la temperatura considerada.

Si, al levantar o inclinar más o menos el tubo, se aumenta el volumen ofrecido al vapor, una parte del líquido en exceso se vaporiza. El vapor sigue siendo saturante mientras exista líquido en contacto con él y su presión conserva el mismo valor. Si se aumenta el volumen de tal manera que la *vaporización* sea total, las propiedades del vapor, denominado entonces *vapor seco* o no saturante, se modifican. La presión entonces disminuye al aumentar el volumen y el vapor se comporta como un gas, siguiendo, aunque de modo imperfecto, las leyes de Boyle-Mariotte y de Gay-Lussac.

Cuando, en vez de operar en el vacío, se utiliza un barómetro con una cámara que contiene aire u otro gas y

un exceso de líquido vaporizable, se observa que la vaporización no es instantánea, sino lenta. No obstante, la cantidad de líquido que pasa, por unidad del volumen gaseoso, al estado de vapor es la misma, a cada temperatura, que si el volumen estuviera vacío de aire. El vapor está, por consiguiente, a la presión del vapor saturante, cualquiera que sea la presión de la atmósfera situada encima del líquido. La presión total de la mezcla de gas y vapor es igual a la suma de las presiones de cada uno de los cuerpos (ley de Dalton).

Lo anteriormente dicho puede comprobarse por un método directo que consiste en utilizar un frasco A con

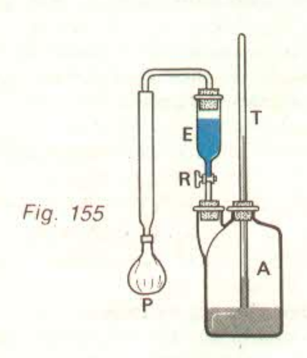


Fig. 155

dos bocas (*fig.* 155), por una de las cuales pasa un tubo vertical abierto en sus dos extremos y sumergido en el mercurio situado en el fondo del frasco que sirve de manómetro. En la otra boca penetra la parte inferior de un embudo E, con una llave de paso R, que contiene cierta cantidad de líquido vaporizable. Una pera de goma P permite, al abrirse la llave de paso R, que el líquido descienda a la superficie del mercurio. Se observa entonces que, desde que empieza a añadirse el líquido volátil, la presión en el frasco va aumentando hasta el momento en que la totalidad del líquido ya no se vaporiza, sino que se deposita en parte en la superficie del mercurio. A partir de este punto, la presión permanece constante, cualquiera que sea la cantidad añadida, y es igual a la que se había registrado en el vacío para el mismo líquido y a idéntica temperatura.

De estas observaciones se deduce que la presión máxima de vapor de un líquido no depende de la presión de la atmósfera que se ejerce en su superficie ni del volumen que se le ofrece, sino únicamente de su temperatura.

Los experimentos muy precisos de Regnault confirmaron esta conclusión en el caso del agua colocada en el vacío, en el aire o en nitrógeno. Las tensiones fueron siempre algo menores en los gases que en el vacío, pero este resultado se atribuyó a una causa secundaria y las diferencias obtenidas fueron poco importantes.

La velocidad a la que se produce la vaporización del líquido para alcanzar la presión de equilibrio del vapor y del líquido es, en cambio, tanto mayor cuanto menor es la presión del aire. En el vacío, todo el vapor producido en la superficie del líquido se dispersa en todo el volumen a causa de la presión, pero, a la presión atmosférica, el exceso de presión aportado por el vapor es relativamente muy bajo y el vapor saturante persiste cierto tiempo en contacto con el líquido, retrasando la evaporación del mismo. Además del tiempo necesario para la propia evaporación, hay que tener en cuenta, por consiguiente, el que toma el vapor formado para difundirse en la masa de aire hasta que se consiga una concentración uniforme.

Al medir la presión máxima de vapor de un líquido a diferentes temperaturas, se puede trazar un diagrama en

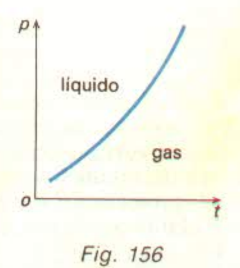


Fig. 156

el cual el estado de equilibrio de las dos fases, líquido y vapor saturante, se representa por una curva llamada *curva de vaporización*. Ésta es siempre creciente, ya que la presión máxima aumenta con la temperatura (*fig.* 156), y está limitada, en la parte superior, por el punto crítico, y, en la inferior, por el punto triple. Como la curva de fusión, divide el plano en dos partes : una, situada debajo, que corresponde al estado gaseoso (vapor seco), y otra, por encima, relativa al estado líquido.

En ausencia de polvo, un vapor puede eventualmente alcanzar, a una temperatura determinada, una presión superior a su presión máxima sin condensarse. Se califica, en este caso, de ***sobresaturante*** y se encuentra en falso equilibrio, condensándose en forma de niebla cuando se introducen en él pequeñas partículas sólidas o líquidas, sobre todo si éstas están electrizadas.

Ebullición. — La tensión de vapor saturante de los líquidos crece con la temperatura, como se puede comprobar en el cuadro que figura a continuación :

TEMPERATURA	TENSIONES DE VAPORES EN MM DE MERCURIO				
	ALCOHOL	ÉTER	SULFURO DE CARBONO	CLOROFORMO	AGUA
0 °C	12,7	184	128	—	4,6
20 °C	44,5	433	298	160	17,4
50 °C	220	1 265	857	535	92,0
65 °C	437	1 999	1 348	890	187
80 °C	813	3 023	2 032	1 408	535
100 °C	1 697	4 953	3 325	2 428	760

Se observa que, para cada cuerpo, existe una temperatura más allá de la cual la tensión del vapor llega a ser superior a la presión atmosférica normal de 760 milímetros de mercurio. Si se calienta a esta temperatura un líquido colocado en un vaso sometido a la presión atmosférica, el líquido emite vapores de forma continua. Como la presión permanece constante y el vapor del líquido se difunde en un volumen infinito de aire, no se puede alcanzar el equilibrio con la tensión del vapor. La temperatura a la que se produce este efecto se denomina *punto de ebullición*.

El punto de ebullición a una presión dada es característico de los cuerpos puros y forma parte de las constantes específicas más empleadas para caracterizar las diversas sustancias, como el punto de fusión, la densidad o la forma cristalográfica.

Ley de la ebullición. — A una presión determinada, todo cuerpo puro entra en ebullición a una temperatura fija que se mantiene constante durante todo el proceso. La temperatura de ebullición tiene un valor tal, que, a dicha temperatura, la presión de vapor saturante del líquido es igual a la presión de la atmósfera situada por encima del líquido.

La ebullición se manifiesta por la formación de burbujas de vapor. Éstas se originan al contacto de la parte directamente calentada del recipiente, ascienden en el líquido, donde se condensan lentamente si las capas superiores de éste no han alcanzado la temperatura de ebullición, y salen a la superficie cuando todo el líquido llega a la temperatura de ebullición.

El mecanismo de formación de las primeras burbujas exige la presencia en el líquido de gas, pegado a un punto de las paredes del recipiente o disuelto, que se desprenderá al calentarlo. Una sola burbuja es suficiente para que se inicie la ebullición de la manera siguiente. Supongamos que la burbuja de aire saturado de vapor del líquido tenga un volumen v, a una temperatura t y una presión H. Como la tensión máxima del vapor del líquido a t °C es F, la tensión propia del aire en la burbuja es (H − F); a la temperatura t', esta presión será (H − F′) y, según las leyes de Boyle-Mariotte y Gay-Lussac, se tendrá

$$\frac{v(\mathrm{H}-\mathrm{F})}{1+\alpha t}=\frac{v'(\mathrm{H}-\mathrm{F}')}{1+\alpha t'}$$

de donde

$$v'=v\,\frac{1+\alpha t'}{1+\alpha t}\cdot\frac{\mathrm{H}-\mathrm{F}}{\mathrm{H}-\mathrm{F}'}$$

Pero, si el término (H − F′) de esta expresión es nulo, se tendrá $v'=\infty$. Esto es precisamente lo que ocurre cuando la temperatura t' es igual a la de ebullición del líquido, puesto que a este valor la tensión de vapor del líquido F′ es igual a la presión atmosférica H. En ese momento las burbujas pequeñas aumentan indefinidamente de volumen y se escapan del líquido.

La formación de las primeras burbujas, que requiere la existencia de un gas en el líquido, es la causa de un fenómeno frecuentemente observado cuando se procede a la ebullición de un cuerpo muy puro en el cual los gases son insolubles o han sido previamente expulsados. Hay entonces sobrecalentamiento del líquido a una temperatura superior a la del punto de ebullición y, si ésta comienza de una manera fortuita, se forma bruscamente una gran cantidad de vapor que puede ser peligrosa para los aparatos utilizados. Este fenómeno se denomina ***ebullición retrasada***.

Se evita este inconveniente empleando un aparato denominado *campana de Gernez*, compuesto simple-

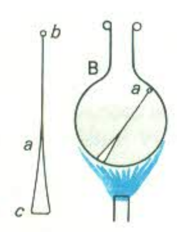


Fig. 157

mente de un tubo de vidrio *a* (*fig.* 157), estrecho y cerrado en la parte superior *b*, mientras que la base *c* presenta un ensanchamiento en forma de campana que sirve de depósito para el gas o el vapor. Colocando esta campana en un balón B, que contiene el líquido que hay que calentar, se observa que la ebullición comienza en el punto en que la varilla *a* está en contacto con el líquido, evitando así una ebullición turbulenta.

Se obtiene un resultado análogo añadiendo una cantidad pequeña de arena o un cuerpo poroso al líquido, lo que implica la presencia de un poco de aire en él.

Cuando se calienta un líquido en un vaso cerrado y en presencia de una atmósfera gaseosa, la ebullición no es posible a temperatura alguna si ésta es uniforme. En efecto, la presión total de la atmósfera gaseosa, que equivale a la suma H + F de la presión parcial del gas y de la presión máxima de vapor, no puede ser igual únicamente a F, condición necesaria para la ebullición. En este principio se fundan las autoclaves, en las cuales se consigue que el agua líquida alcance temperaturas superiores a 100 °C, siempre que las presiones en el interior sean superiores a la presión atmosférica. Estos aparatos sirven especialmente para la esterilización de los objetos contaminados y de las conservas alimenticias.

Se indican a continuación los valores de las temperaturas de ebullición de algunos cuerpos a la presión normal de 76 centímetros de mercurio.

Amoniaco	− 3,5 °C	Benceno	+ 80 °C
Éter	+ 35 °C	Agua	100 °C
Sulfuro de carbono	46 °C	Mercurio	357 °C
Cloroformo	61 °C	Azufre	445 °C
Alcohol	78 °C	Cinc	918 °C

Calor latente de vaporización. — Hemos visto que durante la ebullición de un cuerpo puro la temperatura permanece constante, aunque continúe produciéndose calor. Se denomina *calor latente de vaporización* la cantidad de calor que hay que proporcionar a la unidad de masa de la sustancia para que ésta pase del estado líquido al de vapor saturante a una misma temperatura, y, por consiguiente, a una presión constante.

Para medir esta magnitud por el método de las mezclas, se hace hervir el líquido y se envía el vapor saturante a un calorímetro de agua. Si se supone que el cuerpo está líquido a la temperatura ordinaria, el vapor saturante se condensa en el calorímetro a su temperatura de ebullición θ y proporciona de esta manera una primera cantidad de calor mL, si m es la masa y L el calor latente de vaporización a la temperatura θ. Después, convertido en líquido, el cuerpo se enfría pasando de la temperatura θ a la temperatura final t' del calorímetro y desprende una nueva cantidad de calor $mc(\theta - t')$, siendo c el calor específico de aquél en estado líquido. Basta expresar que esta cantidad de calor total es igual a la que ha recibido el calorímetro, es decir, a $(\mathrm{M}+\mathrm{M}')(t'-t)$. Se obtiene, por tanto, la ecuación

$$m\mathrm{L}+mc(\theta-t')=(\mathrm{M}+\mathrm{M}')(t'-t)$$

que permite calcular el calor latente L.

En el cuadro que figura a continuación se indican los calores latentes de ebullición de algunas sustancias a la presión de una atmósfera.

Agua	540	Cinc	400
Amoniaco	259	Antimonio	320
Alcohol	208	Plata	517
Benceno	92	Cadmio	200
Éter sulfúrico	90	Plomo	175
Sulfuro de carbono	84	Mercurio	68
Cloroformo	61	Hidrógeno	114

Los calores de vaporización expresados en este cuadro se refieren a la ebullición, a presión atmosférica normal, es decir, a la temperatura normal de ebullición del cuerpo. Sin embargo, la ebullición puede hacerse en un vacío más o menos absoluto, o a una presión más o menos fuerte, y en estas condiciones se sabe que la temperatura

de ebullición será tanto más alta cuanto mayor sea la presión. En cambio, el calor de vaporización disminuye cuando aumentan la temperatura y la presión y llega a ser nulo a la temperatura crítica.

Como la ebullición de un líquido se inicia a una temperatura determinada, cuando la presión es igual a la tensión del vapor, existe para cada cuerpo una presión límite por debajo de la cual el líquido puede entrar en ebullición, incluso a baja temperatura. El agua, por ejemplo, tiene a la temperatura de 15^0 una presión de vapor de 12,8 mm de mercurio. Si se somete la superficie de la misma a una presión inferior a este valor, se produce una vaporización que tiende a restablecer aquella presión. No obstante, si la bomba que produce el vacío continúa funcionando, la presión permanece a 12,8 mm y la evaporación se traduce por una ebullición ordinaria sin necesidad de calentar el agua. Como el calor de la vaporización ya no lo proporciona una fuente exterior, se produce un enfriamiento del líquido e incluso congelación si se prolonga la operación durante mucho tiempo. Estos fenómenos pueden utilizarse en la producción de frío.

Condensación de los vapores. — *Destilación.* — Cuando el vapor saturante de un líquido se mantiene a una temperatura inferior a la que exige la saturación, se produce una *condensación* de líquido que continúa hasta que la totalidad del vapor, que se encuentra de nuevo en presencia del líquido producido por la condensación, vuelva a la tensión de vapor que el líquido posee a la nueva temperatura adquirida.

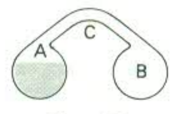


Fig. 158

Consideremos un sistema cerrado formado por dos esferas de vidrio A y B (*fig.* 158), unidas en la parte superior por un tubo C. La esfera A contiene agua y el conjunto se sumerge en un baño maría calentado a una temperatura T. Cualquiera que sea el valor de T, el vapor de agua que salga de la esfera A sólo será el necesario para saturar los volúmenes de B y C, y la evaporación del agua en A cesará a partir del momento en que la presión del vapor haya alcanzado en todo el espacio libre el valor que debe tener en T^0.

Si se saca entonces la esfera B del baño maría y se la sumerge en agua fría a la temperatura t, inferior a T, el vapor, que estaba a la presión p_1 correspondiente a T^0, disminuirá hasta el vapor p_2, correspondiente a t^0, y el agua se condensará en la esfera B. Pero, como las dos esferas A y B se han mantenido respectivamente a las temperaturas T y t, las presiones p_1 y p_2 serán también constantes, verificándose una corriente de vapor entre A y B, por la diferencia de presión $p_1 - p_2$, y el agua continuará condensándose en la esfera hasta que toda la contenida en A haya pasado a B.

Se dice que ha habido *destilación* del agua de A a B y se conoce el razonamiento anterior con el nombre de «principio de la pared fría» de Watt.

El fenómeno de la destilación, utilizado corrientemente para la purificación de los cuerpos en estado líquido, se aplica de la siguiente forma. Se coloca el líquido que hay que destilar en un balón de vidrio A (*fig.* 159) de cuello largo y cerrado por un tapón, a través del cual se hace pasar un termómetro T, con un tubo B que sale de la pared lateral. Este último penetra en un aparato denominado *refrigerante,* que consta de un tubo interior C rodeado de una doble protección D, por la que asciende de modo constante una corriente de agua fría. El balón A, apoyado en un soporte E y calentado por un mechero de gas F, tiene una temperatura que aumenta progresivamente, lo mismo que el líquido que contiene. Cuando la temperatura es bastante elevada, el líquido entra en ebullición, el vapor sale por el tubo B y se condensa en el tubo enfriado del refrigerante C. El producto condensado se recoge en V.

Sublimación. — La tensión máxima de vapor de los líquidos, que no es nula a la temperatura de congelación, conserva un valor medible incluso para los cuerpos en estado sólido. La tensión de vapor del hielo, por ejemplo, es de 4,6 mm de mercurio a 0 °C y sólo de 0,8 mm a −20 °C. Es evidente que, si en el dispositivo empleado para la evaporación de los líquidos de la figura 158 se lleva la parte A que contiene agua a la temperatura de −1 °C, a la cual la presión es de 4,2 mm de mercurio, y la parte B a −20 °C, habrá un flujo de vapor en el tubo C, que irá de A hacia B; la presión en B se hará superior a 0,8 mm y se

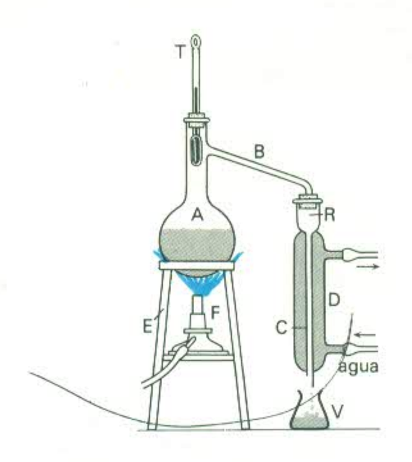


Fig. 159

condensará vapor que tomará inmediatamente el estado sólido, porque la temperatura es muy inferior a la de solidificación del agua. Habrá entonces destilación del hielo del punto menos frío al punto más frío. El paso directo del estado sólido al gaseoso se denomina *sublimación*.

Este fenómeno lo experimentan normalmente, a la presión atmosférica, el fósforo rojo, el anhídrido arsenioso y el anhídrido carbónico. Por un proceso inverso, al enfriar estos cuerpos tomados en estado gaseoso, se les transforma directamente en estado sólido. Durante esta operación existe equilibrio entre las dos fases y, a una presión dada, la temperatura de sublimación es fija para un cuerpo puro.

Esta temperatura de sublimación depende de la presión y el fenómeno puede representarse por una curva de coordenadas t y p, que da una de las magnitudes en función de la otra. Esta *curva de sublimación* indica también las variaciones de la presión de vapor saturante de un sólido en función de la temperatura.

La sublimación es también posible mediante una transformación irreversible análoga a la evaporación. Así, puede observarse cómo la nieve desaparece progresivamente del suelo, sin llegar a fundirse, a una temperatura que sea inferior a 0 °C.

El yodo, en particular, tiene el punto de fusión a 113 °C y el de ebullición a 184 °C. Pero, a la temperatura normal,

este cuerpo tiene una tensión de vapor suficiente para que, al estar colocado en un matraz cerrado, difunda por el aire el color violeta de su vapor. Además, si el matraz es bastante grande para que todos los puntos de su superficie no estén a la misma temperatura, se formarán cristales de yodo en las partes más frías. El mismo fenómeno se observará en los frascos de laboratorio que contengan dicho metaloide.

Todos los cuerpos sólidos, cuya presión de vapor a la temperatura normal es bastante elevada y varía muy rápidamente en función de la temperatura, pueden sublimarse y producir los mismos efectos que el yodo.

Punto triple. — Hemos visto que a cada uno de los cambios de estado físico corresponde, en función de las temperaturas y presiones, una curva que representa el equilibrio de un cuerpo puro en dos fases coexistentes. La curva de vaporización V y la de fusión F se encuentran en un punto T, en el que coexisten los tres estados físicos. Este punto, por el que también pasa la curva de sublimación S, se denomina *punto triple*. Por consiguiente, en un cuerpo puro los tres estados sólido, líquido y gaseoso sólo pueden coexistir a una presión y temperatura determinadas.

Estas curvas dividen el diagrama en tres partes, cada una de las cuales corresponde a un solo estado físico

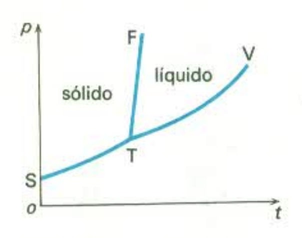


Fig. 160

(*fig.* 160). Se ve, en particular, que la parte relativa al estado líquido está completamente por encima del punto triple, de donde se deduce que dicho estado sólo puede obtenerse a una presión superior a la de este punto.

Se puede comprender, por consiguiente, cuáles son los fenómenos que se producen cuando se calienta un sólido a una presión constante, transformación que se representa en el diagrama por una recta horizontal. Si la presión es superior a la del punto triple, el cuerpo pasa en primer lugar al estado líquido por fusión, a la temperatura determinada por la intersección de la curva F, y luego el líquido entra en ebullición a una temperatura superior, cuando el punto que la representa atraviesa la curva V. Así sucede con el agua a la presión atmosférica, puesto que la presión de su punto triple equivale sólo a 4,6 mm de mercurio. El punto triple del anhídrido carbónico corresponde, en cambio, a una presión aproximada de cinco atmósferas. Si se deja nieve carbónica a la presión atmosférica, se sublima sin fundirse a la temperatura de $-79\,^0$C, por lo que se emplea este cuerpo, con el nombre de hielo seco, para la producción de frío. Pero el mismo cuerpo puede licuarse a una presión suficiente y se vende, comprimido en botellas de acero, en estado líquido.

Punto crítico. — La curva de vaporización se termina, como ya se indicó, en un punto llamado *punto crítico*. La coincidencia en las propiedades de los gases y vapores no saturados hizo pensar que todos los gases, de la misma forma que los vapores, debían condensarse pasando al estado líquido.

El físico Andrews, entre otros, realizó unos experimentos que sirvieron de base para la licuación de todos los gases. Con los datos así obtenidos es posible dibujar unas curvas que representan diferentes *isotermas*, es decir, curvas a temperatura constante. En el eje vertical (eje de ordenadas) aparecen las distintas presiones, mientras que en las abscisas se indica el volumen específico.

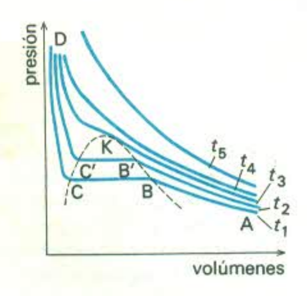


Fig. 161

A una temperatura bastante baja, cada curva isoterma adopta la forma ABCD (*fig.* 161), en la que se distinguen tres partes.

1.° La parte AB, que corresponde a las variaciones relativamente pequeñas de la presión para variaciones relativamente grandes del volumen, como ocurre en el estado gaseoso.

2.° La parte BC, que representa el período de licuefacción por una recta horizontal, durante cuyo recorrido el volumen varía sin que cambie la presión.

3.° La parte CD, en la que hay compresión del líquido que ocupa todo el volumen y que da una curva rápidamente ascendente.

Las isotermas trazadas a temperaturas más elevadas se distinguen de la primera por tener partes horizontales BC más cortas. Puede ocurrir, a cierta temperatura, que esta parte horizontal no exista y que el fenómeno de licuefacción deje de producirse. El punto K, que corresponde al máximo de la curva de los lugares geométricos de los puntos BB'... y CC'..., es el denominado *punto crítico* del cuerpo.

A temperaturas superiores a la de la isoterma que pasa por el punto crítico, las curvas de las temperaturas próximas presentan una pequeña deformación, que se va atenuando con temperaturas más elevadas hasta que la curva isoterma se aproxima a una hipérbola, como lo exige la ley de Boyle-Mariotte para los gases perfectos.

La curva de la figura 156 no continúa, por tanto, indefinidamente, sino que queda limitada, en un punto K, en cierto valor definido por una temperatura y una presión denominadas *temperatura* y *presión críticas*. En el cuadro siguiente se indican las constantes críticas referentes a algunos elementos y compuestos químicos.

CUERPOS	TEMPERATURA CRÍTICA	PRESIÓN CRÍTICA EN ATMÓSFERAS
Helio	-268^0	2,25
Hidrógeno	-240^0	12,8
Neón	-228^0	27
Nitrógeno	-147^0	34
Óxido de carbono	-139^0	35
Oxígeno	-119^0	50
Anhídrido carbónico	$+31^0$	73
Gas clorhídrico	52^0	83
Anhídrido sulfuroso	157^0	78
Éter	194^0	36
Ácido acético	321^0	54

A la temperatura y presión críticas hay que añadir el *volumen específico crítico,* proporcionado también por las curvas de Andrews, o la *masa específica crítica*, que es exactamente lo inverso.

Continuidad de los estados líquido y gaseoso. — Tomemos, como ejemplo, el caso del anhídrido carbónico, que es uno de los gases que mejor se prestan para estos experimentos. Consideremos la isoterma de

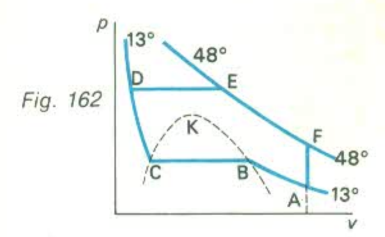


Fig. 162

13 °C (*fig.* 162), que forma una recta BC durante la licuación, y la de 48°, que, al pasar por encima del punto crítico K, es forzosamente una curva continua. Si nos colocamos a la temperatura de 13° y aumentamos la presión del gas, recorreremos la parte AB de la isoterma y, si continuamos reduciendo el volumen, observaremos una licuación del gas cada vez mayor hasta el punto C, en que se habrá completado. Entre C y D sólo habrá una variación pequeña del volumen al aumentar la presión, porque los líquidos son poco compresibles.

Se parte entonces de una fase gaseosa única y se observa simultáneamente la existencia de una fase líquida y de una fase gaseosa hasta C. Después de este punto sólo queda la fase líquida. Se ha comprobado, por consiguiente, la discontinuidad del cambio de estado, lo cual puede hacerse en sentido inverso si se aumenta el volumen conservando la misma temperatura de 13 °C.

No obstante, si al llegar al punto D se eleva la temperatura hasta 48 °C, manteniendo la presión constante, se recorrerá la recta DE; después, aumentando el volumen a 48 °C, se seguirá la parte EF de la isoterma y, por último, reduciendo la temperatura de 48° a su valor inicial de 13 °C, a volumen constante, volveremos a encontrar el punto A que representa el origen del ciclo.

En la segunda parte de este ciclo se empieza en el punto D, en que el anhídrido carbónico es líquido, ya que se ha licuado entre B y C, y se llega al punto A, en el cual este cuerpo es, con toda evidencia, gaseoso, sin que se haya observado indicio alguno de vaporización. La masa carbónica fluida ha variado de volumen, de temperatura y de presión, pero ha conservado constantemente su homogeneidad y no ha habido, al parecer, vaporización.

Esto obedece a que el paso de líquido a gas ha sido gradual en toda la masa del anhídrido carbónico y a que, en estado gaseoso o líquido, el cuerpo sólo ha cambiado de volumen, densidad, índice de refracción, viscosidad, etc., pero siempre de una manera continua. Esto es lo que se denomina *continuidad* de los estados líquido y gaseoso.

La existencia simultánea de estas dos fases en contacto mutuo tiene lugar únicamente en las condiciones de temperatura, presión y volumen del interior de la curva CKB, en la cual puede producirse una discontinuidad. Para los demás puntos, situados en el exterior de esta curva, no puede precisarse si el cuerpo es líquido o gaseoso, porque ambos estados no se diferencian entre sí más que por sus propiedades físicas relativas, como la densidad, que hace que se separen en dos capas distintas cuando coexisten en un espacio cerrado.

Estados correspondientes. — Los haces de isotermas que constituyen las curvas de Andrews se han constituido a partir de los datos experimentales de un gran número de fluidos. Tienen la misma forma para todos los cuerpos y sólo difieren entre sí por la posición del punto crítico y por la escala de abscisas y ordenadas de las curvas.

Los sistemas de curvas, que varían con cada uno de los cuerpos puros, pueden compararse si se consideran como comunes sus puntos críticos. En efecto, los valores críticos dados anteriormente muestran que cada cuerpo está caracterizado por valores de la presión crítica p_c y de la temperatura crítica t_c. Si, para un cuerpo cualquiera, el valor de la temperatura permanece superior a t_c, el cuerpo se encontrará en estado gaseoso independientemente de las transformaciones que sufran su volumen o su presión. Por consiguiente, se conseguirá una primera comparación entre los sistemas de curvas escogiendo la temperatura crítica como unidad y expresando todas las temperaturas absolutas T por el cociente $\frac{T}{T_c}$, en donde T_c se considera como unidad de temperatura, que es completamente diferente según los cuerpos considerados.

Si se hace lo mismo para las presiones y los volúmenes específicos, se tendrá

$$\theta = \frac{T}{T_c}, \quad \pi = \frac{p}{p_c}, \quad \varphi = \frac{v}{v_c}$$

Ahora bien, los haces de isotermas construidos con estas nuevas unidades son tales que todos los cuerpos se conducen de la misma manera en sus cambios de volumen, bajo la influencia de la temperatura y de la presión, cuando se les considera a temperaturas θ y a presiones π expresadas de esta forma. Los estados sucesivos que estos cuerpos pueden adoptar se corresponden cuando los valores de las presiones, de las temperaturas y de los volúmenes se expresan tomando como unidad, en cada caso, el valor crítico propio de cada cuerpo. Todos los fluidos tienen entonces un haz común de isotermas.

El anhídrido carbónico, por ejemplo, tiene una temperatura crítica $T_c = 273 + 31 = 304\,^{0}C$, y el anhídrido sulfuroso $T'_c = 273 + 157 = 430\,^{0}C$. Si se considera la temperatura T_1 para el anhídrido carbónico, se encontrará la temperatura correspondiente del anhídrido sulfuroso, T_2, por la relación

$$\frac{T_1}{T_c} = \frac{T_2}{T'_c}$$

Haciendo $T_1 = 273 + 10 = 283\,^{0}C$, se tendrá

$$T_2 = T_1 \frac{T'_c}{T_c} = 283 \times \frac{430}{304} = 400\,^{0}C$$

Por consiguiente, las temperaturas de 10 °C para el anhídrido carbónico y de 400 menos 273 °C para el anhídrido sulfuroso son correspondientes y, conociendo el estado del primero a 10 °C, puede inferirse que el del segundo es el mismo a 127 °C. La presión de este último podrá, por tanto, calcularse por comparación con un volumen correspondiente de anhídrido carbónico. No hay que olvidar, sin embargo, que la ley de los estados correspondientes es sólo aproximada.

Licuefacción de los gases. — Para licuar un gas es necesario someterlo a tal presión y temperatura que la tensión máxima a esta temperatura sea igual a dicha presión (ley de la ebullición). Puede operarse por compresión, por enfriamiento o por una combinación de ambos métodos.

Como ya se ha visto, la única forma de licuar un gas mediante compresión consiste en mantenerlo por debajo de su temperatura crítica. El anhídrido carbónico y todos

los demás gases, cuya temperatura crítica es más elevada que la ordinaria, podrán, por consiguiente, licuarse por simple compresión.

La presión requerida para la licuefacción es menor si la temperatura es baja.

La reducción de volumen que se produce para obtener el estado líquido permite acumular grandes cantidades de gas en pequeños recipientes y con una presión, por lo general, poco elevada. En el cuadro siguiente se indican, a título de ejemplo, las presiones a 15 °C de diversos cuerpos que se conservan líquidos en botellas de acero.

PRESIÓN EN ATMÓSFERAS A 15 °C	
Anhídrido sulfuroso	2,7
Cloruro de metilo	4,1
Amoniaco	7,1
Sulfuro de hidrógeno	16,4
Anhídrido carbónico	52,2

Estos cuerpos compuestos, que son gaseosos a la presión atmosférica y a la temperatura ordinaria, se licúan fácilmente por compresión y enfriamiento. En cambio, este método no puede aplicarse a gases como el aire, el oxígeno, el nitrógeno, el hidrógeno, etc., cuya temperatura crítica es muy baja. En estos casos se utiliza la propiedad que tienen los gases de enfriarse al dilatarse.

Aunque la expansión de un gas perfecto, cuando se verifica sin producción de trabajo, no lleva consigo enfriamiento alguno, los gases sometidos a una fuerte presión suelen desviarse bastante del estado perfecto y se enfrían cuando la presión disminuye bruscamente. No obstante, si la expansión de cuerpos como el nitrógeno o el oxígeno se produce sin que se hayan tomado precauciones especiales, el enfriamiento es insuficiente para que el gas alcance una temperatura próxima a su punto de licuefacción.

La aplicación principal de los gases licuados es la fabricación del hielo y la refrigeración de locales.

19. — Disoluciones

Fenómenos de disolución. Solubilidad de los líquidos. Solubilidad de los gases. Crioscopia. Ebulloscopia y tonometría. Fenómenos osmóticos. Disociación de los electrólitos en solución.

Fenómenos de disolución. — Al poner en contacto con un líquido una sustancia sólida, líquida o gaseosa, se observa la coexistencia de dos estados distintos o la unión de los mismos para formar uno solo, líquido o sólido, según la naturaleza y las proporciones de los cuerpos empleados.

Si se trata de un sólido cristalizado puro o de un líquido igualmente puro, se dice que hay disolución o solución del sólido en el líquido cuando toda la masa se vuelve líquida.

El cuerpo líquido se denomina entonces *solvente* y el sólido *soluto*. La composición de la solución suele definirse por el valor de la *concentración en masa*, que equivale al cociente de las masas correspondientes de soluto y solvente.

El fenómeno de disolución simple de un sólido en líquido sólo se produce completamente, en general, cuando la cantidad relativa del sólido no supera cierto valor. Se distingue, por tanto, entre *solución no saturada*, capaz de disolver una cantidad adicional de soluto sólido, y *solución saturada*, en equilibrio con un exceso de soluto, para la cual se define el *coeficiente de solubilidad*, que equivale a la masa de soluto disuelta en 100 gramos de solvente cuando la solución está saturada.

A una misma temperatura, el coeficiente de solubilidad depende de la naturaleza del solvente y del soluto. A 15 °C, por ejemplo, en 100 gramos de agua se disuelven como máximo 36 gramos de cloruro de sodio, 60 gramos de cloruro de calcio y sólo 10 gramos de bicromato de potasio.

Para una misma solución, el coeficiente de solubilidad depende de la temperatura, con la cual suele aumentar, como ocurre cada vez que el fenómeno de disolución absorbe calor. Así, los coeficientes de solubilidad del nitrato de potasio en el agua son 13 a 0 °C, 82 a 50 °C y 247 a 100 °C, por ser este cuerpo mucho más soluble en caliente que en frío. Existen, sin embargo, algunas excepciones, como el cloruro de sodio, que tiene una solubilidad casi constante, puesto que sólo pasa de 36, a 0 °C, a 39 para 100 °C, y el sulfato de sodio anhidro, que tiene una solubilidad de 49, a 40 °C, y de 42 a 100 °C, lo que indica que este último es menos soluble en caliente que en frío.

Las *curvas de solubilidad* reflejan estos resultados y dan el valor del coeficiente de solubilidad *s* en función de la temperatura *t*. La figura 163 representa las curvas de las soluciones anteriormente mencionadas.

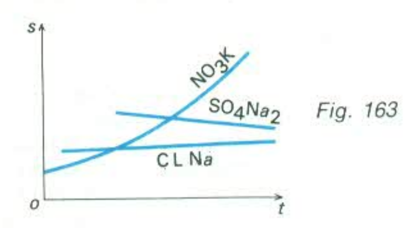


Fig. 163

Las curvas de solubilidad presentan a veces uno o varios puntos angulosos llamados *puntos de transición*, lo cual indica que el solvente y el soluto pueden combinarse químicamente. Muchos cuerpos forman con el agua compuestos llamados *hidratos* y para representar la solubilidad de los mismos se pone en ordenadas la masa de la sal anhidra que corresponde a una masa total de 100 gramos de agua contenidos en la solución. Según la temperatura, el sólido en equilibrio con la solución puede ser el cuerpo anhidro o uno de sus hidratos. En la figura 164 se ha trazado la curva de solubilidad en el agua del carbonato de sodio y se observa que el máximo corresponde a 38 °C.

Las mencionadas curvas representan el equilibrio de la solución líquida con un exceso de soluto sólido. La región inferior corresponde naturalmente a la solución no saturada, y la disposición relativa muestra cómo, a partir de una solución no saturada, se puede obtener la cristalización del cuerpo disuelto.

El método más corrientemente empleado consiste en aumentar la concentración a temperatura constante mediante la evaporación del solvente y permite, por ejemplo, recuperar la sal por evaporación del agua de mar

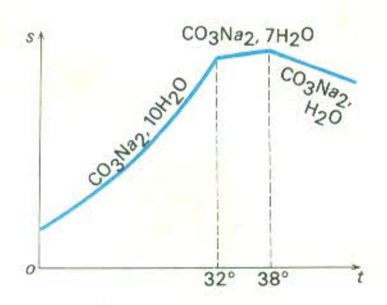


Fig. 164

en las salinas. Si la cristalización se efectúa lentamente, el tamaño de los cristales obtenidos es mayor.

El otro procedimiento se emplea frecuentemente para purificar los cuerpos cristalizados y se aplica a los cuerpos cuya solubilidad aumenta con la temperatura. Se parte de una solución caliente bastante concentrada y, cuando se llega por enfriamiento a la temperatura ordinaria, todo el sólido que estaba disuelto a la temperatura inicial se halla cristalizado y se encuentra en exceso sobre el que es soluble a la temperatura final, menos elevada.

En ambos casos, la cristalización no se produce a veces por sí misma cuando la solución se satura. Ésta permanece completamente líquida, aun concentrándose más que la solución saturada a la misma temperatura. Este fenómeno, comparable a la sobrefusión y llamado *sobresaturación*, es un estado de falso equilibrio que desaparece al añadir a la solución un cristal pequeño del cuerpo disuelto o de un cuerpo isomorfo. En el diagrama, las soluciones sobresaturadas corresponden a los puntos situados encima de la curva de solubilidad.

La sobresaturación se observa muy fácilmente en las soluciones acuosas de sulfato de sodio y de hiposulfito de sodio.

Solubilidad de los líquidos. — Cuando se mezclan dos líquidos puros, pueden presentarse tres casos.

1.° *Insolubilidad absoluta.* Los líquidos se colocan uno encima del otro, por orden de densidad, y forman capas distintas (ejemplo : aceite y agua).

2.° *Solubilidades parciales, limitadas y mutuas.* Cada uno de los líquidos se disuelve hasta saturarse en el otro y aparecen dos capas de líquidos superpuestos, que son dos soluciones saturadas (ejemplo : agua y éter).

3.° *Miscibilidad completa.* Los dos líquidos se disuelven mutuamente y forman una solución única, cualesquiera que sean las proporciones (ejemplo : agua y alcohol).

El primer caso de insolubilidad absoluta es muy poco frecuente y se aplica casi sólo a las mezclas de aceite o de mercurio con otro líquido. Tanto uno como otro tienen la propiedad de no ser mojados por numerosas sustancias líquidas y, en particular, por el agua.

Los otros dos casos se encuentran, en cambio, muy a menudo. A temperaturas bajas, cuando las solubilidades son pequeñas, se observa sobre todo la separación en dos capas y, al elevar la temperatura, se suele llegar a la miscibilidad total, aunque sea frecuentemente necesario operar a presión para alcanzar temperaturas superiores a las de ebullición de uno o incluso de los dos líquidos.

En la disolución de los sólidos, se diferencian el solvente y el cuerpo disuelto por el simple hecho de que el primero es líquido y el segundo sólido. Al tratarse de dos líquidos, si la solución de uno en otro se limita a una saturación fija para cada temperatura, el líquido disuelto es aquel cuya proporción en la mezcla no puede aumentarse por encima de cierto valor, que es la saturación. Pero, cuando ambos líquidos son miscibles, la distinción entre el solvente y el líquido disuelto es de tipo convencional y se denomina generalmente «cuerpo disuelto» al que se encuentra en menor cantidad.

Las mezclas de líquidos van acompañadas por fenómenos térmicos y por una variación de volumen. Si se mezclan, por ejemplo, agua y alcohol, hay desprendimiento de calor y reducción de volumen; en cambio, la disolución de alcohol en éter provoca una absorción de calor con reducción de volumen, y, al mezclarse alcohol y sulfuro de carbono, se produce un aumento de volumen con absorción de calor.

Solubilidad de los gases. — La solubilidad de los gases, inversamente a lo que suele suceder con los sólidos, disminuye cuando aumenta la temperatura. Esta diferencia se puede explicar por el hecho de que la disolución de un sólido consiste, como la fusión, en el paso del estado sólido al líquido, que se efectúa con absorción de calor, mientras que la disolución de un gas es una transformación inversa, de gas a líquido, en la cual se desprende calor. Se comprueba, en efecto, que el desprendimiento de calor durante la disolución de los gases muy solubles en el agua, como el amoniaco, es muy importante y que, en cambio, la disolución de las sales en el agua produce casi siempre un enfriamiento.

Los gases disueltos en un líquido dan frecuentemente soluciones sobresaturadas, es decir, que cuando se ha obtenido una solución de un gas en un líquido, a una temperatura determinada y a la presión normal, por ejemplo, puede elevarse la temperatura, o reducirse la presión, sin que el gas disuelto se evapore. El fenómeno se produce con un retraso comparable con el que se observa durante la ebullición, puesto que es necesaria la existencia de una primera burbuja gaseosa para iniciar la evaporación del gas disuelto. El paso de algunas burbujas de aire por la solución es suficiente para que cese el estado de sobresaturación.

La solubilidad de los gases aumenta con la presión, según una ley de proporcionalidad para los gases de una solubilidad moderada, llamada ley de Henry, que no es válida para los gases muy solubles, porque éstos se combinan químicamente con el solvente, o porque ocupan en la solución un volumen tan reducido que han de adoptar un estado que puede considerarse líquido.

Se comprueba que los gases más solubles en el agua son también, de manera general, los más fáciles de licuar. El mejor ejemplo es el gas amoniaco, del cual se disuelven en un litro de agua 1 100 litros en condiciones normales (0 °C y 76 cm de presión de mercurio).

Cuando varios gases se disuelven al mismo tiempo, cada uno de ellos lo hace proporcionalmente a su solubilidad propia y a su presión parcial en la mezcla (ley de Dalton). Así, el aire disuelto en agua contiene aproximadamente dos volúmenes de nitrógeno por un volumen de oxígeno, siendo el oxígeno dos veces más soluble que el nitrógeno.

Crioscopia. — Lo que acaba de decirse de las soluciones acuosas saturadas de las sales parece indicar que las leyes que rigen la solubilidad de estas materias son complejas y dependen, por lo menos, de la temperatura de fusión de la sal y de los hidratos que ésta forma al combinarse con el agua.

Las propiedades de las soluciones diluidas son más simples y no dependen de la naturaleza del sólido disuelto, excepto en lo que se refiere a la masa molecular y concentración del mismo. El físico francés Raoult descubrió experimentalmente la ley que permite calcular la disminución de temperatura que se consigue añadiendo a un solvente una cantidad pequeña y conocida de un soluto determinado.

Cuando se enfría una solución muy diluida, el solvente empieza a cristalizarse a una temperatura determinada t', inferior a la temperatura de congelación t del solvente puro. La diferencia $\Delta t = t - t'$ se denomina *disminución del punto de congelación* y obedece a la siguiente ley :

LEY DE RAOULT. *Para un solvente dado, la disminución del punto de congelación es proporcional a la concentración en masa e inversamente proporcional a la masa molecular del cuerpo disuelto.*

Esta ley, válida únicamente para concentraciones pequeñas y soluciones no electrolizables, significa que la disolución de una molécula-gramo de un cuerpo cualquiera en una masa determinada de solvente, cien gramos por ejemplo, produce una disminución constante de la temperatura de congelación, denominada disminución molecular, que no depende de la naturaleza química del cuerpo disuelto, sino únicamente del solvente empleado.

Si se designan por m y m' las masas correspondientes de soluto y solvente, por c la concentración en masa y por M la masa molecular del cuerpo disuelto, se tendrá :

$$\Delta t = \mathrm{K}\frac{m}{m'}\frac{1}{m} = \mathrm{K}\frac{c}{\mathrm{M}}$$

siendo K la *constante criométrica,* característica del solvente.

En el cuadro siguiente se dan los valores del coeficiente K y las temperaturas t de fusión de varios solventes :

SOLVENTES	t	K
Agua	0 °C	1 850
Nitrobenceno	5,3	7 070
Benceno	5,5	4 900
Bromuro de etileno	9,7	11 800
Ácido acético	16,7	3 900
Fenol	39,0	7 400

La medida de la disminución de los puntos de fusión de las soluciones es de gran utilidad en Química para la determinación de las masas moleculares de los cuerpos solubles. Al no poder calentarse numerosos cuerpos sin que se descompongan antes de la ebullición, resulta imposible determinar su densidad de vapor y se aplica en este caso la ley de Raoult a la congelación de las soluciones. El estudio de este fenómeno se denomina *crioscopia* o *criometría.*

Si se conoce la constante criométrica K del solvente utilizado y la concentración c de la solución, podrá obtenerse el valor de la masa molecular M :

$$\mathrm{M} = \mathrm{K}\frac{c}{\Delta t}$$

Veremos más adelante que, en esta forma, la ley de Raoult no es aplicable a las soluciones electrolizables.

Ebulloscopia y tonometría. — Para una solución muy diluida, en la cual el soluto es poco volátil con respecto al solvente, la temperatura t', a la que comienza la ebullición de la solución, es superior a la temperatura de ebullición t del solvente puro. La diferencia $\Delta t = t' - t$ se llama *elevación del punto de ebullición* y el estudio de la misma constituye el objeto de la *ebulloscopia* o *ebullometría.* Esta cantidad obedece a una ley, descubierta también por Raoult y análoga a la de la criometría.

LEY DE RAOULT. *Para un solvente dado, la elevación del punto de ebullición es proporcional a la concentración en masa e inversamente proporcional a la masa molecular del cuerpo disuelto.*

Utilizando los elementos anteriormente empleados se tendrá :

$$\Delta t = \mathrm{K}_1\frac{c}{\mathrm{M}}$$

El coeficiente K_1, denominado *constante ebulliométrica,* es diferente del usado en crioscopia, pero depende, como este último, únicamente del solvente.

A continuación figuran los valores de K_1 para algunos solventes que se utilizan corrientemente en la determinación de masas moleculares.

Éter	2 110	Alcohol	1 150
Benceno	2 670	Acetona	1 670
Cloroformo	3 660	Agua	520
Sulfuro de carbono	2 370	Anilina	3 220
Ácido acético	2 530	Fenol	3 040

Las medidas ebulloscópicas, como las crioscópicas, sirven para determinar las masas moleculares de los cuerpos solubles.

La ebulloscopia no es, por otra parte, más que una consecuencia de un fenómeno más general denominado *tonometría.*

Si en vez de operar a la presión atmosférica, es decir, a presión constante, como en el caso de la ebulloscopia, y de medir la diferencia de temperatura, se procede a la comparación del solvente puro y de la solución, a la misma temperatura y midiendo la diferencia de las presiones de vapor, se observará que la presión de vapor saturante f' de la solución es siempre menor que la presión de vapor f del solvente a la misma temperatura t^0. Este hecho es únicamente válido si el cuerpo disuelto es mucho menos volátil que el solvente.

La ley de Raoult sobre las tensiones comparadas de los líquidos y de las soluciones que forman se enuncia de la siguiente manera :

La disminución relativa de la tensión de vapor saturante $\frac{f - f'}{f}$ *es independiente de la temperatura, proporcional para cada solvente a la concentración en masa de la solución e inversamente proporcional a la masa molecular del cuerpo disuelto.*

Podrá escribirse, por tanto :

$$\frac{f - f'}{f} = \mathrm{K}_2\frac{c}{\mathrm{M}}$$

Este método, comparado con los anteriores, ofrece la ventaja de que puede operarse a una temperatura cualquiera y, por consiguiente, se aplica a todos los casos, si la sustancia estudiada es soluble en un líquido que presenta una tensión suficiente.

Las tres leyes de Raoult son sólo aproximadas, de la misma forma que la de Boyle-Mariotte, por ejemplo. Su exactitud es mayor cuando la dilución de la disolución aumenta indefinidamente. Gracias a la aplicación de la ley de Raoult a uno de estos tres métodos, se poseen medios variados para determinar aproximadamente las masas moleculares de los cuerpos, lo cual se consigue asimismo, como se dijo anteriormente, a partir de la densidad en el estado gaseoso o de vapor. Las masas moleculares así determinadas, por procedimientos muy diferentes, muestran una concordancia completamente satisfactoria en todos los casos en que varios de estos métodos pueden aplicarse a la misma sustancia.

Fenómenos osmóticos. — El físico francés Dutrochet descubrió en 1826 que, cuando se separaba agua pura y una solución acuosa por una membrana de tipo animal o vegetal, se producía a través de esta última una difusión mutua de los dos líquidos, y observó que el sentido de mayor desplazamiento del líquido era generalmente del agua pura hacia la solución. La difusión a través de la membrana, realizada en este sentido, se denomina *ósmosis positiva* o *endósmosis,* y el movimiento de carácter inverso, más lento, recibe el nombre de *exósmosis.*

Existen, no obstante, membranas que puede atravesar el agua pura, pero no las moléculas de las sustancias disueltas en este líquido. La *membrana de Pfeffer* o *tabique semipermeable* permite preparar recipientes casi completamente impermeables a las materias sólidas que pudieran hallarse disueltas en el agua (sales, azúcar, etc.) de la forma que se explicará a continuación.

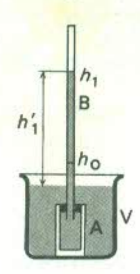


Fig. 165

Se toma un recipiente poroso A (*fig.* 165), que se llena con una solución de sulfato de cobre, y se sumerge en otro, que contiene una solución de ferrocianuro de potasio. Como se sabe, la reacción de estas dos sales da un precipitado gelatinoso de ferrocianuro de cobre que obtura los poros del recipiente poroso. Este último está provisto de un tubo de vidrio B que sirve de manómetro y está tapado en la parte superior del recipiente poroso. Para utilizar el instrumento denominado *osmómetro,* se coloca la solución que hay que ensayar (una solución de azúcar, por ejemplo) en el recipiente A, y se pone agua pura en el designado por la letra V.

Si el nivel del líquido en el tubo manométrico es al principio h_0, se observa que va subiendo progresivamente, porque el agua del recipiente exterior penetra en la célula y llega a una posición de equilibrio, que puede situarse en h_1, por ejemplo. En este momento existe equilibrio entre la tendencia del agua a diluir la solución de azúcar y la presión h'_1 entre el nivel del agua del recipiente V y el de la célula en el tubo B. Esta diferencia de nivel equilibra cierta presión, denominada *presión osmótica* de la solución.

El químico neerlandés Jacobus Henricus VAN'T HOFF (1852-1911) estudió las experiencias de Pfeffer, de las que dedujo la siguiente ley :

LEY DE VAN'T HOFF. *La presión osmótica de una solución es proporcional a la concentración de la solución, que es el cociente entre la masa del cuerpo disuelto y el volumen que ocupa en la solución. Dicha presión es proporcional a la temperatura absoluta. Su valor numérico es igual al de la presión que produciría la sustancia disuelta si se la pudiera vaporizar sin destruirla y hacer que ocupara el volumen de la solución.*

Supongamos que en el volumen V de la solución haya una molécula-gramo M de sustancia disuelta, que la temperatura absoluta sea T y la presión osmótica observada π. Si R es la constante molecular de los gases perfectos, se tendrá, en virtud de la ley de Van't Hoff :

$$\pi V = RT$$

Sea c la concentración de la solución

$$c = \frac{M}{V} \quad o \quad V = \frac{M}{c}$$

de donde, sustituyendo V por el valor que tiene,

$$\frac{\pi M}{c} = RT$$

$$y \qquad \pi = \frac{RTc}{M}$$

Cuando en el recipiente exterior del osmómetro se coloca, en lugar de agua pura, una solución de concentración mayor que la de la célula, el nivel del manómetro disminuye, porque la presión osmótica del líquido de la célula es menor, y la solución se denomina entonces ***hipotónica;*** en el caso contrario, la solución es ***hipertónica.*** Si las concentraciones moleculares son iguales y, por consiguiente, también lo son las presiones osmóticas, las soluciones se califican con el nombre de *isotónicas.*

La ley de Van't Hoff indica que las sustancias en solución se conducen de la misma forma que si estuviesen en estado gaseoso, lo que es lógico si se supone que el soluto se encuentra, como un gas, en forma de moléculas que se agitan incesantemente. Se puede, por tanto, aplicar a aquéllas las leyes de Boyle-Mariotte y de Gay-Lussac y la de Van't Hoff es rigurosamente aplicable en las mismas condiciones que estas últimas, o sea, en los casos en que los gases se consideran como perfectos.

Un gas real se aproxima a la condición de perfecto cuando su presión es muy pequeña por tener moléculas bastante espaciadas. La ley de Van't Hoff es una ley límite válida para las soluciones infinitamente diluidas.

De la última fórmula citada, que da el valor de la presión osmótica π en función de la masa molecular del cuerpo disuelto, puede sacarse esta otra :

$$M = \frac{RTc}{\pi}$$

En los párrafos anteriores se explicó que esta constante M de cada cuerpo soluble puede determinarse de formas diferentes mediante la crioscopia, la ebulliometría, la tonometría y la osmometría.

Es posible además demostrar las tres leyes de Raoult como derivadas de la teoría de Van't Hoff.

Disociación de los electrólitos en solución. — Al aplicar los métodos mencionados se ha comprobado, no obstante, que éstos no son exactos en el caso de los medios electrolíticos, es decir, de soluciones conductoras que pueden ser descompuestas por la corriente eléctrica.

En este caso, la fórmula

$$\pi = \frac{RTc}{M}$$

debe sustituirse por

$$\pi = i\,\frac{RTc}{M}$$

El coeficiente i, siempre mayor que 1, se determina en cada caso de acuerdo con la teoría de S. Arrhenius (1887), que admite que los electrólitos disueltos se descomponen parcialmente en iones como consecuencia de la disolución :

ClNa	da 2 iones	NA^+ y Cl^-
SO_4Na_2	da 3 iones	2 Na^+ y SO^4, etc.

Para obtener el número de partículas contenidas en la solución, determinante de la presión osmótica, habrá que tener en cuenta la disociación. Se admite, en efecto, que la presión osmótica es proporcional no al número de moléculas disueltas en un volumen dado de solución, sino al número total de partículas (moléculas no disociadas e iones). Lo mismo sucede con las magnitudes criométricas, ebulliométricas y tonométricas y existen, por tanto, diversos métodos para medir el coeficiente de ionización de un electrólito.

20. — Termodinámica

Energía calorífica. Otras formas de energía. *Eléctrica. Química. Radiante.* Principio de equivalencia o primer principio de la Termodinámica. Método de Joule para determinar J. Principio de los estados inicial y final. Principio de la conservación de la energía. Expansión y trabajo de los gases. Experimentos de Gay-Lussac y de Joule. Relación de Mayer. Segundo principio de la Termodinámica. Ciclo de Carnot. Degradación de la energía.

Energía calorífica. — La suma de la energía potencial y de la energía cinética de un sistema no permanece siempre constante.

De una manera general, la energía mecánica total de un sistema disminuye con el frotamiento y los choques. Si, por ejemplo, se frena un cuerpo durante su caída por un plano inclinado, de forma que su velocidad permanezca constante, se producirá una disminución de su energía potencial sin que aumente simultáneamente la energía cinética. Pero, en todos los fenómenos de esta naturaleza se produce calor. Así, el fósforo de las cerillas se inflama por frotamiento, las herramientas se calientan al labrar los metales, etc. Si una bala de plomo se dispara contra una placa de acero, puede alcanzar, en el momento del choque, una temperatura superior a su punto de fusión. El calor debe, por consiguiente, considerarse como una forma de energía, hipótesis que se ve corroborada por la posibilidad de producir trabajo mecánico consumiendo calor, por ejemplo, en las máquinas de vapor.

Otras formas de energía. — *Eléctrica.* — La corriente eléctrica es uno de los numerosos fenómenos que pueden producir trabajo mecánico o calor. La primera transformación se realiza en los motores y la inversa en los generadores electromagnéticos de corriente (dinamos, alternadores). En todos los conductores por los que pasa una corriente hay producción de calor, conocida con el nombre de *efecto Joule;* la transformación contraria directa, es decir de calor en electricidad, se observa en las pilas termoeléctricas y basta calentar una de las dos soldaduras de dos metales diferentes que forman parte de un circuito para que se engendre en el mismo una corriente. De ello se deduce que existe *energía eléctrica* y que el paso de una corriente es en realidad un transporte de energía a lo largo de un circuito.

Un condensador cargado contiene también energía eléctrica, puesto que al descargarse es capaz de producir una corriente, pero esta energía es potencial.

Química. — También se ha visto anteriormente, en el capítulo dedicado a calorimetría, que las reacciones químicas tienen lugar con absorción o desprendimiento de calor, según los casos. La combustión, que es la combinación del oxígeno del aire con el cuerpo combustible o con los elementos que lo integran, revela que una mezcla de carbón y oxígeno contiene *energía química* potencial, que puede utilizarse al iniciar la combustión o la combinación de ambos cuerpos.

La energía química se emplea asimismo en las pilas y acumuladores eléctricos, que la transforman en energía eléctrica, y el fenómeno inverso se produce en la electrólisis, en particular al cargar los acumuladores.

Las explosiones son un ejemplo de transformación de energía química en trabajo mecánico.

Radiante. — La luz se produce de diversas formas, pero la más corriente de éstas consiste en calentar cuerpos a una temperatura bastante elevada (lámpara de gas, lámpara eléctrica de incandescencia). La incandescencia es precisamente la transformación de energía calorífica en *energía radiante.*

En los fenómenos de luminiscencia, o emisión de luz en frío, interviene otra forma de energía, que es mecánica en el caso de la triboluminiscencia. La ruptura de ciertos cristales, que se produce por ejemplo al machacar azúcar, provoca la aparición de luz. En la electroluminiscencia, la energía eléctrica se transforma directamente en luz, sin que pase por la forma calorífica intermedia. Así ocurre en los tubos de gas rarificado como el neón y el vapor de sodio o de mercurio. En la quimioluminiscencia, algunas reacciones químicas, como la oxidación lenta del fósforo blanco en contacto con el aire, provocan emisión de luz, sin calentamiento apreciable. La luz emitida por las luciérnagas se debe a un fenómeno análogo, puesto que procede de las reacciones químicas que se producen durante la digestión.

La energía radiante puede convertirse en cualquiera de las otras cuatro formas de energía que se han considerado. Así, cuando una sustancia absorbe radiaciones, se calienta y este efecto calorífico es particularmente intenso en el caso de las radiaciones infrarrojas. Por otra parte, los haces luminosos dirigidos hacia los cuerpos ejercen en éstos una fuerza de empuje que produce efectos mecánicos y recibe el nombre de *presión de radiación*, fenómeno que explica la repulsión de la cola de los cometas por los rayos solares. La transformación de energía luminosa en energía eléctrica tiene lugar en la fotoelectricidad al captarse los electrones que emiten algunos metales cuando reciben la luz. Este fenómeno ha dado lugar a innumerables aplicaciones prácticas, entre las cuales pueden mencionarse el cine sonoro y la televisión.

Las modificaciones químicas sufridas por los cuerpos bajo la influencia de la luz son numerosas y constituyen el objeto de la ciencia denominada *fotoquímica,* que estudia la transformación de la energía luminosa en energía química. Las plantas realizan esta transformación gracias a la clorofila, que absorbe las radiaciones solares, y la energía así almacenada se emplea para sintetizar los alimentos hidrocarbonados.

Principio de equivalencia o primer principio de la Termodinámica. — Dada la posibilidad de transformar el trabajo mecánico en calor y el calor en trabajo mecánico, cabe preguntarse si existe una relación entre la cantidad de calor producida y la energía mecánica cedida por el sistema. El *principio de equivalencia* entre el calor y el trabajo mecánico es la respuesta que da la experiencia a este interrogante y se enuncia de la siguiente manera :

Cuando un sistema material que realiza un ciclo, es decir, que parte de un estado inicial dado y vuelve al mismo estado, cambia con el medio exterior trabajo mecánico y calor exclusivamente, si absorbe calor, realiza un trabajo, si desprende calor, ha recibido trabajo, y, en todos los casos, la equivalencia que existe entre el trabajo realizado* W *y la cantidad de calor* Q *se expresa por la relación constante :

$$\frac{W}{Q} = J = \text{constante}$$

Esta relación constante J se denomina *equivalente mecánico de la unidad de cantidad de calor.*

Es imprescindible que el sistema haya realizado un ciclo completo de intercambios y vuelto a su estado inicial, sin que se hayan producido más transformaciones energéticas que las de calor en trabajo mecánico o recíprocamente. Por lo tanto, si el sistema ha sufrido modificaciones químicas en el estado final, por ejemplo, no debe considerarse que ha vuelto al estado inicial y no se aplica el principio de equivalencia.

El equivalente mecánico del calor se ha determinado de muchas formas diferentes, más o menos sencillas, como los frotamientos de paletas contra un líquido (agua o mercurio), el frotamiento de dos sólidos, el aplastamiento de una masa de plomo por un choque, la transformación de trabajo en energía eléctrica, empleada, a su vez, después de transformada en calor, en calentar el agua de un calorímetro, la producción de un trabajo con una cantidad de calor determinada por medio de una máquina térmica, etc.

Método de Joule para determinar J. — En este método se transforma directamente un trabajo mecánico en calor, mediante frotamiento del agua por un sistema de paletas giratorias que la agitan. El aparato empleado para esta medida se compone de un depósito cilíndrico C

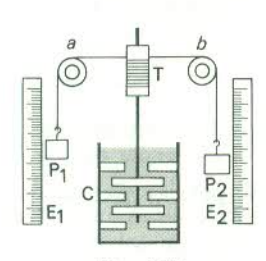


Fig. 166

lleno de agua (*fig.* 166) que hace de calorímetro, en cuyo eje un tambor giratorio T, accionado por dos pesos P_1 y P_2, que descienden simultáneamente, agita fuertemente el líquido contenido en C por medio de un sistema de paletas, entre las cuales unas son fijas y otras móviles. Las alturas de caída de los pesos P_1 y P_2 se miden mediante escalas verticales.

Los pesos P_1 y P_2 se desplazan de una altura inicial a otra final, cuya diferencia es h, efectuando un trabajo $(P_1 + P_2)h$ y, si se repite la operación n veces para que aumente el trabajo, se tendrá

$$W = n(P_1 + P_2)h$$

La cantidad de calor que se desprende en el calorímetro por agitación del agua, es decir, por los frotamientos de la misma y el producido sobre las paletas y las paredes del calorímetro, se indicará por la diferencia entre la temperatura inicial t_1 y la final t_2, en función de la capacidad calorífica M de la parte calentada :

$$Q = M(t_2 - t_1)$$

Para aplicar el principio de equivalencia al calorímetro, se razona de la siguiente manera : si el calorímetro se deja enfriar hasta que recupere la temperatura inicial t_1, cederá al medio exterior la cantidad de calor Q producida por los frotamientos. En la transformación total sólo habrá cambiado con el medio exterior calor y trabajo, es decir, habrá recibido el trabajo W y desprendido la cantidad de calor Q, y habrá vuelto a su estado inicial. Por consiguiente, podrá escribirse

$$J = \frac{W}{Q} = \frac{n(P_1 + P_2)h}{M(t_2 - t_1)}$$

Para que sea exacto el cálculo será necesario tener en cuenta diversas correcciones indispensables :

1.ª Como los pesos P_1 y P_2 tienen al término de su recorrido una velocidad v no nula, conservan al final del experimento una energía cinética, igual a $\frac{1}{2}\cdot\frac{P_1 + P_2}{g}v^2$, que deberá sustraerse del trabajo mecánico proporcionado al calorímetro. El experimento tiene que realizarse de forma que esta corrección sea poco importante.

2.ª Existen pérdidas de frotamiento en las cuerdas arrolladas al tambor, en el eje de dicho tambor y en los rodillos *a* y *b*, que deben ser lo más limitadas posible y se determinan mediante experimentos en el vacío. En estas condiciones, el valor hallado para J es $4{,}185 \times 10^7$ ergios por caloría. Según la unidad de trabajo empleada para el valor de la caloría, se tendrá

$$J = 4{,}185 \times 10^7 \text{ ergios} = 4{,}185 \text{ joules o julios}$$

Todos los métodos de transformación de energía, incluso los más diferentes, conducen al mismo resultado.

Si se transforma una corriente eléctrica en calor, mediante el paso de una corriente de intensidad I por una resistencia R situada en un calorímetro, se desprende una cantidad de calor Q que se mide de la forma habitual y que corresponde al trabajo de la corriente eléctrica, igual, como se sabe, a RI^2t.

El cociente $\frac{RI^2t}{Q} = J = 4{,}185$ joules por caloría.

Se deduce de este resultado que la transformación en calor de un trabajo, sea éste mecánico o eléctrico, expresado en ergios, en joules o en kilográmetros, da el mismo número de calorías, cualquiera que sea la forma inicial de la energía suministrada.

Principio de los estados inicial y final. — Cuando un sistema recibe del medio exterior la cantidad de calor Q y realiza el trabajo mecánico W, sin ningún otro cambio de energía, la cantidad $JQ - W$ es nula, como se ha visto anteriormente, si aquél vuelve a su estado inicial. Si no es el caso, esta cantidad, denominada *variación de energía interna,* no suele ser nula, pero se demuestra, como corolario del principio de equivalencia, que sólo depende de los estados inicial y final y no de la transformación sufrida. Tal es el enunciado del *principio de los estados inicial y final,* del que puede verse un caso particular en Química.

Principio de la conservación de la energía. — La experiencia ha permitido demostrar sucesivamente lo siguiente :

1.° Que todas las formas de energía mecánica son equivalentes y que en un sistema en el que, por sus propias transformaciones, sólo se producen formas diversas de energía mecánica, la energía total se mantiene constante, es decir, se conserva la energía mecánica;

2.° Que la energía mecánica transformada en calor da una cantidad equivalente de este último, cualquiera que sea la forma en que se efectúe la transformación;

3.° Que la energía eléctrica, que se expresa en unidades mecánicas, proporciona también una cantidad de calor equivalente al trabajo mecánico correspondiente.

El estudio cuantitativo de los casos más variados ha conducido a comprobar que, siempre que una energía se manifiesta en cierta forma, desaparece simultáneamente en la misma cantidad en una o varias otras formas. Puede, por consiguiente, enunciarse el siguiente principio de carácter general : *la energía total de un sistema aislado permanece constante.*

Por sistema aislado debe entenderse un conjunto limitado que no puede ceder energía al medio exterior ni tampoco recibirla de él.

Esto significa que no es posible crear energía por ningún medio ni hacer que desaparezca la energía existente; sólo puede alterarse la forma de la misma, pero la cantidad total permanece invariable.

El principio de la conservación de la energía, debido a Mayer en su expresión actual y precisado por los trabajos de Joule y de Helmholtz, tiene gran importancia porque los descubrimientos modernos de la Física no lo han modificado y además han confirmado todas sus consecuencias. No ocurre lo mismo con el principio de la conservación de la materia, que se consideró como análogo durante mucho tiempo y cuya demostración experimental en el campo de la Química no había encontrado ninguna excepción antes del descubrimiento de la radiactividad.

Se admite actualmente que la masa de un cuerpo es susceptible de disminución al proporcionar energía y que puede asimilarse a una energía potencial capaz de transformarse, bajo ciertas influencias, en energía cinética. Debe considerarse que toda aportación de energía a un cuerpo, que eleva la temperatura del mismo, por ejemplo, aumenta su masa en una cantidad que puede calcularse, pero que suele ser tan pequeña que no hay que tenerla en cuenta.

Expansión y trabajo de los gases. — Un gas se calienta al comprimirse. Este fenómeno puede demostrarse con el conocido experimento del mechero de aire. Este aparato consta de un tubo de vidrio resistente A

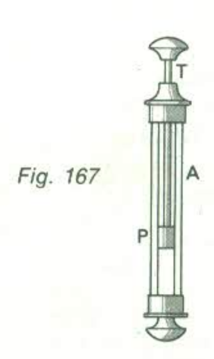


Fig. 167

(*fig.* 167), cerrado por la parte inferior, en el que puede desplazarse un émbolo P. Si se hace bajar bruscamente este último, el aire se calienta por efecto de la compresión hasta tal punto que puede encenderse un trozo de yesca colocado en el fondo del recipiente.

La *expansión* de un gas, fenómeno inverso a la compresión, puede proporcionar trabajo mecánico exterior igual al realizado en la compresión. Es posible, por consiguiente, que un gas comprimido produzca durante su expansión un trabajo mecánico acompañado de un enfriamiento del gas proporcional al trabajo producido.

Experimentos de Gay-Lussac y de Joule. — Gay-Lussac se propuso demostrar que la totalidad del enfriamiento producido por la expansión de un gas se debía al trabajo mecánico realizado y que, cuando este último era nulo, no se producía enfriamiento. Comprobó experimentalmente esta afirmación y lo mismo hizo más tarde Joule de la forma siguiente. Un calorímetro C, de forma especial (*fig.* 168) y lleno de agua, contiene dos depósitos A y B unidos por un tubo colocado en la parte inferior y provisto de una llave de paso R. Al principio del experimento se ha llenado el depósito A de aire comprimido a 20 kilogramos por centímetro cuadrado, y en el recipiente B se ha hecho el vacío. Si se abre la llave de paso R, el aire contenido en A se expande. En estado

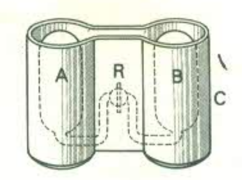


Fig. 168

de equilibrio, el volumen de aire se duplica y la presión desciende casi a la mitad de su valor, o sea, a diez kilogramos por centímetro cuadrado.

Se observa entonces que la temperatura del calorímetro C no ha variado, de lo que se deduce que la expansión de los gases sin trabajo exterior, es decir, realizado en el vacío, se efectúa sin que aparentemente se produzcan cambios de temperatura.

En realidad, se sabe que esta conclusión no es completamente exacta y que tiene lugar un ligero enfriamiento en el caso del aire y de otros muchos gases, puesto que, por simple expansión del primero, puede reducirse la temperatura del mismo hasta el valor de licuefacción.

De los experimentos de Gay-Lussac y de Joule se deduce que la energía interna de un gas no depende de la presión, sino únicamente de la temperatura, y que, a temperatura constante, la energía es también constante. Cuando la expansión de un gas se realiza con producción de trabajo, el principio de la conservación de la energía requiere, por consiguiente, que al realizar un trabajo W el gas proporcione una cantidad de calor equivalente Q, lo que tiene como consecuencia que $W = JQ$.

Relación de Mayer. — Sea un depósito cilíndrico completamente cerrado en el cual puede desplazarse un émbolo de peso P y de un centímetro cuadrado de sección. La altura del cilindro es tal que el volumen libre bajo el émbolo, en la mitad del recorrido de éste, contiene un gramo de gas perfecto a 0 °C. Encima del émbolo se ha hecho el vacío.

Los gases perfectos duplican su volumen cuando pasan de 0 °C a 273 °C, puesto que

$$v = v_0\left(1 + \frac{t}{273}\right) \quad \text{para} \quad t = 273,\ v = 2v_0$$

Si el gas situado debajo del émbolo alcanza la temperatura de 273 °C, el émbolo subirá y el volumen comprendido debajo del mismo se multiplicará por dos. El peso P del émbolo, cuya sección es de un centímetro cuadrado, ejercerá presión sobre el gas.

Imaginemos ahora las siguientes modificaciones en el sistema. En el primer estado *a* (*fig.* 169), 1 gramo de gas

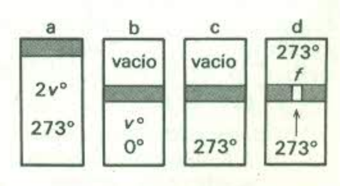


Fig. 169

ocupa $2v_0$ a 273 °C bajo la presión p_0 ejercida por el peso del émbolo P. Si se enfría el gas a 0 °C, su volumen, bajo la misma presión p_0, se reducirá a v_0 (*b*). Si C es el calor específico del gas a presión constante, este último cede al medio exterior una cantidad de calor igual a $Ct = 273\,C$.

La variación de energía interna E_1 del sistema será

$$E_1 = p_0 v_0 - 273\ CJ$$

En el tercer estado c, el émbolo se inmoviliza en la posición que tenía en b y la temperatura, con un volumen constante b_o, asciende a 273 °C. El calor que hay que proporcionar al gas será igual a $ct = 273c$ y la energía absorbida por el gas, E_2, será

$$E_2 = 273\,c\,J$$

En el estado d, se hace una abertura f en el émbolo para que el gas se dilate en todo el volumen del cilindro. Éste ocupa entonces un volumen $2v_0$ y tiene una temperatura que permanece a 273 °C, puesto que la expansión se produce sin trabajo exterior. Se tendrá, por tanto,

$$E_3 = 0$$

En d se ha vuelto al estado inicial a en que el gas ocupaba el volumen $2v_0$, a 273 °C. Por consiguiente, se ha efectuado un ciclo completo y no ha habido variación de energía interna.

La energía E_1 cedida por el gas y la E_2, que se le debió proporcionar, eran iguales :

$$E_1 = E_2$$

o sea $$p_0 v_0 - 273\ CJ = 273\,c\,J$$

que también puede escribirse

$$273\,J(C - c) = p_0 v_0$$

Introduciendo la constante molecular R de los gases perfectos y la masa molecular M del gas, se tendrá

$$R = \frac{p_0 V_0}{273}$$

siendo el volumen molecular $V_0 = Mv_0$, y la relación se convierte en

$$M(C - c) = \frac{R}{J} = 2$$

El alemán Julius von Mayer estableció esta relación de la manera que se acaba de explicar y la utilizó para calcular el valor del equivalente mecánico de la caloría antes de que éste se hubiese determinado experimentalmente.

Segundo principio de la Termodinámica. — El principio de Carnot se divide en dos partes, la primera de las cuales indica que la producción de calor va siempre acompañada por una disminución de la temperatura, fenómeno que se suele observar en todas las transformaciones de calor en trabajo. La generalización de este resultado experimental constituye el *postulado de Carnot*, que puede expresarse de la siguiente forma : *en toda máquina térmica, el cuerpo objeto de transformación debe sufrir una disminución de temperatura, y sólo podrá producirse trabajo por la pérdida de calor del cuerpo que pase de cierta temperatura a otra más baja.*

Toda máquina de vapor consta de una fuente de calor, la caldera, productora de vapor y que contiene una cantidad de calor Q_1. Ésta sólo se transforma parcialmente en trabajo porque el condensador absorbe una cantidad de calor Q_2 que nunca es nula. El trabajo que corresponde a la cantidad de calor perdido será, por consiguiente

$$W = J(Q_1 - Q_2)$$

Si hubiera podido transformarse en trabajo el calor proporcionado por la caldera, se tendría

$$W' = JQ_1$$

El *rendimiento teórico* será

$$R = \frac{J(Q_1 - Q_2)}{JQ_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$$

Como Q_2 no es nunca nula, el rendimiento R es siempre menor que la unidad

$$R = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$$

El teorema que constituye la segunda parte del principio de Carnot se establece matemáticamente con arreglo al valor del rendimiento R, que acaba de enunciarse, y basándose en el principio de equivalencia. Se enuncia de la manera siguiente : *en toda máquina térmica reversible que funciona entre dos temperaturas fijas, el rendimiento teórico máximo es independiente de la naturaleza del cuerpo que sufre la transformación y sólo depende de las temperaturas de las fuentes caliente y fría.*

Este rendimiento teórico R_m viene dado por la relación

$$R_m = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

siendo T_1 y T_2 las temperaturas absolutas respectivas de las fuentes caliente y fría o, si las temperaturas se expresan en grados centesimales,

$$R_m = \frac{(t_1 + 273) - (t_2 + 273)}{t_1 + 273} = \frac{t_1 - t_2}{t_1 + 273}$$

Pueden aplicarse estos datos, a título de ejemplo, al caso de una máquina de vapor cuya caldera proporcione vapor saturante a una presión de 12 kg/cm^2. Sabemos que la temperatura de este vapor es de 187 °C. El vapor de escape pasa al condensador y, si está a la temperatura de 37 °C, el rendimiento máximo del ciclo recorrido por el vapor será

$$R_m = \frac{187 - 37}{187 + 273} = \frac{150}{450} = 0{,}33$$

Sólo podrá utilizarse, por tanto, en estas condiciones 1/3 de la potencia representada por la cantidad de calor recibida por el vapor en la caldera durante la unidad de tiempo.

Se comprueba fácilmente que el rendimiento máximo aumenta si se eleva la temperatura T_1 o si se disminuye la temperatura T_2. Esta segunda operación es difícil de realizar, porque no se puede disminuir la temperatura de una fuente natural, pero en cambio es posible aumentar la temperatura del generador de vapor aumentando la presión.

Ciclo de Carnot. — Una máquina que funcione según el principio de Carnot y cuyo rendimiento efectivo sea igual al rendimiento máximo constituye una máquina perfecta, que no es realizable, pero cuyos caracteres deben conocerse para poder aproximarse a ellos lo más posible.

Las transformaciones a que se somete un fluido pueden realizarse de dos formas completamente distintas.

1.° A temperatura constante se obtiene una compresión o una expansión llamada *isotérmica*, que tiene lugar cuando la variación del volumen se hace en un recinto, mantenido a temperatura constante, que absorbe todo el calentamiento producido en el gas o en el vapor, o que cede calor, si la temperatura tiende a bajar a causa de la expansión. Si se trata de un gas al que pueda aplicarse la ley de Boyle-Mariotte, la curva de presión en función del volumen será una hipérbola equilátera representada por la ecuación

$$pv = \text{constante}$$

2.° Cuando el recinto en el que se produce la expansión o la compresión está completamente aislado del calor y que ninguna de las variaciones de la temperatura del medio que ocupa este recinto puede reducirse por una

pérdida de calor a través de las paredes, la transformación se llama *adiabática*.

Se demuestra que la ecuación que relaciona el volumen de vapor con la presión es, para un gas perfecto,

$$pv^{\gamma} = \text{constante}$$

En la cual $\gamma = \dfrac{C}{c}$ es el cociente de los calores específicos del gas.

Supongamos una máquina térmica que funcione entre las temperaturas T_1 y T_2. ¿A qué transformaciones deben someterse los cuerpos empleados entre estos límites para obtener el rendimiento máximo?

El ciclo cerrado que representa la variación de las presiones y de los volúmenes del gas en los diferentes puntos del recorrido del émbolo de un motor debe reflejarse en una curva formada por dos isotermas que corresponden a las temperaturas T_1 y T_2, las cuales se hallan unidas entre sí por dos adiabáticas.

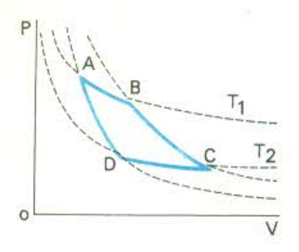


Fig. 170

Consideremos lo que sería una máquina de vapor perfecta (*fig*. 170). Vamos a describir el ciclo partiendo del punto A, que corresponde al momento en que comienza la admisión del vapor debajo del émbolo. Esta expansión debe hacerse sin variación de temperatura, siguiendo la isoterma AB, a la temperatura T_1 del vapor admitido. En B cesa la admisión y los gases se expanden siguiendo la curva BC, que es una porción de adiabática entre las temperaturas T_1 et T_2. Cuando el émbolo llega al punto C, hay un retroceso y un escape del vapor siguiendo la isoterma CD a la temperatura T_2. En el punto D, el escape está cerrado y hay compresión, con calentamiento por la porción de adiabática DA.

Este ciclo, que es el que debería seguir una máquina perfecta, se denomina *ciclo de Carnot.* Tiene la propiedad de ser reversible, es decir, de poder ser recorrido indistintamente en un sentido o en otro, y de dar el rendimiento teórico máximo.

Estas condiciones son, naturalmente, irrealizables y el ciclo que se consigue en un buen motor de vapor es bastante distinto del de Carnot, aunque en él se encuentran los elementos principales, con diferencias que hacen que su rendimiento sea inferior al que se obtendría siguiendo fielmente el ciclo teórico. La condición de reversibilidad requiere, en efecto, un equilibrio constante (equilibrio de presión y de temperatura) entre el sistema que sufre la transformación y el medio exterior.

Degradación de la energía. — De los dos principios de la Termodinámica que acabamos de estudiar, resulta que el primero, el de conservación de la energía, permite afirmar que, cualquiera que sea la transformación completa o parcial que sufra la energía, el total de la misma permanece siempre constante, y el segundo, el de Carnot, demuestra que, aunque esta energía sea constante, no puede transformarse completamente cuando se pasa del calor a la energía mecánica.

Es innegable que la transformación de la energía mecánica en eléctrica no se produce nunca con un rendimiento igual a la unidad, ya que la mecánica se transmite por órganos sometidos a rozamientos y la eléctrica, antes de ser producida por el generador, atraviesa conductores de resistencia apreciable. Los rozamientos mecánicos y la resistencia eléctrica causan la degradación de la energía en forma de calor inaprovechable. Es una pérdida de rendimiento industrial, pero el rendimiento teórico de esta transformación sigue siendo igual a la unidad, a la cual puede concebirse que se aproximará cada vez más si se multiplican las precauciones contra las pérdidas por rozamiento y mala conductibilidad.

En el caso del calor y de su transformación en trabajo mecánico no ocurre lo mismo. El teorema de Carnot limita el máximo de energía térmica que puede transformarse en energía mecánica a un porcentaje del total, que aumenta paralelamente a la temperatura de la fuente caliente.

Se llega a la conclusión de que el calor, aunque obedece al principio de conservación de la energía, pierde, no obstante, parte de su calidad al disminuir de temperatura. Es una forma degradada de la energía, que no tiene todas las cualidades de las demás formas (mecánica, eléctrica, química, etc.). Además, en estas otras formas, las pérdidas de rendimiento observadas en las transformaciones se deben siempre a una producción de calor generalmente inutilizable.

Para comprender mejor la importancia que tiene la calidad del calor en relación con la cantidad, basta considerar, por ejemplo, los siguientes hechos : una fuente termal, con un caudal de 3 000 litros por hora, a la temperatura de 45 °C, proporcionará 90 000 calorías grandes por hora si la temperatura ambiente es de 15 °C. Sin embargo, con esta cantidad no podría cocerse un huevo, aunque para llevar a cabo esta operación es suficiente sumergirlo durante tres minutos en un pequeño recipiente con agua hirviendo.

El rendimiento de todas las transformaciones de energía, cualquiera que sea su forma, es inferior a la unidad porque una parte mayor o menor de ella se transforma en calor, de temperatura demasiado baja para que pueda utilizarse con un rendimiento aceptable.

No existe una temperatura fija por debajo de la cual el agua caliente no pueda proporcionar energía mecánica, ni tampoco una diferencia mínima entre la fuente caliente y la fuente fría. Ejemplo de ello es el nuevo método de utilización del calor de los mares, debido a los físicos franceses Georges Claude y Paul Bourcherot.

La temperatura de la superficie del agua del mar es aproximadamente de 25 a 28 °C en las regiones tropicales del Atlántico, mientras que a unos centenares de metros de profundidad sólo es de 4 a 5 °C. Esta pequeña diferencia, que hasta ahora se ha considerado como inutilizable, no lo es en realidad enteramente y puede servir para alimentar una máquina de vapor que funcione entre ambas temperaturas (25 °C y 4 °C) con un rendimiento teórico de

$$\frac{25 - 4}{273 + 25} = 0{,}07$$

La cantidad de calor comprendida entre estas dos temperaturas contiene, por consiguiente, un 7 por ciento de energía transformable y, dada la cantidad casi ilimitada de esta energía, existe una riqueza natural que puede ser tan importante como la de los saltos de agua.

Movimiento ondulatorio y Acústica

21. — Movimiento ondulatorio

Funciones periódicas amortiguadas. Propagación de un movimiento vibratorio. Velocidad de propagación. Punto fuente y longitud de onda. Vibraciones. *Vibraciones transversales*. Propagación de la onda. Condensación y dilatación. Líneas y superficies de onda. Interferencias. *Interferencias producidas por dos fuentes de igual período*. Generalización. Reflexión de las ondas. *Propagación de un movimiento sobre un extremo fijo. Propagación de un movimiento sobre un extremo libre*. Ondas estacionarias. Estudio analítico.

Funciones periódicas amortiguadas. — La propagación de una perturbación a través de un medio elástico da lugar a un *movimiento ondulatorio*. Caso interesante del mismo es el producido por un movimiento vibratorio que siga una ley sinusoidal *(movimiento vibratorio armónico)*.

Consideremos una función de la forma $x = a \cos \omega t$, donde a es una función del tiempo, constantemente decreciente; la función x presenta una serie de máximos sucesivos separados entre sí por intervalos $T = \frac{2\pi}{\omega}$; estos máximos van disminuyendo regularmente y la curva que representa las variaciones de x es análoga a la que está

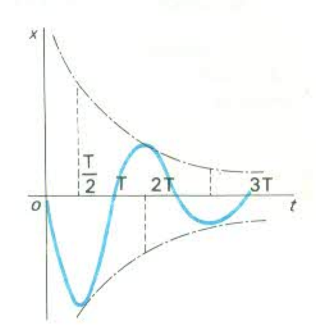


Fig. 171

trazada en la figura 171; la amplitud de las oscilaciones va decreciendo constantemente y la función, que recibe el calificativo de *amortiguada*, presenta un seudoperíodo igual a T.

Este amortiguamiento de las oscilaciones se produce en gran número de movimientos vibratorios, por efecto de rozamientos, o en los fenómenos de propagación del movimiento vibratorio de una fuente en un medio elástico. Explica en particular la disminución de intensidad de un sonido a medida que crece la distancia de una fuente sonora.

Propagación de un movimiento vibratorio. — Consideremos (*fig.* 172) un medio elástico constituido por

A_1 A_0 B_1 B_0 C_1 C_0

Fig. 172

una serie de puntos materiales A, B y C, cuyas posiciones de equilibrio son A_0, B_0 y C_0. Deformemos este medio trasladando el punto A de A_0 a A_1. Se crea entonces una fuerza de recuperación que tiende a desplazar B de B_0 a B_1, de tal forma que $A_1B_1 = A_0B_0$. Si B va a ocupar el lugar B_1, se crea una fuerza de recuperación que tiende a llevar C de C_0 a C_1, de forma que $B_1C_1 = B_0C_0$. Para restablecer las distancias relativas de equilibrio todos los puntos del medio han sufrido desplazamientos iguales $A_0A_1 = B_0B_1 = C_0C_1$ y se dice que la deformación producida en A_0 se ha «propagado». Como ejemplo práctico de lo que acaba de explicarse puede citarse el de los vagones de un tren con los muelles de enganche : el primer vagón, al desplazarse cuando se coloca la locomotora, comprime el muelle entre el primero y el segundo vagón, creándose una fuerza elástica que repele este segundo vagón, y así sucesivamente.

Velocidad de propagación. — Para que un punto M de un medio elástico, situado a una distancia l del punto A_0, reproduzca el desplazamiento del punto A, hace falta cierto tiempo que, como es evidente si el medio es homogéneo, es proporcional a la distancia l. Puede, por consiguiente, escribirse $\frac{l}{t} = V$, y V representa una constante que se denomina, por definición, *velocidad de propagación* de la deformación en un medio elástico.

Este fenómeno se produce experimentalmente en el laboratorio con una cuerda larga de goma o con un muelle en espiral de gran longitud. Al deformarse la cuerda en un punto o al desplazarse una espira del muelle, puede observarse cómo se va propagando poco a poco la deformación (*fig.* 173).

D
A — B
D
A — B
A D — B
A D — B

Fig. 173

La velocidad de propagación es independiente de la magnitud de la deformación.

Para establecer de modo experimental esta propiedad muy importante, basta con producir sucesivamente dos deformaciones de magnitudes diferentes en un punto de la cuerda de goma. Se ve entonces cómo ambas deformaciones se propagan a lo largo de la cuerda, conservando entre sí el mismo intervalo.

Punto fuente y longitud de onda. — Se denomina *punto fuente* o simplemente *fuente* el primer punto que se separa de la posición de equilibrio.

Si este desplazamiento es pequeño, la fuerza de recuperación que actúa sobre la fuente es proporcional al desplazamiento, de forma que, si se abandona la fuente a sí misma, ésta adopta un movimiento oscilatorio sinusoidal alrededor de su posición de equilibrio. Puede considerarse cada elongación de la fuente como un desplazamiento con respecto a la posición de equilibrio; según lo anteriormente dicho, cada punto del medio reproducirá estos mismos desplazamientos, es decir, se verá animado por un movimiento oscilatorio del mismo período alrededor de su posición de equilibrio y se dirá que se ha producido una *propagación del movimiento vibratorio*. Esta última se efectúa, como ya se ha visto, con un movimiento uniforme de velocidad V.

Se denomina *longitud de onda* la distancia $\lambda = V \cdot T$ a la cual se propaga la deformación durante un período T de la fuente.

Vibraciones. — Una *vibración* se denomina *transversal* cuando es perpendicular a la dirección de propagación, como es el caso, por ejemplo, de las vibraciones de una cuerda, que son perpendiculares a su dirección. Recibe, en cambio, el calificativo de *longitudinal* si se produce según la dirección de su propagación, como ocurre con las vibraciones de las espiras de un muelle.

Vibraciones transversales. — Sea $s = s_0 \text{ sen } \omega t$ la elongación de la fuente S, en el instante t, con respecto a la posición de equilibrio S_0. El problema consiste en determinar la elongación y de un punto cualquiera M del medio, que se encuentra en el mismo instante a la distancia x de la fuente.

Basta con observar que la elongación de M, en el instante t, es igual a la elongación de la fuente S, en el instante $t - \frac{x}{V}$, puesto que para que la deformación se transmita a M ha sido necesario que transcurra un tiempo $\frac{x}{V}$; la elongación de M en el instante t será, por consiguiente,

$$y = s_0 \text{ sen } \omega\left(t - \frac{x}{V}\right)$$

Teniendo en cuenta que $\omega = \frac{2\pi}{T}$, puede escribirse

$$y = s_0 \text{ sen } 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{VT}\right) \quad \text{o} \quad y = s_0 \text{ sen } 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

Del examen de esta ecuación se deducen algunas propiedades fundamentales :

1.ª Consideremos que en esta ecuación x es conocida y t variable, es decir, veamos lo que ocurre al transcurrir el tiempo en un punto M determinado cuya posición de equilibrio está situada a la distancia x de la fuente; se observará que este punto está animado de un movimiento vibratorio del mismo período y de la misma amplitud que la fuente, pero con un retraso de fase igual a $2\pi \frac{x}{\lambda}$.

2.ª Si consideramos ahora que t es conocida y x variable, lo que equivale a examinar el conjunto de la cuerda en un instante dado por un procedimiento fotográfico, por ejemplo, esta ecuación, que relaciona la elongación y (es decir, la ordenada de los diferentes puntos de la cuerda) con su distancia x a la fuente (o sea, a sus abscisas), no es otra que la ecuación del lugar geométrico formado, en el momento considerado, por los distintos puntos de la cuerda; es, por consiguiente, la propia ecuación de la cuerda en el instante t.

La forma de la ecuación muestra que, en cada instante, la cuerda es una sinusoide.

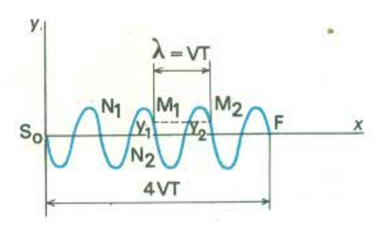


Fig. 174

La figura 174 representa la forma de la cuerda en el instante $t = 4T$, en el cual el punto fuente ha vuelto a su posición de equilibrio S_0, después de haber efectuado cuatro oscilaciones completas, y el punto F, que se encuentra a una distancia $SF = 4VT$ y permanece todavía en reposo, va a empezar a entrar en vibración, constituyendo lo que se denomina el *frente de onda*, que se desplaza con la velocidad de propagación V.

Conviene observar que en este instante, y también en otro cualquiera, todo par de puntos M_1, M_2, cuyas posiciones de equilibrio se encuentran a una distancia mutua $\lambda = VT$ o $k\lambda$ (en donde k es un número entero), tiene las mismas elongaciones $y_1 = y_2$. Esto se debe a que, para estos puntos, la diferencia $x_2 - x_1 = k\lambda$ y, por consiguiente, la diferencia de las fases es $2k\pi$. Análogamente, todo par de puntos N_1, N_2, cuyas posiciones de equilibrio se encuentran a una distancia $\frac{\lambda}{2}$, o de modo más general $(2k + 1)\frac{\lambda}{2}$, presenta a cada instante una diferencia de fases igual a π o a $(2k + 1)\pi$ y, por tanto, las elongaciones son iguales y de sentido contrario.

Si el punto fuente efectúa sólo un número limitado n de oscilaciones, la sinusoide se extiende sólo a un número limitado n de longitudes de onda y constituye lo que se denomina un *tren de ondas*. Si realiza un número indefinido de oscilaciones, la sinusoide es sostenida a partir de la fuente y constituye una *onda*.

Propagación de la onda. — Las ecuaciones de la onda en un instante t_1 y en un instante posterior t_2 son

$$y = s_0 \text{ sen } 2\pi\left(\frac{t_1}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \quad \text{e} \quad y = s_0 \text{ sen } 2\pi\left(\frac{t_2}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

Esta segunda ecuación puede escribirse

$$y = s_0 \text{ sen } 2\pi\left(\frac{t_1}{T} - \frac{x - V(t_2 - t_1)}{VT}\right)$$

En esta forma, se observa que la elongación y, en el instante t_2, de un punto situado a la distancia x de la fuente es la misma, en el instante t_1, que la de un punto situado a una distancia $x - V(t_2 - t_1)$; en el instante t_2, la onda es, por consiguiente, la misma que la del instante t_1 que ha efectuado, en el sentido de la propagación, un desplazamiento de una longitud $V(t_2 - t_1)$; este resultado se expresa diciendo que la onda se propaga con una velocidad V.

Para determinar la forma del medio en un instante cualquiera t, se puede trazar en papel de calcar la onda en un instante anterior t_0 y efectuar, en el sentido de la propagación, una traslación de una longitud igual a $V(t - t_0)$, materializando de este modo la propagación de la onda.

Ejemplo : En la figura 175 se ha trazado, en la parte superior, la forma de la onda en un instante $t_0 = nT$ (n = número entero) y, en la parte inferior, la onda en un instante $t = nT + \frac{T}{4}$; se observará, después de haber

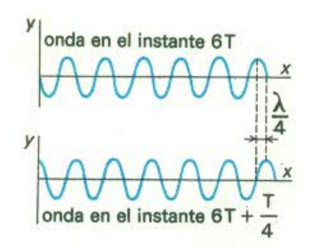


Fig. 175

calcado la primera, que para obtener la segunda basta trasladar el calco $\frac{\lambda}{4}$ en el sentido de la propagación.

Lo que acaba de decirse se aplica a las ondas longitudinales. No obstante, las elongaciones y no son perpendiculares a la dirección de propagación, sino que se producen siguiendo esta dirección; la ecuación general $y = s_0 \operatorname{sen} 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$ permite determinar en cada instante la elongación y de un punto del medio cuya posición de equilibrio está a una distancia x de la fuente, pero ya no representa la forma del medio.

En los problemas relativos a las oscilaciones longitudinales se suele suponer que las oscilaciones son transversales y trazar, con arreglo a esta hipótesis, la curva que representa la onda en el instante considerado. Esta construcción equivale a llevar sobre la ordenada de cada punto del medio la elongación, que se encuentra, en realidad, en el eje de abscisas, a una u otra parte de la posición de equilibrio del punto. Para tener en cuenta el signo de las elongaciones, el sentido positivo de las ordenadas debe corresponder al sentido positivo de las elongaciones que se producen según el eje de abscisas.

Ejemplo : Sea un punto M del medio cuya posición se quiere determinar en el instante $t = 4T$ y cuya posición de equilibrio M_0 está situada a una distancia x de la fuente animada de un movimiento oscilatorio longitudinal. Se

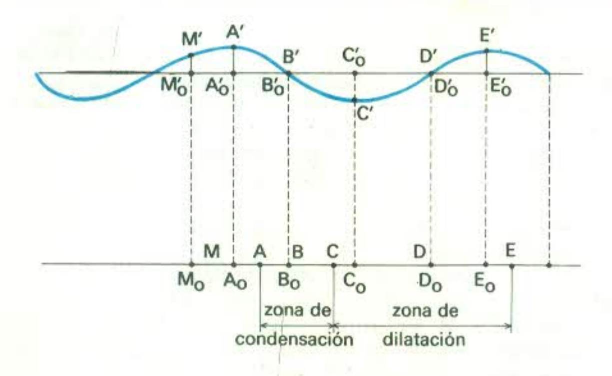


Fig. 176

traza (*fig.* 176) la onda suponiendo que las oscilaciones son transversales y que las elongaciones llevadas sobre las ordenadas positivas corresponden a elongaciones longitudinales contadas positivamente en el sentido de la propagación. La posición del punto M se obtiene llevando $M_0M = M_0'M'$ en el sentido positivo.

Condensación y dilatación. — En la figura 176 se utiliza el mismo procedimiento, es decir, se lleva

$$A_0A = A_0'A',\ B_0B = B_0'B' = 0,\ C_0C = C_0'C',\ D_0D = D_0'D' = 0$$

para representar las posiciones, en el instante t, de los puntos del medio cuyas posiciones de equilibrio son respectivamente A_0, B_0, C_0, D_0. Esta construcción pone de manifiesto un nuevo fenómeno característico de las oscilaciones longitudinales : la distancia AC es menor que A_0C_0. Algunos puntos del medio se encuentran, a causa de la propagación de la onda, más próximos que en el estado de equilibrio. Este acercamiento se produce cuando $AC < A_0C_0$, es decir, cuando $AC - A_0C_0 < 0$, y es tanto más importante cuanto mayor sea la variación de distancia $AC - A_0C_0$ y cuanto menor sea la distancia de equilibrio A_0C_0. Se debe, por consiguiente, considerar la cantidad $-\frac{AC - A_0C_0}{A_0C_0}$, que define lo que se denomina *condensación media* entre los puntos A_0 y C_0.

Si se consideran, de modo más general, dos puntos cuyas abscisas en las posiciones de equilibrio son respectivamente x_1 y x_2 y cuyas elongaciones en el instante t son y_1 e y_2, la condensación media entre ambos en el instante t se expresa por :

$$-\frac{[(x_2 + y_2) - (x_1 + y_1)] - (x_2 - x_1)}{x_2 - x_1} = -\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Se llama *condensación* en un punto M al límite de la condensación media entre dos puntos M_1 y M_2, situados a ambas partes de M, cuando los puntos M_1 y M_2 se aproximan indefinidamente a M, es decir, cuando $\gamma = -\frac{dy}{dx}$. Este valor de la condensación es, en realidad, la derivada (cambiada de signo) de y con respecto a x, lo que da $\gamma = 2\frac{s_0}{\lambda} \cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$.

Cuando γ es positiva se produce, efectivamente, un acercamiento de los puntos del medio, es decir, una verdadera condensación y, si γ es negativa, hay separación de los mismos. Una condensación negativa equivale a una *dilatación*.

Si en la expresión de γ se consideran x fija y t variable, es decir, si se observa lo que sucede en un punto particular al transcurrir el tiempo, se ve que la condensación en un punto varía según una función sinusoidal del tiempo, con el mismo período que la fuente. La condensación en un punto toma, por tanto, alternativamente valores positivos y negativos, lo que significa que en un mismo punto alternan condensaciones y dilataciones, cuya amplitud varía, como lo muestra la fórmula, en razón inversa de la longitud de onda y, por consiguiente, en razón directa de la frecuencia de las oscilaciones del punto fuente.

Si en la expresión de γ se considera t fija y x variable, es decir, si se observa lo que ocurre en los diferentes puntos del medio en un instante determinado, se ve que la condensación es una función sinusoidal de x, de periodicidad λ. La condensación o la dilatación en un instante dado son las mismas en todos los puntos cuyas distancias a la fuente difieren en una longitud de onda o en un número entero de longitudes de onda; en dos puntos, cuyas distancias a la fuente difieren en un número impar de semilongitudes de onda, estos fenómenos tienen amplitudes iguales.

Líneas y superficies de onda. — Se considera ahora, en vez de un medio elástico lineal, una superficie elástica, como la de un líquido. Si un punto S de esta superficie está animado de un movimiento sinusoidal, las oscilaciones se propagan en todas las direcciones a partir de la fuente con la misma velocidad V. En un instante dado, todos los puntos que se encuentran a igual distancia de la fuente tienen la misma elongación, constituyendo lo que se denomina una *línea de onda* circular, cuyas vibraciones están constantemente en fase, y el frente de

onda es una circunferencia de centro S, cuyo radio se dilata a la velocidad V. Estas ondulaciones circulares se observan, por ejemplo, cuando se tira una piedra al agua.

En el caso de un volumen elástico, como un gas, las oscilaciones de la fuente se propagan en todas las direcciones, el frente de onda está constituido por una esfera, cuyo radio se dilata con la velocidad V, y las superficies de onda son esferas cuyo centro es la misma fuente.

Si las oscilaciones son longitudinales, como ocurre con los gases, los fenómenos de dilatación y de condensación corresponden respectivamente a depresiones y sobrepresiones locales.

Interferencias. — Se ha estudiado hasta ahora únicamente el caso sencillo de un solo punto fuente o fuente puntual, pero, cuando dos o varias fuentes puntuales están simultáneamente en acción, se producen fenómenos de gran interés, conocidos con el nombre de *interferencias*. El principio enunciado a continuación explica hechos experimentales.

PRINCIPIO DE LA COMPOSICIÓN DE PEQUEÑOS MOVIMIENTOS. — *Cuando dos o más fuentes animadas de oscilaciones sinusoidales de pequeñas amplitudes actúan simultáneamente en un medio elástico, la elongación de un punto del medio es, en cada instante, la resultante geométrica de las elongaciones que tendría este punto si cada una de las fuentes actuara aisladamente.*

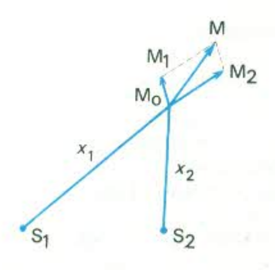


Fig. 177

Ejemplo : Supongamos que un medio elástico (*fig.* 177) está sometido a la acción de dos fuentes S_1 y S_2; sea M_0M_1 la elongación, en un instante t, de un punto M del medio, bajo la sola acción de la fuente S_1, y M_0M_2 la elongación que tendría éste si estuviese bajo la única acción de la fuente S_2. La elongación del punto M sometido a la acción simultánea de las fuentes S_1 y S_2 será M_0M, resultante geométrica de los vectores M_0M_1 y M_0M_2.

Interferencias producidas por dos fuentes de igual período. — Supongamos que las oscilaciones de dos fuentes tienen además direcciones paralelas; en este caso la resultante geométrica equivale a una suma algebraica.

Sea $s_1 = a_1 \cos \omega t$ y $s_2 = a_2 \cos \omega t$ las ecuaciones del movimiento de las dos fuentes S_1 y S_2 (*fig.* 177) que, para mayor sencillez, suponemos en fase. La posición de equilibrio M_0 de un punto del medio se define por las distancias $x_1 = S_1M_0$ y $x_2 = S_2M_0$. Si sólo existiera la fuente S_1, la elongación del punto M en el instante t sería

$$(1) \qquad y_1 = a \cos \omega\left(t - \frac{x_1}{V}\right)$$

Análogamente, si sólo existiera la fuente S_2, la elongación y_2 de M sería

$$(2) \qquad y_2 = a_2 \cos \omega\left(t - \frac{x_2}{V}\right)$$

Cuando las dos fuentes actúan simultáneamente, la elongación del punto M es, de acuerdo con el principio de la composición de pequeños movimientos, la resultante geométrica de las elongaciones, que se confunde en este caso con la suma algebraica, y se tendrá

$$(3) \qquad y = y_1 + y_2 = a_1 \cos \omega\left(t - \frac{x_1}{V}\right) + a_2 \cos \omega\left(t - \frac{x_2}{V}\right)$$

La elongación y es, por consiguiente, la suma algebraica de dos funciones sinusoidales de igual período; este problema ya se ha estudiado y se ha mostrado que, cuando se tienen dos funciones sinusoidales del mismo período $y_1 = a_1 \cos(\omega t + \alpha_1)$ e $y_2 = a_2 \cos(\omega t + \alpha_2)$, la suma $y = y_1 + y_2$ adopta la forma de una función sinusoidal de igual período :

$$y = a \cos(\omega t + \alpha); \quad \text{con} \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{a_1 \operatorname{sen} \alpha_1 + a_2 \operatorname{sen} \alpha_2}{a_1 \cos \alpha_1 + a_2 \cos \alpha_2}$$

$$\text{y} \quad a^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2 \cos(\alpha_2 - \alpha_1)$$

Estas fórmulas dan la solución del problema, si se escribe $\alpha_1 = -\frac{\omega x_1}{V}$ o $\alpha_1 = -2\pi\frac{x_1}{\lambda}$ y $\alpha_2 = -\frac{\omega x_2}{V}$ o $\alpha_2 = -2\pi\frac{x_2}{\lambda}$

$$\text{de donde} \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{a_1 \operatorname{sen} 2\pi\frac{x_1}{\lambda} + a_2 \operatorname{sen} 2\pi\frac{x_2}{\lambda}}{a_1 \cos 2\pi\frac{x_1}{\lambda} + a_2 \cos 2\pi\frac{x_2}{\lambda}}$$

$$\text{y} \quad a^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2 \cos 2\pi\left(\frac{x_2 - x_1}{\lambda}\right)$$

De ello se deduce que cada punto M del medio está animado de un movimiento vibratorio de igual período que cada una de las fuentes, con una diferencia de fase que depende de x_1 y de x_2, es decir, de la posición del punto. La amplitud de las oscilaciones del punto M depende también de su posición; si ésta es tal que $2\pi\frac{x_2 - x_1}{\lambda} = 2k\pi$ o $x_2 - x_1 = k\lambda$ (k = número entero), la amplitud es máxima e igual a la suma de las amplitudes de las dos fuentes.

Para $k = 0$, se tiene $x_2 - x_1 = 0$, relación que se satisface para todos los puntos de la perpendicular o del plano perpendicular a S_1S_2 en su punto medio; para $k = 1$, la ecuación $x_2 - x_1 = \lambda$ define, en un plano que pasa por S_1S_2, una hipérbola de focos S_1 y S_2, siendo la hipérbola el lugar geométrico de los puntos cuya diferencia de distancias a otros dos puntos fijos es constante; en el espacio, la ecuación $x_2 - x_1 = \lambda$ define un hiperboloide de revolución engendrado por la hipérbola anterior al girar alrededor de S_1S_2.

Según se considere un medio elástico plano o un volumen elástico, existirá, por consiguiente, una familia de hipérbolas o de hiperboloides en los cuales las oscilaciones resultantes de las dos fuentes tienen una amplitud máxima igual a la suma de las amplitudes de estas dos últimas.

Si la posición del punto M es tal que

$$\cos 2\pi\frac{x_2 - x_1}{\lambda} = -1$$

lo que se verifica si

$$2\pi\frac{x_2 - x_1}{\lambda} = (2k+1)\pi \quad \text{o} \quad \text{si } x_2 - x_1 = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$$

la amplitud de las oscilaciones resultantes es mínima e igual a la diferencia de las amplitudes de las dos fuentes.

El caso en que las dos fuentes tienen la misma amplitud es interesante, porque todos los puntos cuya diferencia de distancias a las dos fuentes es un número impar de

semilongitudes de onda permanecen constantemente inmóviles, a causa de la interferencia de los pequeños movimientos que efectuarían estos puntos bajo la acción aislada de cada una de las fuentes.

EXPERIMENTO. Estas consecuencias, previstas por la teoría, pueden ponerse fácilmente en evidencia al crear, por ejemplo, dos fuentes del mismo período, de la misma amplitud y de la misma fase colocando en el extremo de una de las ramas de un diapasón una horquilla pequeña



Fig. 178

cuyas puntas S_1 y S_2 (*fig.* 178) golpeen la superficie de un baño de mercurio. En la superficie del baño se dibujan hipérbolas cuyos focos son los dos puntos y, si se coloca un flotador en M, entre las dos hipérbolas de amplitud máxima, se observa que éste no sufre ninguna oscilación.

Generalización. — Se verá más adelante que la producción de un sonido está relacionada con un movimiento oscilatorio y que pueden darse fenómenos de interferencia acústica cuando dos o más fuentes sonoras están simultáneamente en acción. En Óptica aparecen también fenómenos de interferencia luminosa (orificio de Young, espejos de Fresnel) debidos a la superposición de fenómenos vibratorios producidos por dos fuentes que actúan al mismo tiempo.

Reflexión de las ondas. — Anteriormente se ha supuesto que el medio elástico era indefinido y que la onda se propagaba libremente, pero, en la práctica, esto sucede pocas veces y la onda emitida por la fuente tropieza con un obstáculo que limita el medio elástico.

Propagación de un movimiento sobre un extremo fijo. — Consideremos una cuerda de goma fija en un punto O de un muro y sujeta por una mano en el otro extremo. Si se da en S una sacudida a la cuerda, se observa que la deformación producida se propaga hacia la

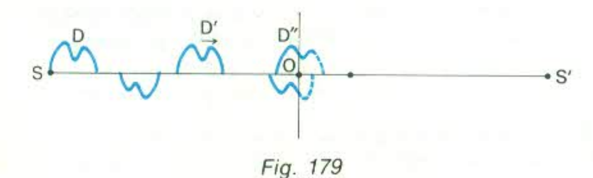


Fig. 179

pared, con una velocidad uniforme V. En la figura 179 se ha representado la deformación en D, en el momento en que acaba de producirse, en D′, un instante después, al llegar a M el frente de la deformación, y, por último, en D″, cuando la deformación alcanza el obstáculo.

Se demuestra experimentalmente que, al entrar en contacto la deformación incidente con el obstáculo, se origina una deformación a la que se da el nombre de *reflejada*. Ésta se desplaza de O a S con la misma velocidad que la deformación incidente y se puede considerar como producida por una fuente S′, simétrica de S con respecto a O, y en oposición de fase con ella.

Si se considera lo que ocurre en el momento en que la deformación incidente ha alcanzado ya el obstáculo (*fig.* 180) y cuando la deformación reflejada ha comenzado a formarse y a regresar, se observa que hay composición de movimientos para todos los puntos

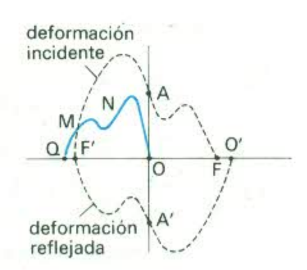


Fig. 180

situados entre O y F′. La forma real del medio está representada por la curva QMNO, cuyas ordenadas son las diferencias entre las ordenadas de la deformación incidente QAF y de la deformación reflejada Q′A′F′; la rama A′F′ es simétrica de AF con respecto a O y, cuando el punto Q de la deformación incidente ha llegado al obstáculo, la deformación reflejada se propaga sin deformación.

Si la fuente puntual envía una onda o un tren de ondas sinusoidales, el resultado es análogo y el fenómeno se desarrolla como si existiera una fuente S′, simétrica de S con respecto al punto fijo O, que efectuase el mismo movimiento, pero en oposición de fase.

Propagación de un movimiento sobre un extremo libre. — Si se efectúa un experimento similar con una cuerda vertical de extremo libre, la deformación producida por la fuente puntual se propaga hacia abajo, reflejándose en el extremo libre y volviendo a subir con la misma velocidad. Esta propagación reflejada se puede considerar como producida por una fuente S′ simétrica de S con respecto al extremo libre de la cuerda y cuyos movimientos estén en fase con los de S.

Ondas estacionarias. — Supongamos que la fuente puntual efectúa una serie indefinida de oscilaciones sinusoidales. En cada punto de la cuerda se produce una composición de las elongaciones de la onda incidente y de la onda reflejada. Consideremos únicamente de momento la composición de estos dos movimientos.

Sea una parte de la cuerda que por el efecto de la vibración incidente adoptara la forma de una sinusoide que se desplazase en un sentido. El efecto de la vibración reflejada le daría la forma de una sinusoide idéntica que se desplazaría con la misma velocidad en el sentido opuesto. Supongamos que en el instante t se confunden

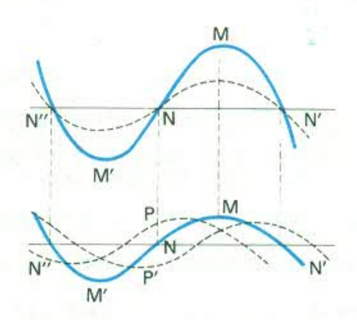


Fig. 181

estas dos sinusoides (*fig.* 181, línea de puntos en la parte superior). Las elongaciones de la cuerda son las sumas de las elongaciones de las dos sinusoides componentes (línea llena). En el instante $t + \Delta t$, las dos sinusoides han efectuado un desplazamiento de la misma longitud $V \Delta t$ en cada sentido, y el aspecto de la cuerda es el que se

representa en la parte inferior de la figura. NP = NP', y el punto N conserva, por consiguiente, una elongación nula, como los puntos N' y N'', llamados *nodos de elongación*, que se escalonan en la cuerda a ambas partes de N, con una equidistancia de $\frac{\lambda}{2}$. Los puntos M y M' siguen teniendo la elongación más importante y reciben el nombre de *vientres de elongación*. Se escalonan en la cuerda y cada dos consecutivos distan $\frac{\lambda}{2}$, hallándose situados a $\frac{\lambda}{4}$ de los dos nodos entre los cuales se encuentran.

En realidad, la vibración reflejada, al llegar a la fuente puntual, se refleja de nuevo, recorre la cuerda en el sentido de la vibración incidente y después vuelve a reflejarse en el otro extremo, y así sucesivamente, produciéndose a cada reflexión cierto amortiguamiento.

En un instante cualquiera, la cuerda no está sometida sólo a la vibración incidente y a la vibración reflejada, sino también a todas las vibraciones reflejadas sucesivas. Los efectos de todas estas ondas se suman en un punto y, en el caso general, se destruyen más o menos completamente.

Si se considera el caso en que la vibración, después de dos reflexiones, está en fase con la vibración incidente, sus efectos se añaden a los producidos por esta última en un punto, sin duplicarlos, por la existencia de un pequeño amortiguamiento. Al cabo de una tercera reflexión, la vibración entra en fase con la primera reflejada y sus efectos se suman también a los de esta última, y así sucesivamente. Esto representa un caso análogo al estudiado al principio del párrafo, es decir, a la composición de dos vibraciones idénticas que se propagan en sentido inverso, pero las elongaciones serán mucho mayores que las de la vibración incidente y la vibración reflejada. La amplitud de los centros de elongación, en particular, será muy superior a la de la fuente, que puede, por consiguiente, considerarse como un nodo.

La cuerda tiene, a cada instante, la forma de una sinusoide, pero ésta no se desplaza a lo largo de aquélla, razón por la cual este fenómeno se ha denominado *ondas estacionarias*.

Es necesario, para obtener ondas estacionarias, que la vibración, después de dos reflexiones, entre de nuevo

O M A

Fig. 182

en fase con la vibración incidente en M (*fig.* 182) y la diferencia de marcha D de aquéllas tendrá, por consiguiente, que ser igual a un número entero de longitudes de ondas. Si se supone el punto A fijo, la reflexión se hace con cambio de signo, lo que corresponde a un recorrido suplementario de $\frac{\lambda}{2}$. Lo mismo ocurrirá para la reflexión en O, fuente puntual. Se tiene

$$D = MA + \frac{\lambda}{2} + AO + \frac{\lambda}{2} + OM = k\lambda$$

Si L es la longitud de la cuerda, se tendrá

$$2L + \lambda = k\lambda \qquad 2L = k'\lambda$$

$$\text{y} \quad L = k'\frac{\lambda}{2}$$

La longitud de la cuerda tendrá, por tanto, que ser igual a un número entero de semilongitudes de onda.

Sea N la frecuencia de la fuente puntual:

$$\lambda = \frac{V}{N}$$

$$L = \frac{k'V}{2N}$$

Si la longitud de la cuerda es fija y la frecuencia N variable, se producirán ondas estacionarias cada vez que $N = \frac{k'V}{2L}$.

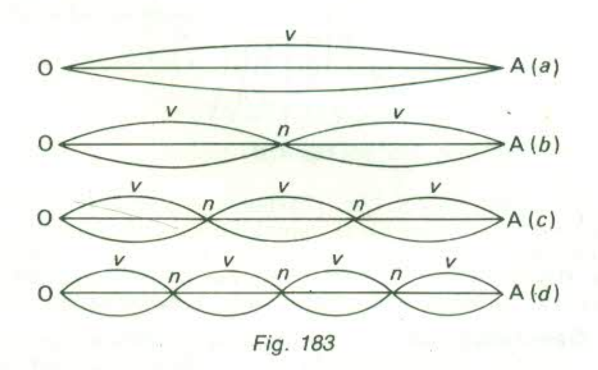


Fig. 183

Según el valor de k', se obtienen las figuras 183.

$k' = 1$ (a)
$k' = 2$ (b)
$k' = 3$ (c)
$k' = 4$ (d), etc.

Puede modificarse también V haciendo variar la tensión de la cuerda.

Estudio analítico. — Consideremos, en primer lugar, el caso en que sólo hay una onda incidente y una onda reflejada.

La reflexión se produce en el punto A fijo. Si este punto fuese variable, la onda incidente procedente de la fuente le comunicaría una elongación que, escogiendo de modo conveniente el origen de tiempos, podría expresarse por

$$y_1 = a \text{ sen } 2\pi \frac{t}{T}$$

Como A es fijo, será necesario que la onda reflejada y_2 tenga una elongación constantemente opuesta

$$y_2 = -a \text{ sen } 2\pi \frac{t}{T}$$

Consideremos un punto M a una distancia x de A. En este punto, la elongación incidente es la que se encontrará en A en el instante $t + \frac{x}{V}$, es decir,

$$y_1 = a \text{ sen } 2\pi \left[\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}\right]$$

La elongación reflejada es la que se encontraba en el punto A en el instante $t - \frac{x}{V}$, es decir,

$$y_2 = -a \text{ sen } 2\pi \left[\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right]$$

El movimiento de M es, por consiguiente,

$$y = y_1 + y_2 = a\left[\text{sen } 2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}\right) - \text{sen } 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)\right]$$

$$y = 2a \text{ sen } 2\pi \frac{x}{\lambda} \times \cos 2\pi \frac{t}{T}$$

El movimiento del punto M es, por tanto, sinusoidal con un período T igual al de la fuente. Su amplitud es

$$A_0 = 2a \text{ sen } 2\pi \frac{x}{\lambda}$$

que sólo depende de la posición de M.

Hay puntos en la cuerda que están constantemente inmóviles; son aquellos para los cuales $A_0 = 0$, es decir,

$$\text{sen } 2\pi \frac{x}{\lambda} = 0 \qquad 2\pi \frac{x}{\lambda} = k\pi$$

$$x = k \frac{\lambda}{2}$$

A es uno de estos puntos, que equidistan entre sí $\frac{\lambda}{2}$. Son los *nodos de elongación*. Los demás puntos tienen movimientos sinusoidales de amplitud no nula. Aquellos cuya amplitud es máxima se denominan *vientres de elongación*, y en ellos

$$\left|\text{sen } 2\pi \frac{x}{\lambda}\right| = 1$$

$$2\pi \frac{x}{\lambda} = (2k + 1) \frac{\pi}{2}$$

$$x = (2k + 1) \frac{\lambda}{4}$$

Equidistan entre sí $\frac{\lambda}{2}$ y están situados en los puntos medios de los intervalos que separan dos nodos consecutivos.

En realidad no existen solamente estas dos ondas, sino que, con la condición anterior de que $L = k' \frac{\lambda}{2}$, se tienen dos ondas idénticas que se propagan en sentidos inversos y, por consiguiente, se calculan análogamente. La única diferencia es que a ya no representa la amplitud del movimiento de la fuente, sino una amplitud que puede ser mucho mayor, por la adición de las vibraciones después de varias reflexiones sucesivas.

Si la reflexión en A se produce en un extremo libre, no hay cambio de signo en A, $y_1 = y_2$, y en M :

$$y = y_1 + y_2 = a\left[\text{sen } 2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}\right) + \text{sen } 2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}\right)\right]$$

$$y = 2a \cos 2\pi \frac{x}{\lambda} \text{ sen } 2\pi \frac{t}{T}$$

y la amplitud del movimiento de M es $A_0 \times 2a \cos 2\pi \frac{x}{\lambda}$.

Se ve que los nodos anteriores se han convertido en vientres, y recíprocamente. Como la reflexión en A se produce sin cambio de signo, y por lo tanto sin que aumente el trayecto $\frac{\lambda}{2}$, la condición de obtención de las ondas estacionarias es $L = (2k - 1) \frac{\lambda}{4}$.

El cálculo analítico muestra, además, que en este movimiento todos los puntos de la cuerda están en fase, lo que justifica el nombre de ondas estacionarias.

22. — Acústica

Reseña histórica. — Fenómenos fundamentales. Producción de los sonidos. Límites de las frecuencias sonoras. Propagación y velocidad del sonido. Velocidad del sonido en el aire. Fórmula de Laplace. Velocidad del sonido en los líquidos y sólidos. Ultrasonidos e infrasonidos. Cualidades del sonido. *Intensidad. Altura o frecuencia. Desplazamientos relativos del observador y de la fuente. Principio de Doppler-Fizeau. Timbre.* Intervalos musicales. *Escalas*. Resonancia. *Resonancia acústica*. Resonadores.

Reseña histórica — Ya en el siglo VI a. de J.C., el griego **Pitágoras** (¿580?-¿500?) empezó a estudiar los fenómenos acústicos, inventando un instrumento, el *monocordio,* con el que podía obtener notas diferentes. El hispanolatino Lucio Anneo **Séneca** (¿4?-65) afirmó que la producción y propagación de los sonidos era posible gracias a la elasticidad del aire.

Las bases de la Acústica moderna fueron sentadas por el inglés Francis **Bacon** (1561-1626) y el italiano **Galileo** (1564-1642). El francés Pierre **Gassendi** (1592-1655) atribuyó la agudeza o gravedad de los sonidos a la mayor o menor frecuencia de vibración, y el alemán Otto de **Guericke** (1602-1686), haciendo experimentos en el vacío, llegó a demostrar que el sonido no se propaga en este medio. Isaac **Newton** (1642-1727) estableció la teoría matemática sobre la transmisión acústica, basándola en la elasticidad. Los ya mencionados Euler, Daniel Bernouilli, D'Alembert, Regnault, Helmholtz, entre otros, contribuyeron también con importantes investigaciones al desarrollo de esta ciencia. Procede señalar igualmente las aportaciones del francés **Laplace** (1749-1827), con la fórmula sobre la velocidad del sonido en los gases, y del austriaco Christian **Doppler** (1803-1853), que descubrió el fenómeno producido por los desplazamientos de la fuente sonora o del observador.

Fenómenos fundamentales. — Se denomina *Acústica* la parte de la Física que estudia los fenómenos, llamados *ruidos* o *sonidos,* percibidos por el sentido del oído. Los primeros corresponden a percepciones auditivas breves, o por lo menos discontinuas, y los segundos permanecen durante cierto tiempo idénticos a sí mismos y producen una sensación musical particular.

Producción de los sonidos. — Es fácil establecer mediante distintos experimentos el siguiente hecho fundamental : *el sonido es producido por un movimiento vibratorio*.

Si se separa de la posición de equilibrio una cuerda de violín o de piano, por ejemplo, y después se deja libre, ésta entra en vibración y se produce un sonido. Los sonidos de la voz se deben a las vibraciones de las cuerdas vocales. Si se golpea un vidrio o una campana de cristal, también hay producción de sonido; las vibraciones del vidrio pueden percibirse por el tacto o al observar los movimientos de un cuerpo ligero y duro, como una bola de acero, colocado dentro de la campana.

Si bien todo sonido es producido por un movimiento vibratorio, la recíproca no es cierta, es decir, que pueden hacerse vibrar, por ejemplo, las dos varillas de unas pinzas sin que se emita un sonido.

Se ha demostrado que el sonido sólo puede percibirse cuando la frecuencia de las vibraciones está comprendida entre ciertos límites, que varían ligeramente de un individuo a otro.

Límites de las frecuencias sonoras. — Para que un sonido pueda percibirse, la frecuencia del movimiento vibratorio que lo produce debe estar comprendida entre 30 y 20 000 períodos por segundo. Los sonidos cuya frecuencia es inferior a 30 se denominan *infrasonidos*, y los de frecuencia superior a 20 000 *ultrasonidos*. Ambas clases de sonidos no son audibles, pero tienen propiedades físicas análogas a las de los demás sonidos.

Propagación y velocidad del sonido. — La *propagación* del movimiento vibratorio sólo puede realizarse si existen uno o varios medios elásticos entre la fuente y el tímpano, membrana tensa situada en el fondo del conducto auditivo externo.

El sonido no se propaga en el vacío, contrariamente a lo que ocurre con la luz. En efecto, si se colocan dentro de una campana un diapasón o un timbre y se les hace vibrar eléctricamente, el sonido deja de percibirse cuando se logra hacer un vacío completo.

En general, el medio elástico que existe entre la fuente vibrante y el pabellón auditivo es el aire, pero éste puede sustituirse por sólidos (si se aplica el oído a la vía del tren, el carril transmite los sonidos o ruidos mejor que el aire) o por líquidos (los peces huyen cuando se hace ruido en la orilla del río y los nadadores oyen debajo del agua).

La transmisión de un sonido, desde la fuente que lo produce hasta el oído, no es instantánea. Así, por ejemplo, se ve el fogonazo que sale de la boca de un cañón antes de oír el ruido, y el relámpago antes del trueno. Existe, por consiguiente, cierta velocidad de propagación del movimiento vibratorio a través del medio interpuesto entre la fuente y el oído que se denomina *velocidad del sonido* en el medio considerado. Si este último es homogéneo, aquélla es uniforme y las ondas se propagan formando esferas cuyo centro es la fuente.

Velocidad del sonido en el aire. — La velocidad de propagación en el aire de un movimiento vibratorio o de cualquier perturbación es independiente de la naturaleza de ésta o de la frecuencia del movimiento vibratorio; así, la audición de una serie de sonidos muy próximos y diferentes de una obra musical, por ejemplo, no se altera por la distancia, lo que demuestra que los intervalos de tiempo que separan la audición de los distintos sonidos son los mismos que los de su emisión.

Para medir la velocidad del sonido se puede, por tanto, utilizar cualquier sonido, pero se suele emplear una señal sonora muy breve, como un cañonazo, por ejemplo.

Se aplica para ello el método siguiente : a cierta distancia del cañón, que se mide con exactitud, se coloca un cronómetro, que se pone en marcha en el instante en que se percibe el fogonazo y se para en el momento en que se oye la detonación. Si D es la distancia del observador al cañón y t el tiempo necesario para que el sonido llegue hasta él, la velocidad del sonido será $V = \frac{D}{t}$. El tiempo que tarda la luz no se tiene en cuenta puesto que es sumamente breve en las distancias utilizadas (unos cuantos kilómetros), al ser muy elevada la velocidad de la luz (300 000 km por segundo).

Las mediciones efectuadas de este modo pueden carecer de exactitud porque el observador no pone en marcha ni para el cronómetro en el momento mismo en que ve la señal luminosa u oye el sonido. Para eliminar esta posibilidad de error, basta con utilizar el método siguiente : al producirse un disparo, se interrumpe un circuito eléctrico, lo que provoca una inscripción en un cilindro registrador, y, al llegar el sonido, se produce en una placa un efecto que rompe un contacto en otro circuito, lo cual se traduce por la grabación de otra señal. El tiempo transcurrido entre las dos señales se calcula registrando simultáneamente las vibraciones de un diapasón de período conocido.

La velocidad del sonido en el aire depende de la temperatura, aumentando aproximadamente en 60 cm/s por cada grado centesimal, y del estado higrométrico del aire, pero muy poco de la presión. Se suelen efectuar las mediciones cuando no hay viento, aunque siempre se puede hacer una corrección para tener en cuenta la velocidad y la dirección de este elemento o eliminar esta causa de inexactitud enviando la señal sonora y recibiéndola alternativamente de dos puestos con un intervalo de tiempo lo suficientemente corto para que pueda considerarse que durante el mismo no ha variado la velocidad del viento, tomando entonces el promedio de los dos resultados.

La velocidad del sonido en el aire seco y a 0 °C es $v_0 = 331{,}4$ m/s y en las condiciones atmosféricas ordinarias 340 m/s aproximadamente.

Fórmula de Laplace. — El físico francés Laplace realizó estudios teóricos que le permitieron establecer la siguiente fórmula para la velocidad del sonido en los gases :

$$V = \sqrt{\gamma \frac{p}{\mu}}$$

En esta fórmula p representa la presión del gas, μ su masa específica, es decir, la masa de la unidad de volumen de gas en las condiciones del experimento, y γ es un coeficiente que depende de la atomicidad del gas, o sea, del número de átomos que contiene una molécula del mismo. Para los gases monoatómicos (gases nobles, vapores metálicos), $\gamma = 1{,}67$; para los diatómicos, como el hidrógeno, nitrógeno, oxígeno y sus mezclas (aire), $\gamma = 1{,}40$ y, para los gases triatómicos (anhídrido carbónico, sulfuro de carbono, etc.), $\gamma = 1{,}32$.

Si se admite esta fórmula, es fácil demostrar que, como se observa experimentalmente, la velocidad del sonido en un gas es independiente de la presión y varía proporcionalmente a la raíz cuadrada del binomio de dilatación. En efecto, si a_0 representa la masa específica del aire en las condiciones normales ($a_0 = 1{,}293$ g/l) y d la densidad del gas con respecto al aire, se tendrá la relación :

$$\mu = a_0 \times d \times \frac{p}{p_0} \times \frac{1}{1 + \alpha t}$$

p_0 representa la presión normal y $\alpha = \frac{1}{273}$ el coeficiente de dilatación.

Para un gas determinado, esta fórmula da

$$V = \sqrt{\gamma \frac{p_0}{a_0} \times \frac{1}{d} (1 + \alpha t)}$$

y la velocidad del sonido a t^0, V_t, es, por consiguiente, $V_t = V_0\sqrt{1 + \alpha t}$; para los gases de la misma atomicidad, se observa que la velocidad del sonido varía en razón inversa de la raíz cuadrada de la densidad del gas.

Estas previsiones teóricas han podido comprobarse mediante un método de medida de la velocidad del sonido que utiliza las propiedades de los tubos sonoros. En el hidrógeno, por ejemplo, la velocidad del sonido es de 1 300 m/s, a 15 °C, y es cuatro veces menor en el oxígeno, cuya densidad con respecto al aire es 16 veces mayor que la del hidrógeno.

Velocidad del sonido en los líquidos y sólidos. — El físico suizo Colladon y el matemático francés de origen helvético Sturm determinaron la velocidad del sonido en el agua gracias a un experimento que llevaron a cabo en el lago de Ginebra. A una distancia conocida anclaron dos barcos, de uno de los cuales colgaba una campana grande, sumergida en el agua, que venía a golpear un martillo en el mismo momento en que una mecha, accionada por el mango del martillo, encendía una pequeña cantidad de pólvora colocada en la parte delantera de la embarcación. En el otro barco, un observador medía el tiempo que transcurría entre el momento en que se divisaba la luz y el momento en que la onda sonora alcanzaba la membrana de una trompeta acústica sumergida en el agua. Se obtuvo una velocidad de 1 485 m/s a la temperatura de 8 °C.

En los sólidos, la velocidad del sonido es todavía mayor. Es aproximadamente de 1 500 m/s para el acero, por ejemplo.

Ultrasonidos e infrasonidos. — Ya se ha dicho, en el párrafo dedicado a los límites de las frecuencias sonoras, que un sonido sólo es percibido por el oído humano si su frecuencia está comprendida entre 30 y 20 000 vibraciones por segundo, pero la frecuencia de las vibraciones de un cuerpo material puede tener un valor cualquiera. Las vibraciones de frecuencia inferior a 30 no producen un sonido musical y se denominan *infrasonidos*. Resulta interesante estudiarlos en relación con la resistencia de los materiales, por las roturas que estos últimos pueden causar por resonancia. El oído no percibe las frecuencias superiores a 20 000, aunque, si éstas son de intensidad suficiente, provocan fatiga y trastornos de la audición. Se les da el nombre de *ultrasonidos* y pueden ser producidas con silbatos, si se desea que la frecuencia no sea demasiado elevada, o con cuarzo piezoeléctrico cuyas vibraciones elásticas son sostenidas por una lámpara de tres electrodos, método que ha permitido conseguir ultrasonidos de frecuencia superior a varios millones. Se reciben en receptores mecánicos, utilizando la presión de radiación que producen o haciéndolas actuar en un segundo cuarzo piezoeléctrico de dimensiones idénticas, cuyas vibraciones excitan mecánicamente, y aumentando con lámparas de tres electrodos las diferencias de potencial correspondientes. Se puede luego hacer que estas tensiones amplificadas actúen sobre un oscilógrafo catódico.

La técnica de los ultrasonidos ha progresado mucho en el transcurso de estos últimos años y las aplicaciones de estas frecuencias son numerosas. Se puede mencionar al respecto el procedimiento de sondeo submarino con aparatos del tipo « Asdic », en el cual un cuarzo emite ultrasonidos que son reflejados por un obstáculo, como el fondo del mar, y recibidos por un receptor colocado al lado del emisor. La medida del tiempo que transcurre entre la ida y la vuelta de las vibraciones permite determinar a qué distancia se encuentra el obstáculo. Los ultrasonidos son superiores en este caso a los sonidos porque pueden ser dirigidos fácilmente en un haz estrecho, lo que limita su debilitación y permite localizar el obstáculo.

Cualidades del sonido. — *Intensidad*. — Las cualidades esenciales del sonido son la *intensidad*, la *altura* y el *timbre*.

La intensidad de un sonido es la mayor o menor fuerza con que éste se percibe. De acuerdo con esta definición, los sonidos se dividen en *fuertes* y *débiles*.

La intensidad del sonido depende de la amplitud de las vibraciones de la fuente que lo produce. El sonido producido por un diapasón, por ejemplo, se debilita a medida que se amortiguan las oscilaciones de este instrumento.

La intensidad de un sonido depende asimismo de la superficie de la fuente sonora. El sonido producido por un diapasón es más fuerte si éste se coloca sobre una mesa o una caja de paredes delgadas que entran en vibración. Se observa que el aumento de la amplitud de la fuente y el de la superficie vibrante provocan un incremento simultáneo de la energía cinética de la masa de aire que está en contacto con ella; esta energía cinética se desarrolla, en efecto, con la masa del aire que se pone en vibración y con su velocidad media, que es proporcional al cuadrado de la amplitud.

La intensidad de percepción de un sonido por el oído depende también de la distancia de la fuente sonora. La energía vibratoria emitida por la fuente se distribuye uniformemente en ondas esféricas cuya superficie aumenta proporcionalmente al cuadrado de los radios; la energía que recibe el oído es, por consiguiente, una fracción de la energía total producida por la fuente y disminuye cuando el oído se aleja; si la distancia se duplica, la energía es cuatro veces menor.

Para evitar esta debilitación se canalizan las ondas por medio de un *tubo acústico* (megáfono) o se aumenta la superficie receptora aplicando al oído una *trompeta acústica*.

Finalmente, la intensidad depende de la naturaleza del medio elástico que se encuentra entre la fuente y el oído. Los medios no elásticos, como la lana, el fieltro, etc., debilitan considerablemente los sonidos.

Altura o frecuencia. — La *altura* de un sonido es el grado de acuidad o de gravedad del mismo. De acuerdo con esta definición, los sonidos se dividen en *agudos* y *graves*.

Se ha demostrado que la altura de un sonido depende de la frecuencia del movimiento vibratorio de la fuente sonora. Los más agudos son los que tienen mayor frecuencia.

Para establecer experimentalmente estos resultados, pueden utilizarse *diapasones*, instrumentos consistentes en una barra de acero encorvada en forma de pinzas, que registran diferentes frecuencias o, sobre todo, una *sirena*, aparato que permite obtener con gran facilidad sonidos de diferentes alturas.

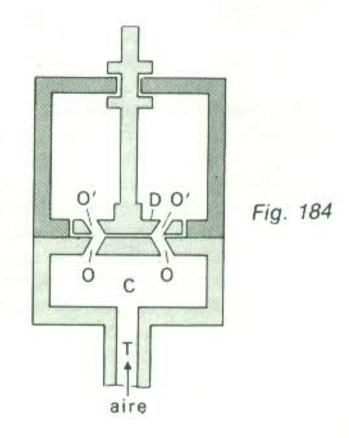


Fig. 184

La sirena (*fig.* 184) se compone de una caja cilíndrica C, en la que desemboca un tubo T. La pared superior de C está perforada por orificios *O*, constituidos por pequeños canales inclinados y dispuestos regularmente en una circunferencia cuyo centro se sitúa en el eje del cilindro. Paralelamente a esta pared, y casi en contacto con la misma, está colocado un disco D, móvil alrededor de un eje *zz'* perpendicular a la pared y atravesado por

canalillos O', cuya inclinación es de sentido contrario a la de los orificios de la caja.

Cuando se deja entrar el aire, éste llega a la paredes de los canalillos inclinados del disco móvil, que se pone en movimiento, y entonces se percibe un sonido, al principio grave y después cada vez más agudo, a medida que aumenta la velocidad de rotación del disco.

El sonido se debe a los escapes bruscos de aire que se producen cada vez que los orificios de la plataforma móvil coinciden con los de la pared superior de la caja.

Cuando la presión del aire es constante, la velocidad de rotación del disco lo es también y la altura del sonido permanece fija. Si n es el número de revoluciones del disco por segundo y p el número de orificios que éste y la pared fija tienen, se producirán p coincidencias en cada vuelta y np por segundo. La frecuencia del sonido emitido será $N = np$.

Se comprueba que la altura del sonido aumenta cuando se incrementa la velocidad de rotación del disco y, por consiguiente, la frecuencia de las vibraciones. Para medir N se cuenta el número p de orificios del disco y se determina el número n de revoluciones por segundo con un *cuentarrevoluciones*, aparato que consiste en un eje con un tornillo sin fin que acciona una rueda dentada; cada vuelta del eje hace que la rueda avance un diente, es decir, una fracción de vuelta, que depende del número de dientes de la rueda. El movimiento de rotación de ésta puede ser lo suficientemente lento para que pueda verse el número de vueltas que da durante un tiempo dado. Para utilizar el cuentarrevoluciones, es necesario que su eje sea solidario del de la plataforma móvil de la sirena.

Con objeto de determinar la frecuencia de un sonido por medio de la sirena, se regula la acción del mecanismo de entrada del aire de tal modo que el sonido emitido tenga la misma altura que el que se estudia; como los dos sonidos tienen la misma frecuencia, se determina, según el método indicado anteriormente, la frecuencia del sonido producido por la sirena.

Desplazamientos relativos del observador y de la fuente. — Principio de Doppler-Fizeau. — Se ha supuesto hasta ahora que la distancia entre el observador y la fuente del sonido permanece invariable, pero es necesario ver lo que sucede cuando no es así.

1.° *Desplazamiento del observador.* Supongamos la fuente S inmóvil y el observador O en movimiento con una velocidad v, que le hace aproximarse o alejarse de la fuente.

a) Si el observador se acerca a la fuente (*fig.* 185 [*a*]), la onda emitida por la fuente se propaga con una velocidad V hacia el observador, que va a su encuentro con la velocidad v; la velocidad del desplazamiento relativo de la onda con respecto al observador es, por consiguiente, $V + v$. Dos máximos sucesivos de la onda están separados por una distancia igual a la longitud de onda λ; si el observador estuviera inmóvil, ambos máximos serían percibidos por su oído con un intervalo

S — ← v O (a)
S — O →v (b)
S →u O (c)
←u S O (d)

Fig. 185

de tiempo $T = \frac{\lambda}{V}$ y la altura de su percepción sería la del sonido emitido, con una frecuencia $N = \frac{1}{T} = \frac{V}{\lambda}$; cuando el observador se dirige hacia la fuente con la velocidad v, dos máximos sucesivos de la onda alcanzan su oído con un intervalo de tiempo $T' = \frac{\lambda}{(V + v)}$ y la frecuencia del sonido oído es $N' = \frac{1}{T'} = \frac{V + v}{\lambda}$ o $N' = N \cdot \frac{V + x}{V}$.

El sonido percibido tiene una frecuencia mayor que la del sonido emitido y parece más agudo, como ocurre, por ejemplo, al acercarse a una locomotora inmóvil que silba.

b) Si el observador se aleja de la fuente inmóvil con una velocidad v, se determina, por un razonamiento idéntico al anterior, que el sonido percibido tiene una frecuencia $N' = N \frac{V - v}{V}$ que es menor que la del sonido emitido y parece más grave (*fig.* 185 [*b*]).

2.° *Desplazamiento de la fuente.* Supongamos ahora que el observador permanece inmóvil y que la fuente se desplaza con una velocidad u, que le hace aproximarse o alejarse del observador.

a) Si la fuente se acerca al observador (*fig.* 185 [*c*]), se cuentan los tiempos a partir del comienzo de una vibración de la fuente (paso del punto fuente por la posición de equilibrio), que se considera como primera vibración. Sea d, en este instante, la distancia entre la fuente y el observador; esta primera vibración llegará al observador en el instante $t_1 = \frac{d}{V}$.

La segunda vibración será emitida por la fuente en el instante T, en el cual la distancia de la fuente al observador será $d - uT$, y será percibida por el observador en el instante $t_2 = T + \frac{d - uT}{V}$. El intervalo de tiempo T' que separa las llegadas al observador de las dos vibraciones sucesivas es $T' = t_2 - t_1 = T + \frac{d - uT}{V} - \frac{d}{V} = T - \frac{uT}{V}$ o $T' = T\frac{V - u}{V}$. La frecuencia aparente es $N' = \frac{1}{T'} = \frac{1}{T} \cdot \frac{V}{V - u}$ o $N' = N \cdot \frac{V}{V - u}$.

El coeficiente $\frac{V}{V - u}$ es mayor que la unidad y, por consiguiente, la frecuencia N' del sonido percibido es mayor que la del sonido emitido N. Este fenómeno es el que observan los viajeros que esperan un tren, si la locomotora entra en la estación silbando.

b) Si la fuente se aleja del observador (*fig.* 185 [*d*]), se demuestra, por un razonamiento análogo, que la frecuencia del sonido percibido es $N' = N \frac{V}{V + u}$.

3.° *Desplazamientos simultáneos de la fuente y del observador.* Al proceder de manera similar, se muestra que, si la fuente y el observador están simultáneamente en movimiento, la frecuencia del sonido resultante se expresa por la fórmula $N' = N \frac{V \pm v}{V \pm u}$.

Timbre. — El *timbre* es la cualidad por la cual se distinguen sonidos producidos por instrumentos diferentes, aunque sean de igual altura e intensidad.

La inscripción de las vibraciones de las fuentes sonoras de timbres diferentes ha permitido determinar la causa de esta distinción. Mientras que la curva que se obtiene registrando los sonidos de un diapasón es una sinusoide, la que representa las vibraciones de una cuerda de violín, por ejemplo, está constituida por ondulaciones periódicas

cuya forma depende, lo mismo que el timbre del sonido emitido, del tipo de cuerda escogido, de la manera cómo se ha pulsado, así como de la forma y naturaleza de la caja de resonancia del violín (*fig.* 186).

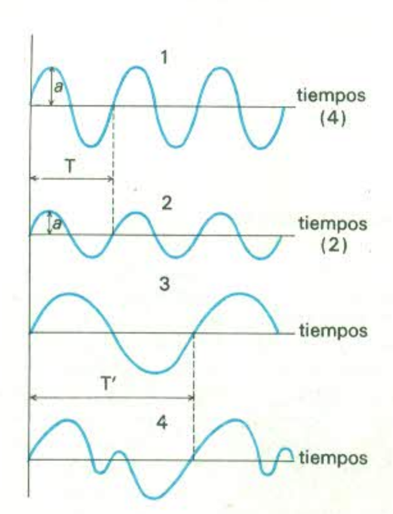


Fig. 186. 1 y 2, inscripción de vibraciones sinusoidales de igual período (igual altura del sonido) y diferentes amplitudes (distintas intensidades del sonido); 3 y 4, sonidos de igual altura y timbres diferentes.

Si las ondulaciones de la curva presentan una o varias periodicidades superpuestas sobre una curva periódica cuyo período corresponde al sonido principal producido por la cuerda, el oído puede distinguir varios sonidos superpuestos; uno de ellos, que tiene la frecuencia más baja y, en general, la intensidad máxima, corresponde al sonido principal o *fundamental*, y los demás, de frecuencias superiores y casi siempre de intensidades menores, se denominan *armónicos*.

El oído percibe el timbre del sonido complejo emitido. Un sonido, con sus armónicos, puede conservar durante toda su emisión una forma periódica, y el oído tiene en este caso una sensación agradable; se dice entonces que el sonido es *musical*. Las frecuencias de los armónicos son múltiplos enteros de la frecuencia que tiene el sonido fundamental.

El timbre de un sonido musical depende del número y de las intensidades relativas de los armónicos que acompañan el sonido fundamental.

Un sonido simple, como el de un diapasón, es pobre, pero la superposición de los primeros armónicos lo enriquece, y unos armónicos elevados demasiado intensos dan un sonido muy agudo, que llega a ser duro más tarde.

Cuando los sonidos auxiliares no son armónicos, el sonido resultante no conserva durante toda su emisión una periodicidad o una altura claramente determinadas y se amortigua bastante rápidamente, pareciéndose por este motivo a ruidos musicales, como ocurre con las placas y membranas vibrantes (platillos, campanas, tambores).

Intervalos musicales. — *Escalas.* — Consideremos una sucesión de sonidos musicales emitidos con cierto ritmo, es decir, una *melodía*. Si se conserva el mismo ritmo sustituyendo todos los sonidos por otros de forma que sigan idénticas las « relaciones » entre las frecuencias de los sonidos sucesivos, el oído tiene la impresión de que la melodía no se ha alterado.

En cambio, una melodía parecería modificada si se reemplazaran todos los sonidos por otros que presentaran entre sí las mismas diferencias de frecuencia. El intervalo de dos sonidos se define, por esta razón, no como la diferencia de sus frecuencias, sino como la relación que existe entre las mismas.

Una melodía se caracteriza, por consiguiente, por el ritmo de la sucesión de los sonidos y por sus intervalos sucesivos.

PROBLEMA. — *Dados tres sonidos designados por los números 1, 2 y 3, determinar el intervalo entre los sonidos 1 y 3, conociendo los intervalos de los sonidos 1 y 2 y 2 y 3.*

Se tendrá, por definición

$$I_{13} = \frac{N_1}{N_3}, \quad I_{12} = \frac{N_1}{N_2} \quad \text{e} \quad I_{23} = \frac{N_2}{N_3}$$

pero

$$\frac{N_1}{N_3} = \frac{N_1}{N_2} \times \frac{N_2}{N_3}$$

de donde

$$I_{13} = I_{12} \times I_{23}$$

Resonancia. — Cuando un péndulo oscila en el aire, la amplitud de sus oscilaciones se reduce poco a poco a causa del frotamiento con el aire, que absorbe energía. Lo mismo ocurre con la amplitud de las vibraciones de una fuente sonora y se manifiesta por una disminución de la intensidad del sonido emitido.

Para mantener constante la amplitud de las oscilaciones de un péndulo o la intensidad de un sonido emitido por una fuente es necesario proporcionar energía capaz de compensar las pérdidas debidas a los frotamientos. Pero la velocidad de un punto de vibración cambia de sentido dos veces por período y, para aumentar la energía cinética de este punto, hace falta que la fuerza que lo mantiene en el momento en que actúa se ejerza en el sentido mismo de la velocidad. Esta fuerza deberá, por consiguiente, estar acorde con el movimiento que tiene que sostener.

Cuando el amortiguamiento es pequeño, un aporte mínimo de energía puede bastar para mantener constante la amplitud e incluso aumentar las vibraciones, si está adecuadamente proporcionado, y se dice en este caso que existe *resonancia*.

Dicha resonancia se produce al empujar progresivamente un columpio mediante impulsos acordes con las oscilaciones, o cuando unos soldados desfilan al paso por un puente, si la cadencia del paso corresponde exactamente al período de oscilación propio del puente.

Resonancia acústica. — Las vibraciones que una fuente sonora comunica al aire pueden amplificar las de una fuente cercana o incluso provocarlas si los períodos de ambas fuentes son iguales o múltiplos enteros uno de otro.

Si se ponen, por ejemplo, dos cuerdas idénticas, a la misma tensión y de igual longitud, una al lado de otra, y se hace vibrar una de ellas, la otra entra en vibración.

Coloquemos ante la abertura de una probeta un diapasón en vibración; si el sonido que emite el tubo constituido por la probeta es más grave que el del diapasón, el tubo no produce sonido pero, al llenar éste progresivamente de agua para disminuir la longitud, se observa que, en un momento determinado, el tubo emite el mismo sonido que el diapasón, incluso cuando éste se aleja.

Resonadores. — Los *resonadores* son cuerpos huecos cuyo aire entra en vibración, poco amortiguada, para una o varias frecuencias muy precisas. Los tubos sonoros, en particular, constituyen resonadores para los sonidos que son capaces de emitir. Estos aparatos se utilizan para reforzar el sonido emitido por una fuente. Al colocar, por ejemplo, un diapasón sobre una caja de resonancia afinada con el sonido que éste emite se aumentará la intensidad del mismo.

Algunos resonadores entran en vibración sólo para un sonido y se emplean para analizar los sonidos complejos, es decir, para determinar en ellos la presencia de determinados armónicos.

Las cajas de resonancia de los instrumentos de música, en cambio, deben ser muy poco selectivas, de forma que no refuercen de manera desigual algunos sonidos o armónicos.

La boca del hombre puede adoptar numerosas formas diferentes y por este motivo, actúa exactamente como un resonador en el caso de los distintos sonidos que son emitidos por la voz.

Óptica

Reseña histórica. — Los pensadores y filósofos de la Antigüedad defendieron teorías muy diversas acerca de la naturaleza de la luz y de los fenómenos luminosos. La escuela de PLATÓN (s. IV a. de J. C.) conocía ya la propagación rectilínea de la luz y la igualdad entre el ángulo de incidencia y el de reflexión, y el matemático griego EUCLIDES (450-380 a. de J. C.) se refirió a la refracción en la obra *Óptica,* en la cual se incluía la *Catóptrica*, trabajo que fue desarrollado en el siglo II de nuestra era por Claudio PTOLOMEO, quien midió la desviación del rayo cuando pasa del aire al agua o al vidrio.

A partir del Renacimiento, la Óptica recibió un gran impulso. Leonardo de **Vinci** (1452-1519) fue el precursor de la cámara oscura, realizada más tarde por Giambattista **Della Porta** (1538-1615), inventor también de la linterna mágica. Al holandés Zacharias **Jansen** (1580-¿1638?) se atribuye la fabricación del primer anteojo de aproximación o de larga vista y del microscopio, mientras que su compatriota Hans **Lippershey** (¿1570?-1619) concibió la primera lente binocular, que posteriormente se llamó *anteojo de Galileo*. René **Descartes** (1596-1650) estableció las leyes de la refracción y descubrió asimismo las propiedades de las lentes y la aberración de esfericidad. Isaac **Newton** (1642-1727) estudió la aberración de refrangibilidad y construyó el telescopio de espejo que, con el anteojo astronómico del alemán Johannes **Kepler** (1571-1630), completó la serie de instrumentos ópticos existentes para la exploración de los espacios siderales.

A estos descubrimientos capitales, que ampliaron considerablemente el campo de la Óptica geométrica, se sumaron las primeras investigaciones sobre la Óptica física, desconocida hasta entonces. Así, el francés Nicolas de **Malebranche** (1638-1715), seguido luego por Huygens, Euler y Young, concibió una teoría ondulatoria relativa a la naturaleza de la luz, opuesta al sistema de emisión vigente desde la Antigüedad y defendido incluso por el propio Newton, que permitía explicar los fenómenos de difracción. El francés Augustin-Jean **Fresnel** (1788-1827) se basó en ella y creó un dispositivo, llamado *espejo de Fresnel,* destinado a la producción de franjas de interferencia, con el cual demostró que sólo la teoría ondulatoria podía explicar este fenómeno. Léon **Foucault** (1819-1868), natural del mismo país, midió la velocidad de la luz y el escocés James C. **Maxwell** (1831-1879) estableció la correlación entre ésta y los fenómenos electromagnéticos, llegando a prever la existencia de ondas de esta naturaleza, descubiertas posteriormente por el alemán Heinrich **Hertz** (1857-1894).

Los estudios de Albert **Einstein** (1879-1955) acerca de la emisión fotoeléctrica, difícilmente explicable por la teoría ondulatoria, hicieron reaparecer en el año 1905 la vieja polémica mantenida entre los partidarios de esta última y los defensores de la emisión corpuscular de la luz, pero el físico francés Louis **de Broglie,** nacido en 1892, llegó a conciliar ambas doctrinas con la creación de la Mecánica ondulatoria.

23. — Propagación de la luz y Fotometría

Fuentes luminosas. Propagación rectilínea. Sombras propias o proyectadas y penumbras. Fases de la Luna. Eclipses. *De Luna. De Sol.* Cámara oscura. Velocidad de la luz. *Determinación mediante observaciones astronómicas. Método de la rueda dentada. Método del espejo rotatorio.* Fotometría. Goniómetros.

Fuentes luminosas. — Cuando se enciende por la noche una lámpara en una habitación, la luz se propaga por toda la estancia y permite distinguir los objetos que en la misma se encuentran. Durante el día, la luz emitida por el Sol llena, de modo análogo, el espacio entero. El Sol y las lámparas son *fuentes luminosas*.

Cuando se pone entre el ojo de un observador y una fuente luminosa un cartón espeso, un libro o un objeto de madera o de metal, la luz es completamente detenida por este obstáculo, constituido por cuerpos *opacos*. Si éstos se sustituyen por una hoja de papel delgado, vidrio esmerilado o porcelana fina, se percibe la luz sin poder distinguir la fuente; estos objetos, que no impiden totalmente el paso de la luz, se denominan *translúcidos*. Al colocar, en el mismo sitio, un cristal, una hoja de mica o una botella llena de un líquido, como el agua, alcohol,

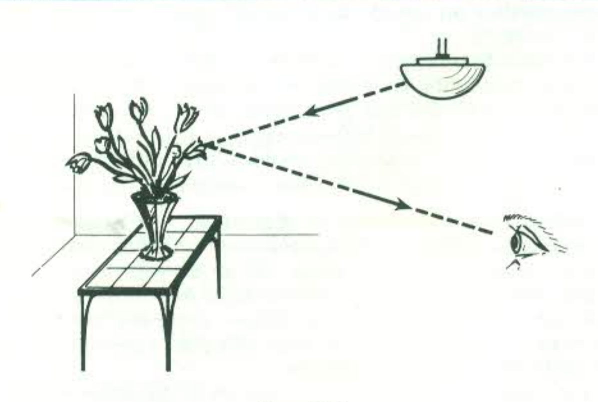


Fig. 187

aceite o vino, se ve perfectamente la fuente luminosa, porque estos cuerpos son *transparentes*.

Los distintos cuerpos existentes se dejan, por consiguiente, atravesar por la luz más o menos fácilmente y, cuando no constituyen un obstáculo entre la fuente luminosa y el ojo, son también visibles, puesto que envían en todas las direcciones la luz que reciben, es decir, la difunden o reflejan (*fig.* 187). Las paredes, el techo y el suelo difunden gran parte de la luz que emiten las lámparas o que entra por las ventanas y, de modo análogo, las nubes y las moléculas del aire atmosférico difunden la luz del Sol en todas las direcciones. La impresión de que la luz llena el espacio y baña los objetos en él situados se debe a estas múltiples difusiones y reflexiones.

Propagación rectilínea. — La luz emitida por las distintas fuentes atraviesa espacios más o menos extensos antes de tropezar con objetos de diferentes opacidades. Para saber cómo se propaga se realiza el experimento que se explicará a continuación.

Se toma como fuente luminosa la lámpara eléctrica de un faro de automóvil, porque, al tener un filamento muy corto y ser muy pequeña e intensa, puede compararse con un punto luminoso (fuente puntual). Se coloca un objeto opaco entre ésta y una pared o una pantalla blanca y se observa que todo el espacio situado detrás del objeto deja de recibir luz, encontrándose de este modo en la sombra, y que aparece en la pantalla una sombra oscura muy delimitada, cuyo contorno puede dibujarse con un lápiz. Si se extiende un hilo entre la lámpara apagada y cualquier punto del contorno así trazado, se ve que toca el cuerpo opaco en un punto, es decir, que le es tangente. La luz se ha propagado, por consiguiente, en línea recta y el hilo tenso representa un rayo de luz.

Se obtiene el mismo resultado confeccionando con un cartón opaco dos diafragmas O y O', que se disponen uno detrás de otro de forma que pueda verse la llama de una vela encendida. Si se apaga esta última y se introduce en O y O' una regla larga, delgada y perfectamente recta

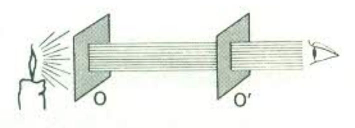


Fig. 188

(*fig.* 188), se observa que, al deslizarse, este instrumento llega a tocar la mecha. La luz se desplaza, por consiguiente, en línea recta y los rayos emitidos por una fuente luminosa son rectilíneos. Los que atraviesan los diafragmas constituyen lo que se llama un *haz*.

Sin tratar de averiguar cuál es la naturaleza de la luz, ni el mecanismo de su emisión o de su propagación, se sentará como principio que, en un espacio homogéneo, la luz se desplaza en línea recta.

El estudio de las consecuencias del principio de la propagación rectilínea de la luz es el objeto de la *Óptica geométrica*.

Sombras propias o proyectadas y penumbras. — Si se ilumina un cuerpo opaco C, de forma cualquiera, con una fuente luminosa puntual S, se observa que ésta es el vértice de un cono cuyos rayos son tangentes al cuerpo. Los puntos, situados dentro del cono y detrás del objeto opaco, no reciben luz alguna y se encuentran en el cono de sombra proyectada. La intersección de este cono con una pantalla cualquiera es una zona oscura, llamada *sombra proyectada*. El cono es tangente al cuerpo C según una línea que separa la parte iluminada de aquella otra que se halla situada en la sombra (*fig.* 189).

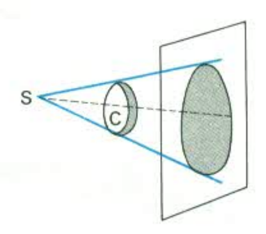


Fig. 189

El fenómeno es más complicado cuando la fuente luminosa, en vez de ser puntual, tiene dimensiones apreciables en comparación con los objetos iluminados. En el caso de una lámpara situada en un globo opalino o esmerilado (*fig.* 190), por ejemplo, las sombras son más

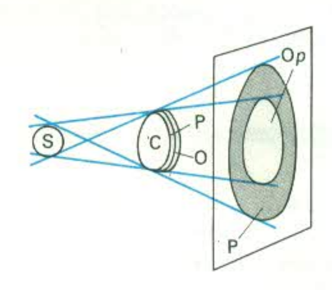


Fig. 190. O. Sombra propia; Op. Sombra proyectada; P. Penumbra.

suaves y de contornos menos precisos, y se pasa gradualmente de la oscuridad a plena luz. Se puede, en efecto, trazar dos conos tangentes, llamados también circunstritos, a la fuente S y al objeto opaco C. Sigue existiendo un cono de sombra proyectada en el que no penetra la luz, pero los puntos situados entre ambos conos están en parte iluminados y no ven completamente la fuente; se dice que están situados en la *penumbra*. Los dos conos determinan en el propio cuerpo dos curvas de contacto que definen tres zonas; la primera, de iluminación plena, desde la cual se ve enteramente la fuente; la segunda, de penumbra, situada entre ambas curvas, en la cual la iluminación es menor y la fuente no es totalmente visible; y, por último, la de sombra, desde la cual la fuente es invisible.

Fases de la Luna. — La Luna gira alrededor de la Tierra aproximadamente en veintiocho días. Recibe luz del Sol y sólo son visibles desde nuestro planeta las partes

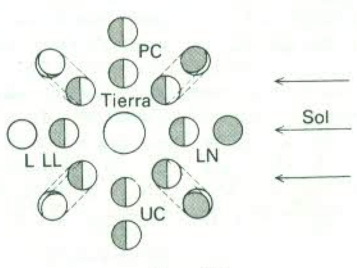


Fig. 191

iluminadas por este astro. La figura 191 muestra las formas aparentes de la Luna, denominadas *fases*, según las diferentes posiciones que ésta ocupa sobre su órbita.

Eclipses. — *De Luna.* — El Sol, al iluminar la Tierra, produce detrás de ella un cono de sombra. Como la distancia entre los dos astros es sumamente grande, la zona de penumbra es muy reducida. Cuando la Luna llena penetra completa o parcialmente en este cono, deja de ser completamente visible y se dice que hay *eclipse total* o *parcial* (*fig.* 192).

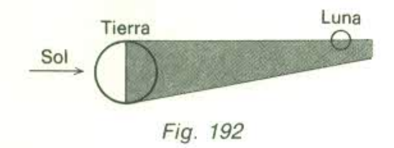


Fig. 192

De Sol. — Detrás de la Luna, iluminada por el Sol, se encuentra también un cono de sombra. Cuando éste o su prolongación alcanzan la Tierra durante la Luna nueva, el Sol es invisible en estas zonas y hay eclipse. Si es la prolongación del cono de sombra la que encuantra la Tierra, se puede ver todavía una parte del Sol que tiene forma de anillo, y el eclipse es *anular* (*fig.* 193).



Fig. 193. Eclipse total y eclipse anular de Sol.

Cámara oscura. — Si se sustituye en una caja paralelepipédica de paredes opacas uno de los lados por un vidrio esmerilado y se hace una abertura muy pequeña en la pared opuesta, se obtiene una *cámara oscura.* Esta denominación se explica porque, en el siglo XII o XIII, se utilizaba con el mismo objeto una habitación cuyas aberturas estaban todas cerradas, pero que tenía un orificio en una persiana de madera. El observador, situado en esta verdadera cámara oscura, miraba la pared opuesta al orificio, que desempeñaba el mismo papel que la pantalla de vidrio esmerilado.

Cuando se dirige esta caja hacia un objeto o hacia un paisaje bien iluminado, se observa en el vidrio esmerilado

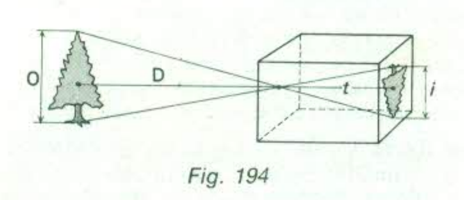


Fig. 194

una imagen invertida (*fig.* 194). Un punto cualquiera del objeto que difunde la luz en todas las direcciones, o un haz muy estrecho de luz que penetra en el instrumento, produce una pequeña mancha luminosa en el vidrio. La imagen que aparece es tanto más clara, aunque menos iluminada, cuanto menor es la abertura y tiene un tamaño que depende a la vez de la distancia entre el objeto y la abertura y de la dimensión de la cámara oscura. Si llamamos O la longitud del objeto, *i* la de la imagen, D la distancia del objeto y *t* la dimensión de la cámara, se tendrá, en virtud de la semejanza de triángulos, $i = \mathrm{O} \cdot \frac{t}{\mathrm{D}}$.

Como los puntos situados encima de la abertura producen pequeñas manchas luminosas en la parte inferior, es evidente que la imagen es invertida y que la parte izquierda del objeto corresponde a la derecha.

Resulta fácil darse cuenta de que, si el orificio es muy pequeño, la forma que éste tiene no ejerce ninguna influencia. Si, en vez de ser vertical, la pantalla de observación se coloca oblicuamente, la imagen observada se deforma y un círculo, por ejemplo, se convierte en una elipse. Es lo que ocurre con los rayos solares que, al pasar por los intersticios situados entre las hojas de los árboles, forman manchas elípticas en el suelo.

Velocidad de la luz. — *Determinación mediante observaciones astronómicas.* — El astrónomo danés Olaf ROEMER fue el primero en determinar aproximadamente, en 1676, la velocidad de la luz. Trabajaba entonces con el científico francés CASSINI en el Observatorio de París e hizo este descubrimiento al observar el eclipse de los satélites de Júpiter (*fig.* 195).

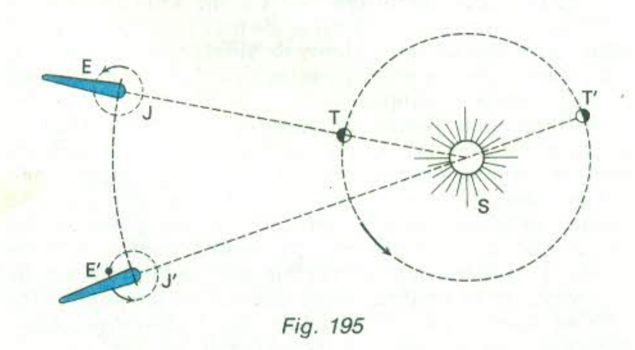


Fig. 195

El primer satélite de Júpiter penetra en la sombra proyectada por el planeta a intervalos de tiempo iguales $t = 42$ h 28 m 36 s. Si se considera el instante E de una primera inmersión, cuando Júpiter está en J y la Tierra en T, y luego una segunda inmersión, en el momento en que estos astros están respectivamente en J' y T', es decir, cuando la distancia de la Tierra a Júpiter ha aumentado en una longitud igual a todo el diámetro de la órbita terrestre, el tiempo transcurrido entre las dos observaciones es $\mathrm{T} = nt + \theta$, donde n es el número de eclipses que se han producido durante el desplazamiento TT' de la Tierra y θ corresponde al tiempo que ha tardado la luz en recorrer el diámetro D de la órbita terrestre. La velocidad de la luz será, por consiguiente, $c = \frac{\mathrm{D}}{\theta}$·

Roemer encontró que $\theta = 1\,002$ s, lo que da para la velocidad de la luz en el vacío $c = 298\,800$ km/s.

El astrónomo inglés James BRADLEY confirmó este valor en 1828 gracias a la «aberración de las estrellas fijas», fenómeno por el cual éstas parecen describir en un movimiento anual una elipse cuyo diámetro aparente del eje menor es igual, según la teoría, al cociente entre la velocidad de la Tierra y la velocidad de la luz, y encontró $c = 298\,500$ km/s.

En el siglo XIX, los físicos franceses Hippolyte FIZEAU y Léon FOUCAULT inventaron aparatos para medir la velocidad de la luz en el aire, de la cual se deduce la velocidad de la luz en el vacío multiplicando el resultado obtenido por el índice de refracción del aire que es aproximadamente de 1,000 3, es decir, añadiéndole unos 85 km/s.

Método de la rueda dentada. — En este método, utilizado por primera vez por Fizeau en 1849, el tiempo *t*, que tarda la luz en ir de una fuente luminosa a un espejo situado a varios kilómetros y volver a la misma fuente S, se mide por el tiempo *t'* necesario para que una rueda dentada avance medio diente. Cuando estos tiempos son iguales y si los entrantes y los dientes de la rueda tienen la misma anchura, todo rayo transmitido a la ida por un

entrante encuentra a la vuelta un diente y no se percibe imagen de retorno. Cuando t' es mayor o menor que t, reaparece el haz de retorno. La velocidad de la rueda dentada se escoge de forma que se tenga un eclipse completo y se mide esta velocidad de rotación. Si la rueda da N revoluciones por segundo y tiene p dientes, se tendrá $t' = \frac{1}{2Np}$.

Si la distancia que existe entre la fuente luminosa y el espejo es D, $t = \frac{2D}{V}$.

En el eclipse se tendrá $\frac{2D}{V} = \frac{1}{2Np}$ y $V = 4NpD$.

Se puede aumentar la velocidad N y observar un eclipse k que corresponda al paso de $k - \frac{1}{2}$ dientes entre la ida y la vuelta de la luz. Se tendrá en este caso $V = \frac{4NpD}{2k-1}$.

La observación del eclipse es más precisa entonces, ya que se necesita una variación relativa de la velocidad menor para que reaparezca el haz de retorno.

Como la distancia D debe ser muy grande, el haz de retorno es pequeño y es necesario utilizar una fuente muy intensa (imagen del Sol, arco eléctrico). El físico Alfred CORNU, con objeto de evitar las pérdidas de flujo luminoso entre la ida y la vuelta, utilizó dos lentes para que el haz fuera paralelo entre la fuente y el espejo (*fig.* 196).

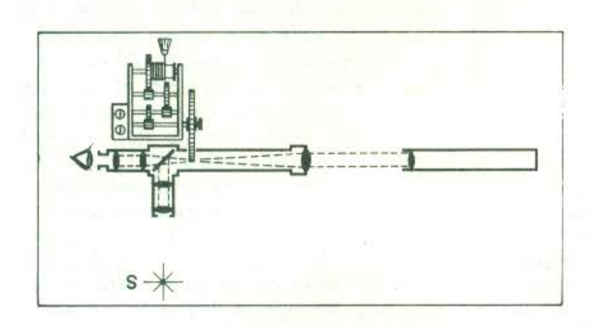


Fig. 196. Dispositivo del método de la rueda dentada.

Los resultados encontrados fueron

1849 Fizeau	(D = 8 633 m)	V = 315 000 km/s;
1876 Cornu	(D = 23 km)	V = 300 400 km/s;
1902 Perrotin	(D = 46 km k = 32)	V = 299 880 km/s.

Método del espejo rotatorio. — En este método, utilizado por primera vez por Léon Foucault en 1862, la luz emitida por una rendija S es reflejada por un espejo rotatorio T, situado en el centro de un espejo cóncavo M. Una lente L da una imagen S_1 de la fuente S, que el espejo T envía a M. Cuando la luz reflejada a la ida por el espejo T vuelve a éste después de haber recorrido la distancia $2TM = 2D$, al cabo de un tiempo $t = \frac{2D}{V}$, si V es la velocidad de la luz, el espejo habrá girado un ángulo α y proporcionará una imagen S_2 de S′ tal que el ángulo $\widehat{S_1TS_2} = 2\alpha = \beta$.

Si el espejo T gira con movimiento uniforme, α es constante y S_2 permanece fija, mientras que S′ describe el espejo M. Después de pasar por la lente L, los rayos luminosos forman una imagen S″ de la rendija S, distinta de esta última, que Foucault enviaba a un lado gracias a un espejo no plateado G, midiendo luego la distancia AB = SS″ con un ocular micrométrico L′ (*fig.* 197).

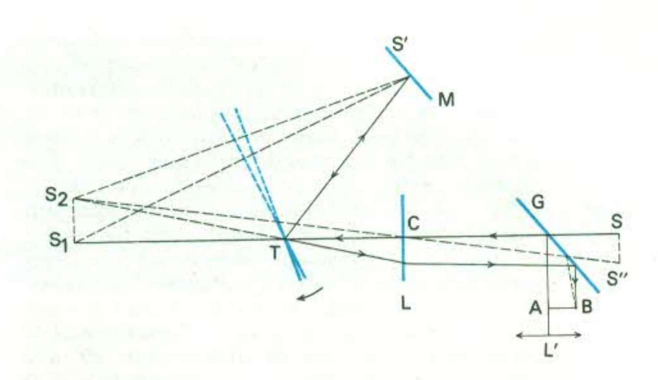


Fig. 197. Método empleado por primera vez en el año 1862 por el físico francés Léon Foucault para medir con precisión la velocidad que tiene la luz.

La distancia D es muy grande con respecto a LT; LL′ forma un anteojo que mide el ángulo $2\alpha = \beta$, bajo el cual se ven dos puntos alejados S_1S_2 del centro óptico C por su objetivo L. Si el espejo T da n vueltas por segundo, gira $\alpha = 2\pi nt$ en un tiempo $t = \frac{2D}{V}$,

$$\alpha = 2\pi n \frac{2D}{V}, \quad \beta = 8\pi n \frac{D}{V} \quad \text{y} \quad V = \frac{8\pi n D}{\beta}$$

En la experiencia de Foucault, $n = 800$, $D = 20\ m$ y $\beta = 4'\ 8''$; por consiguiente V = 298 000 km/s.

El método fue modificado por los norteamericanos Simon NEWCOMB y Albert MICHELSON, que encontraron los resultados siguientes :

1882 Newcomb	(D = 3 700 m)	V = 299 860 km/s
1926 Michelson	(D = 35 000 m)	V = 299 796 km/s

Este último método ha proporcionado hasta ahora los resultados más similares y, por tanto, más seguros. Al no parecer dudoso el valor de estos resultados, se admite que la velocidad de la luz en el vacío es c = 299 800 km/s, con un error inferior a 1/10 000.

Fotometría. — Las diferentes fuentes de luz no tienen todas la misma intensidad y la determinación de esta magnitud se realiza gracias a la parte de la Física llamada *Fotometría.*

La primera unidad de intensidad luminosa escogida fue la *bujía internacional* (b. I.). Corresponde aproximadamente a $\frac{1}{20}$ de la unidad indicada por el físico francés Jules VIOLLE en 1881, que equivale a la intensidad luminosa irradiada por un centímetro cuadrado de platino en su punto de fusión, es decir, a 1 773,5 °C. Alemania adoptó una unidad menor, la *bujía Hefner*, igual a 0,9 bujías internacionales y materializada por una llama de 40 mm producida por una lámpara de gasolina que quema acetato de amilo.

En 1940, la bujía internacional fue sustituida por otra, denominada *candela*, que difiere muy poco de la anterior.

1 candela = 0,98 b. I.

Una superficie de 1 cm^2 del radiador integral o cuerpo negro (dispositivo que tiene la propiedad de absorber completamente las radiaciones) a la temperatura de fusión del platino (1 773,5 °C) irradia normalmente 60 candelas.

Los patrones luminosos son lámparas eléctricas de filamento de carbono o tungsteno, alimentadas por corriente continua a tensiones determinadas.

La intensidad luminosa de una lámpara se mide comparando la iluminación que produce sobre una

superficie blanca con la que proporciona una lámpara patrón de intensidad conocida. Si se examinan superficies adyacentes, que reciben la luz de dos fuentes diferentes, podrá observarse que una está más iluminada que la otra o que ambas lo están de igual manera, pero no será posible decir que una lo está dos o tres veces más que la otra. Las medidas fotométricas son, por consiguiente, delicadas y, como la iluminación o la cantidad de luz recibida por una superficie disminuye al alejarse la fuente, una de las dos fuentes luminosas se aleja o se aproxima de tal forma que las dos superficies contiguas estén igualmente iluminadas.

Si se conocen las distancias, se puede obtener el valor de la intensidad luminosa aplicando la ley fundamental de la Fotometría, según la cual la *iluminación de una superficie varía en razón inversa del cuadrado de su distancia a la fuente.* Esta última se comprueba muy fácilmente al efectuar el experimento consistente en tomar como superficies iluminadas las dos caras de un gran prisma de mármol (*fig.* 198). Se coloca en un lado

S d d' S' I I'

Fig. 198

una vela a un metro de distancia y se observa que hay que disponer cuatro velas a dos metros de la otra cara para tener iluminaciones iguales. Llamando I e I' a las intensidades luminosas así obtenidas, y *d* y *d'* a las distancias, se tendrá

$$\frac{I'}{I} = \frac{d'^2}{d^2}, \quad \text{puesto que} \quad \frac{I'}{I} = 4 \quad y \quad \frac{d'}{d} = 2$$

Esta relación se escribe en la forma $\frac{I}{d^2} = \frac{I'}{d'^2}$ y permite calcular la intensidad de I' cuando se conocen la de la lámpara patrón y las distancias *d* y *d'*. El instrumento formado por las dos superficies se denomina *fotómetro*, y las dos fuentes que se comparan se desplazan sobre un aparato provisto de soportes corredizos llamado *banco de óptica*.

El fotómetro puede reemplazarse por una *pila termoeléctrica*, conectada a un galvanómetro o a un milivoltímetro. Ésta adquiere la misma sensibilidad espectral que el ojo humano si se coloca entre ella y la fuente luminosa una cubeta con un líquido coloreado. Las desviaciones del instrumento de medida son proporcionales a las intensidades luminosas.

También se utilizan *células fotoeléctricas* de selenio u óxido de cobre montadas directamente en miliamperímetros. Las intensidades eléctricas medidas siguen siendo proporcionales, en ciertas condiciones, a las intensidades luminosas.

El cociente de la intensidad luminosa por el cuadrado de la distancia entre la fuente y la superficie da el valor de la iluminación de esta última. La unidad de iluminación, denominada *lux*, es la que produce una bujía internacional, o una candela, colocada a un metro de la superficie. La iluminación de una mesa, por ejemplo, debe ser de 20 a 25 lux para que una persona pueda leer sin cansarse los ojos. De día, la de una sala bien iluminada alcanza 100 lux, y en pleno sol, un día de verano, se puede llegar a 100 000 lux.

Suele considerarse, además de las magnitudes fotométricas de intensidad e iluminación, el *flujo luminoso*, que es la cantidad de luz irradiada en el espacio.

Si se coloca una fuente luminosa de intensidad I en el centro de una esfera de radio R, cada punto de ésta recibirá una iluminación $\frac{I}{R^2}$; la cantidad total de luz irradiada por la fuente es el producto de la iluminación por la superficie de la esfera $4\pi R^2$ y el flujo F será, por tanto, $\frac{I}{R^2} \times 4\pi R^2$, o sea, $4\pi I$. La unidad de flujo, llamada *lumen*, es, por consiguiente, la cantidad de luz que recibe una superficie de un metro cuadrado iluminado por un lux. El flujo luminoso total de una lámpara eléctrica de 50 bujías sería de $4\pi \times 50$ si la lámpara tuviera la misma intensidad en todas las direcciones, pero sólo alcanza $10 \times 50 = 500$ lúmenes, porque el máximo de emisión se efectúa horizontalmente (esta intensidad horizontal es la que indican los fabricantes). Para hacer fotografías a la luz artificial se emplean de 12 000 a 60 000 lúmenes, y la intensidad horizontal de las lámparas utilizadas es de 1 200 a 1 600 bujías.

El ojo, órgano sumamente sensible, soporta iluminaciones de valores tan extremos como 100 000 lux a pleno sol, 0,2 lux con luna llena y $\frac{1}{3\,000}$ de lux en una noche sin luna y, si estuviera bien protegido de las luces parásitas, podría distinguir una vela situada a 27 km.

Goniómetros. — Los *goniómetros* son instrumentos que sirven para medir ángulos. Constan de un círculo graduado con una platina en el centro en la que se coloca el prisma cuyos ángulos quieren medirse. Alrededor del eje del círculo puede girar un anteojo astronómico, y un *colimador*, también móvil alrededor del centro del círculo, ilumina el sistema. Este instrumento está formado por una rendija vertical fina colocada en el foco de una lente convergente y envía un haz de rayos paralelos que se reflejan en las caras del prisma.

Para medir un ángulo se ilumina la arista con el colimador (*fig.* 199); los rayos se reflejan en dos haces que se recogen sucesivamente en el anteojo, en el cual se percibe una imagen clara de la rendija del colimador, porque los rayos reflejados son paralelos y, al converger en el foco del objetivo del anteojo, forman una imagen de la rendija ampliada por el ocular. Si A es el ángulo del prisma, se demuestra fácilmente que el anteojo ha girado un ángulo 2A, al pasar de la posición 1 a la posición 2. Si se mide la desviación mínima D que sufre un rayo refractado por un prisma de ángulo A, puede calcularse el índice de refracción por la fórmula

$$n = \frac{\operatorname{sen} \frac{A + D}{2}}{\operatorname{sen} \frac{A}{2}}$$

El colimador puede iluminarse por radiaciones monocromáticas, de manera que el goniómetro permite medir la dispersión de los vidrios y sólidos transparentes, es decir, los índices de refracción que corresponden a los diversos colores simples del espectro.

Para obtener el índice de los líquidos se usan *refractómetros*, aparatos formados por recipientes prismáticos de líquidos y sistemas compensadores, que están graduados en índices como los termómetros lo están en grados.

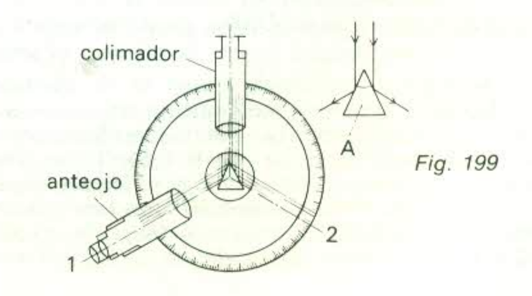


Fig. 199

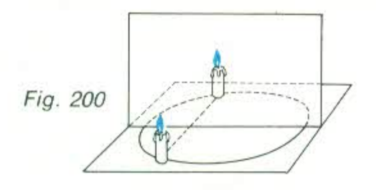
24. — Reflexión de la luz

Espejos planos. Imágenes producidas por un espejo plano. Leyes de la reflexión. Propiedades de las imágenes producidas por los espejos planos. Campo de un espejo. Espejos esféricos. Espejos cóncavos. *Estudio experimental. Teoría*. Reflexión de rayos paralelos. Imagen de un punto. *Fórmula de los espejos*. Construcción gráfica de la imagen de un objeto. Aumento lineal. Aplicaciones de los espejos cóncavos. Espejos convexos. Aplicaciones de los espejos convexos. Espejos parabólicos.

Espejos planos. — Cuando la luz se encuentra con un cuerpo cualquiera, se difunde parcial o totalmente en todas las direcciones, pero, si incide en una superficie pulimentada, la de un espejo, por ejemplo, esta última devuelve el rayo luminoso en una dirección única, que depende de la posición del mismo con respecto a la superficie. Se dice en este caso que el rayo se ha reflejado. Los espejos suelen ser planos y los primeros construidos, que se remontan a épocas muy remotas, se construyeron con metal pulido. Se fabricaron con cristal cubierto de una amalgama de estaño mucho más tarde y, desde hace menos de un siglo, se revisten con una fina capa de plata que se deposita por vía química.

Los cristales o espejos planos tienen la propiedad de reproducir la imagen de los objetos situados delante de ellos, y los sabios de la Antigüedad descubrieron las leyes de la reflexión al estudiar este fenómeno.

Imágenes producidas por un espejo plano. — Se trazan, en un plano horizontal, una circunferencia y un diámetro a lo largo del cual se dispone verticalmente un espejo no plateado (*fig.* 200). Se toman dos velas o bujías


Fig. 200

de igual diámetro y longitud y se coloca una de ellas en la circunferencia ante el espejo, que dará por reflexión la imagen del objeto. Se sitúa la otra de forma que se superponga a la imagen observada en el espejo y, cuando se ha obtenido esta coincidencia, se comprueba que la segunda vela se encuentra en el círculo, en la intersección de la perpendicular trazada sobre el diámetro a partir de la primera. Hay, por consiguiente, simetría con respecto al plano del espejo. Se observa, además, que las distancias entre las dos velas y el espejo son las mismas y que la imagen es igual al objeto.

Dicho de otra forma, los rayos luminosos, después de reflejados por un espejo plano, parecen proceder de puntos del espacio situados detrás del espejo y simétricos

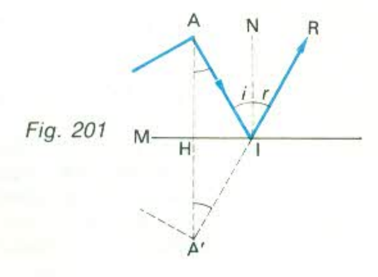


Fig. 201

del objeto. Un rayo luminoso trazado desde el punto A y que llega al espejo M en el punto I se refleja según la recta IR como si viniera del punto A', que se halla en la perpendicular AH en un lugar tal que A'H = AH (*fig.* 201).

Se traza en I la perpendicular IN, llamada también *normal*, al plano del espejo; el rayo AI se denomina *rayo incidente*, I es el *punto de incidencia*, el plano AIN, perpendicular al espejo y que contiene a la vez el rayo y la perpendicular, se llama *plano de incidencia*, el ángulo $\widehat{AIN}$ recibe el nombre de *ángulo de incidencia* $\hat{i}$ y el ángulo $\widehat{RIN}$, formado por el rayo reflejado y la normal, el de *ángulo de reflexión* $\hat{r}$.

Leyes de la reflexión. — Establecidas estas definiciones, se observa en la figura 201 que la perpendicular AHA' se encuentra también en el plano de incidencia, que contiene, por consiguiente, el punto A', imagen de A. *El rayo reflejado A'IR, que tiene dos de sus puntos A' e I en el plano de incidencia, está contenido completamente en dicho plano,* según la primera ley de la reflexión.

Por otra parte, los triángulos rectángulos AHI y A'HI, que tienen un cateto común HI y los lados AH y A'H iguales, son idénticos. Los ángulos $\widehat{HAI}$ y $\widehat{HA'I}$ lo son también, pero los ángulos $\hat{i}$ y $\widehat{HAI}$ son iguales por ser alternos, mientras que los ángulos $\hat{r}$ y $\widehat{HA'I}$ lo son como correspondientes; por consiguiente, *el ángulo de incidencia es igual al ángulo de reflexión,* lo que constituye la segunda ley de la reflexión.

En resumen, el rayo incidente y el rayo reflejado se encuentran en un mismo plano, perpendicular a la superficie reflectora, y forman ángulos iguales con la normal a esta superficie en el punto de incidencia.

Propiedades de las imágenes producidas por los espejos planos. — Los rayos reflejados por los espejos planos parecen proceder de imágenes situadas detrás de estos últimos. Al carecer de existencia real, las imágenes reciben el calificativo de *virtuales*.

Si se considera, en la figura 201, un rayo incidente RIA' dirigido hacia A', se observa que es detenido por el espejo en I y reflejado según IA, de forma que A representa una imagen, esta vez real, del objeto virtual A'.

La propiedad que tiene la luz de circular a lo largo de los rayos luminosos, en ambos sentidos, sin que cambie de recorrido, constituye lo que se denomina *principio del retorno inverso de la luz*.

Se verá más adelante que, en un sistema óptico cualquiera, una imagen y su objeto se conjugan, es decir que, si se coloca un objeto en el lugar en que aparecía la imagen, la nueva imagen se encuentra en el sitio en que estaba situado el objeto. Si unos rayos luminosos que convergen en el mismo punto son detenidos por un espejo plano, convergerán después de reflexión y formarán un verdadero punto luminoso, que es una imagen real.

Las imágenes producidas por los espejos planos tienen las mismas dimensiones que los objetos correspondientes,

aunque de ello no se deduce que sean iguales. El objeto y la imagen no pueden superponerse, pero son simétricos con respecto a un plano, como lo son la mano derecha y la mano izquierda. Resulta por ello que un texto escrito o impreso no puede leerse mediante reflexión en un espejo; pero, si los rayos luminosos se reflejan una segunda vez en otro espejo, la imagen se vuelve a invertir y, de este modo, el texto se hace legible.

Campo de un espejo. — Un espejo sólo da la imagen de una parte limitada del espacio situado ante él; ésta, visible por reflexión y denominada *campo del espejo*, depende de la posición del observador y de las dimensiones del espejo. Los únicos rayos incidentes que penetran en el ojo O del observador, previa reflexión, son naturalmente los dirigidos hacia O', imagen de O en el espejo, y los objetos visibles en el campo del espejo son, por consiguiente, los situados en el tronco de cono o de pirámide, de vértice O', circunscrito al espejo (*fig.* 202).

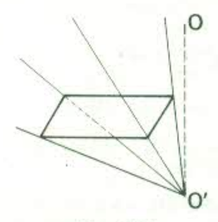


Fig. 202

Espejos esféricos. — Entre los espejos de superficie reflectora curva, los más sencillos son los esféricos. Se trata de casquetes esféricos de metal o de vidrio plateado, que se clasifican, según que la superficie pulimentada sea hueca o bombeada, en *cóncavos* y *convexos*, respectivamente. Se denomina *eje óptico principal* la recta que pasa por el centro C de la esfera y es perpendicular al plano base del casquete y que atraviesa el espejo en el polo o vértice S (*fig.* 203).

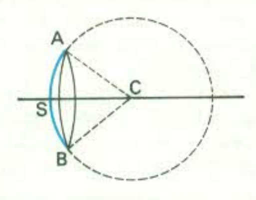


Fig. 203

Espejos cóncavos. — *Estudio experimental.* — En el estudio de estos espejos, como en el de los planos, se empezará por determinar experimentalmente la naturaleza, posición y magnitud de las imágenes.

La *abertura* del espejo o su *diámetro* es el diámetro AB del círculo base, y la *abertura angular* es el ángulo $\widehat{ACB}$. Este estudio se limitará a los espejos de pequeña abertura, con diámetro inferior a la mitad del radio de la esfera, es decir, que corresponda a un ángulo menor que 20 a 25°.

1.° Se toma un objeto muy luminoso, como una lámpara eléctrica, que se coloca a gran distancia del espejo. Se considera, en estas condiciones, que dicho objeto está infinitamente alejado del espejo o que está situado en el infinito (para ello basta que el objeto se encuentre a una distancia comprendida entre 50 y 100 veces el radio de curvatura del espejo). Se reciben los rayos reflejados en una pequeña pantalla de cartón blanco, y se observa que a la mitad de la distancia entre el centro del espejo y su vértice se tiene una imagen muy clara, pero muy *pequeña* e *invertida*, de la lámpara y de los objetos situados a su alrededor. La nitidez máxima se obtiene cuando la pantalla es perpendicular al eje óptico que pasa por la lámpara. El plano, en el que se encuentran las imágenes de todos los puntos infinitamente alejados, se denomina *plano focal* del espejo.

2.° Si se aproxima el objeto al espejo, la imagen permanece al principio en el plano focal y, cuando aquél se acerca bastante, ésta se aleja lentamente del espejo yendo hacia el objeto.

La imagen que aparece en la pantalla es siempre invertida y se va haciendo cada vez mayor (*fig.* 204).

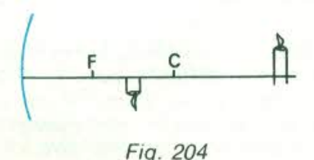


Fig. 204

3.° Cuando el objeto llega al plano frontal, es decir, perpendicular al eje óptico que pasa por el centro C del espejo, la pantalla donde se recibe la imagen debe estar situada en el mismo plano. Esta imagen, siempre invertida (*fig.* 205), tiene exactamente la misma dimensión que el objeto.

4.° Si se continúa aproximándose el objeto, la imagen, siempre invertida, se aleja cada vez más rápidamente y llega a hacerse incluso mayor que el objeto.

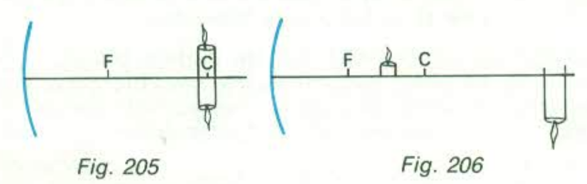


Fig. 205 Fig. 206

5.° Cuando el objeto se encuentra en el plano focal, la imagen se halla en el infinito y, al tener un tamaño muy grande, es muy poco luminosa.

Los apartados 4.° y 5.° dan, por consiguiente, resultados que coinciden con el principio del retorno inverso de la luz, relativo a la intercambiabilidad de la imagen y el objeto (*fig.* 206).

6.° Cuando el objeto sobrepasa el plano focal al aproximarse al espejo, no es posible recoger en una pantalla la imagen, que se hace virtual, mientras que, hasta ese momento, era real. Si el observador se coloca de forma que reciba en el ojo una parte de los rayos reflejados, ve una imagen todavía mayor que el objeto, pero del mismo sentido, es decir, derecha, y que disminuye cuando el objeto se acerca al espejo (*fig.* 207).

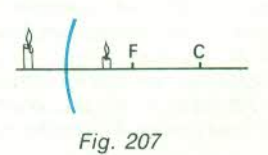


Fig. 207

El espejo cóncavo puede dar, por consiguiente, imágenes reales o virtuales y éstas se desplazan siempre en sentido inverso al del objeto.

Se denomina *distancia* o *longitud focal* (f) la mitad del radio de curvatura R del espejo.

El aumento lineal es la relación entre las dimensiones de la imagen y del objeto para las diversas distancias p que separan el objeto y el espejo. Esta relación será negativa si la imagen se encuentra invertida, como sucede cuando p varía entre f y el infinito, representado por el signo ∞.

Teoría. — Con la aplicación de las leyes de la reflexión a los espejos esféricos cóncavos se obtiene la dirección de los rayos reflejados y, por tanto, los resultados de los experimentos anteriores. La teoría lleva, además, a fórmulas matemáticas y construcciones gráficas que determinan la posición, la dimensión y el sentido de la imagen.

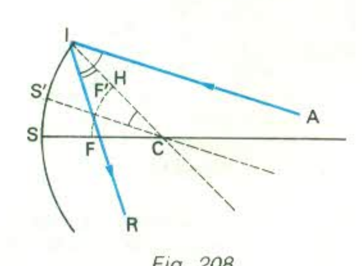


Fig. 208

Sea M un espejo esférico (*fig.* 208) de centro C y vértice S, con un rayo incidente AI procedente del objeto A, situado cerca del eje óptico, que encuentra el espejo en I. Para determinar el ángulo de incidencia, se traza la normal a la superficie en el punto I; los radios que, por encontrarse en una esfera, son perpendiculares a los planos tangentes, corresponden a las normales buscadas. El rayo reflejado IR tendrá, por consiguiente, que estar en el plano AIC, que se tomará como plano de la figura, y deberá formar con IC un ángulo $\widehat{RIC}$ igual al $\widehat{AIC}$. Para encontrar más fácilmente la dirección del rayo reflejado, se traza por el centro C un radio CS' paralelo al rayo luminoso incidente AI (CS' es un eje óptico secundario). El rayo reflejado IR corta CS' en F', que está situado casi en el punto medio de CS'. En efecto, los ángulos $\widehat{AIC}$ e $\widehat{ICS'}$ son iguales por alternos internos, el triángulo ICF' es isósceles y F'C = IF'. Si se traza desde F' la perpendicular F'H a IC, se tendrá $IH = HC = \frac{R}{2}$, siendo R el radio de la esfera; en el triángulo IF'C, F'C difiere muy poco de HC y, por lo tanto, de $\frac{R}{2}$, y F' está muy cerca del punto medio de S'C. En el triángulo HCF', HC es igual a F'C cos ICF', de modo que, si $\widehat{i}$ es el ángulo de incidencia,

$$HC = \frac{R}{2} = F'C \cos \widehat{i}$$

y

$$F'C = \frac{R}{2 \cos \widehat{i}}$$

En virtud de la hipótesis formulada, la abertura del espejo es pequeña, y el ángulo $\widehat{i} = \widehat{ICS'}$ es inferior a la semiabertura angular y menor, por consiguiente, de 10^0, lo que significa que cos $\widehat{i}$ está comprendido entre cos 0^0 y cos 10^0, o sea entre 1 y 0,985.

F'C, que es igual a $\frac{R}{2}$ cuando $\widehat{i}$ es muy pequeño y próximo de 0^0, aumenta ligeramente hasta $\frac{R}{2} \times 1{,}015$ cuando $\widehat{i}$ vale 10^0, que corresponde ya a un ángulo de cierta magnitud.

Reflexión de rayos paralelos. — Si se considera ahora un haz de rayos paralelos AI, les corresponderán ángulos de incidencia que varían entre 0 y algunos grados, y el cálculo anterior demuestra que los rayos reflejados pasarán todos por F' o por puntos muy próximos a éste. Toda luz reflejada se concentrará, por tanto, en F', que por esta razón se denomina *foco*.

Cuando los rayos luminosos incidentes son paralelos al eje óptico principal, los reflejados pasan todos por el punto F (o muy cerca de él) situado en el eje, a la mitad de la distancia que separa el centro y el vértice. F es el *foco principal*.

El conjunto de los focos constituye, por consiguiente, una pequeña porción de esfera de centro C y de radio igual a $\frac{R}{2}$, es decir, a f, distancia focal. Esta pequeña porción de esfera puede asimilarse al plano focal en el que se forman las imágenes de los puntos infinitamente alejados que envían al espejo rayos sensiblemente paralelos.

Imagen de un punto. — *Fórmula de los espejos.* — Existe una fórmula fundamental que establece una relación entre las distancias de un punto y su imagen y la distancia focal.

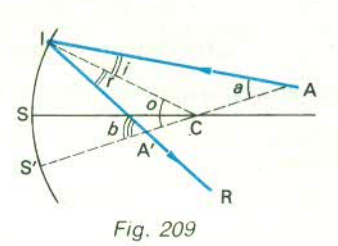


Fig. 209

Considérese un punto A, próximo al eje óptico de un espejo, al cual envía un haz de rayos luminosos (*fig.* 209). Entre estos últimos, el que pasa por el centro C del espejo es perpendicular a la superficie y tiene ángulos de incidencia y de reflexión nulos. Se refleja, por tanto, volviendo sobre sí mismo.

Si existe la imagen A' del punto A, ésta debe encontrarse en el eje secundario ACS', y basta mostrar que un rayo reflejado cualquiera IR corta este eje en un punto A' fijo. Sea la figura 209, el ángulo $\widehat{ICS'} = \widehat{o}$, exterior al triángulo AIC, es igual a la suma de los dos ángulos interiores no adyacentes :

$$\widehat{o} = \widehat{i} + \widehat{a} \quad \text{o} \quad \widehat{i} = \widehat{o} - \widehat{a}$$

Análogamente, en el triángulo ICA' :

$$\widehat{b} = \widehat{r} + \widehat{o} \quad \text{o} \quad \widehat{r} = \widehat{b} - \widehat{o}$$

pero $\widehat{i} = \widehat{r}$ y, por consiguiente, $\widehat{o} - \widehat{a} = \widehat{b} - \widehat{o}$, o también $\widehat{a} + \widehat{b} = 2\widehat{o}$.

Como todos estos ángulos son pequeños — inferiores, por ejemplo, a 10^0 —, los arcos de los círculos que puedan trazarse a partir de los centros A y A', con radios respectivos AS' y A'S, se confunden prácticamente con el arco S'I.

Sea ahora CI = CS = R, S'A = p, S'A' = p'; se tendrá

$$S'I = \widehat{o} \cdot R = \widehat{a} \cdot p = \widehat{b} \cdot p'$$

$$\widehat{a} = \widehat{o}\,\frac{R}{p} \quad \text{y} \quad \widehat{b} = \widehat{o} \cdot \frac{R}{p'}$$

pero $\widehat{a} + \widehat{b} = 2\widehat{o}$ y, por consiguiente,

$$\widehat{o} \cdot \frac{R}{p} + \widehat{o} \cdot \frac{R}{p'} = 2\widehat{o}$$

Si se divide por el producto $\widehat{o} \cdot R$, se obtendrá finalmente la ecuación

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{2}{R}$$

o, como el radio R vale dos veces la distancia focal f,

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}=\frac{1}{f}$$

Ésta es la *fórmula de los espejos*, que permite calcular $p' = S'A'$:

$$\frac{1}{p'}=\frac{1}{f}-\frac{1}{p}=\frac{p-f}{pf}$$

$$\text{o} \quad p'=\frac{pf}{p-f}=\frac{f}{1-\frac{f}{p}}$$

que muestra que la posición de A' no depende del punto de incidencia I (siempre que se tenga presente la restricción relativa a los ángulos de abertura $\widehat{o}$ y de incidencia $\widehat{i}$). Todos los rayos procedentes de A pasarán, después de reflejados, por el punto A', imagen de A, y queda establecida la fórmula que relaciona las distancias p y p' que separan el objeto y su imagen del espejo.

Si se da a p diferentes valores, pueden calcularse los que corresponden a p' y los resultados obtenidos son esencialmente los siguientes :

1.° Cuando p es infinitamente grande ($p = \infty$), la fracción $\frac{f}{p}$ es infinitamente pequeña, es decir, nula, y

$$p'=\frac{f}{1-\frac{f}{p}}=f;$$

2.° Cuando p está comprendido entre $2f$ y el infinito, los valores de p' se sitúan entre $2f$ y f;

3.° Si $p = 2f$, $p' = 2f$, y el objeto y la imagen están a la misma distancia del espejo;

4.° Si p es inferior a $2f$, pero mayor que f, p' permanece superior a $2f$;

5.° Cuando p es exactamente igual a f, p' es infinito;

6.° Finalmente, si p es menor que f, p' es negativo, es decir, que la imagen es virtual y se forma detrás del espejo.

Construcción gráfica de la imagen de un objeto. — Sea un objeto AB, perpendicular al eje óptico de un espejo cóncavo M. Como se demuestra experimentalmente que la imagen es también perpendicular a este eje, basta determinar la imagen de un punto del objeto A

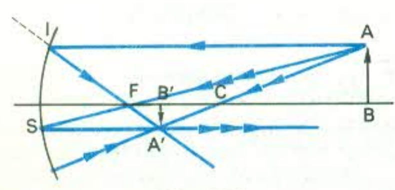


Fig. 210

(*fig.* 210). Este punto A envía al espejo un haz luminoso, tres de cuyos rayos son especialmente interesantes : el que pasa por el centro C de la esfera y se refleja sobre sí mismo, por ser normal a la superficie; el paralelo al eje óptico del espejo, que se refleja al pasar por el foco principal F, situado en el punto medio de SC: y el que pasa por el foco F y se refleja, por consiguiente, paralelamente al eje óptico. Los tres rayos reflejados se cortan en el punto A', imagen de A, y la imagen del objeto AB es A'B'. Por otra parte, para encontrar el punto A', es necesario considerar sólo dos de los tres rayos indicados, cualesquiera que sean.

Puede observarse que el rayo paralelo al eje y el reflejado son completamente independientes de la distancia del objeto al espejo; cuando ésta varía, la imagen del punto A se desplaza a lo largo de la recta IF y se encuentran representados de una manera gráfica los

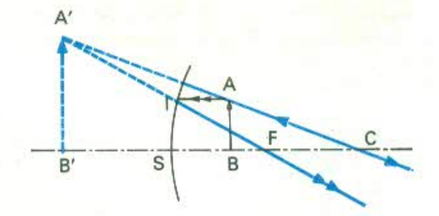


Fig. 211

seis casos estudiados anteriormente. En la figura 211 se ve que, cuando el objeto está situado entre el espejo y el plano focal, la imagen es virtual y derecha.

Aumento lineal. — Sea A'B' la imagen de un objeto AB dada por un espejo cóncavo M. El rayo incidente AS se refleja según SA', y los ángulos $\widehat{ASC}$ y $\widehat{CSA'}$ son, por consiguiente, iguales, en virtud de la ley de reflexión. Los dos triángulos ABS y A'B'S son, por tanto, semejantes :

$$\frac{A'B'}{AB}=\frac{SB'}{SB}$$

si $A'B' = i$ y $AB = o$, el aumento lineal es el cociente $g=\frac{i}{o}$. Se observa que, al ser la imagen invertida, el cociente $\frac{i}{o}$ debe ser negativo, mientras que p y p' son ambos positivos :

$$g=\frac{i}{o}=-\frac{p'}{p}$$

o, teniendo en cuenta la fórmula de los espejos (*fig.* 212),

$$g=\frac{i}{o}=-\frac{f}{p-f}$$

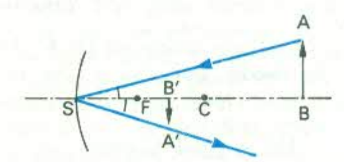


Fig. 212

El aumento lineal se hace positivo, es decir, la imagen es derecha, cuando p' o p son negativos, o sea, si la imagen o el objeto son virtuales.

Aplicaciones de los espejos cóncavos. — 1.° Si se coloca una lámpara eléctrica en el foco de un espejo cóncavo, se obtiene un haz de rayos paralelos al eje y se puede constituir así un *proyector*; pero, como la propiedad del foco se verifica de modo riguroso únicamente para espejos de poca abertura, sólo se refleja una parte bastante pequeña de la luz incidente. Por ello, se prefiere utilizar para los proyectores los espejos parabólicos, que se estudiarán más adelante.

2.° El objeto y su imagen en un espejo cóncavo se encuentran en un mismo plano cuando el primero está en el centro. Este fenómeno se aprovecha en ciertas lámparas de incandescencia con una ampolla esférica plateada en un solo hemisferio y un filamento situado en el centro de la misma, de tal manera que se obtiene al lado

del filamento su propia imagen y, en la dirección del eje óptico del reflector, casi se duplica la intensidad de la lámpara.

3.° Cuando un objeto está situado entre su foco y el vértice de un espejo cóncavo, la imagen es virtual y aumentada. Esta característica se utiliza en los cuartos de baño para obtener una imagen ampliada de la cara, colocando la cabeza entre el foco y el espejo.

Espejos convexos. — Los espejos esféricos que reflejan los rayos por la cara convexa reciben el nombre de *convexos*. Las imágenes que dan no son reales sino virtuales, derechas y más pequeñas que el objeto.

Los rayos paralelos se reflejan como si procedieran de un foco situado en el eje secundario paralelo a los rayos incidentes, pero este foco es, en este caso, virtual, y los rayos reflejados divergen. Puede hacerse el mismo razonamiento que para los espejos cóncavos. Un punto A tiene su imagen virtual A′ en el eje secundario AC; se considera que $SB = p$ y $SB' = p'$, observando que, si se escoge como sentido positivo el inverso de la luz incidente (es decir, desde S hacia A), tanto p' como la longitud focal SF son negativos; se obtiene de nuevo (*fig.* 213) la relación

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f}$$

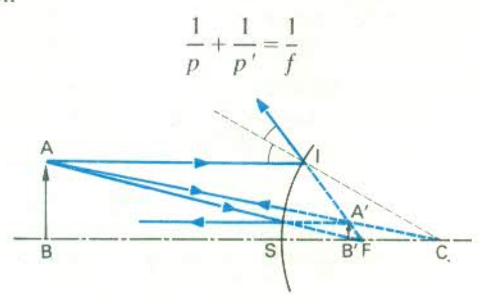


Fig. 213

La construcción de la imagen de una recta AB se efectúa por medio de los mismos rayos que en el caso de los espejos cóncavos : el rayo AC, dirigido hacia el centro, que se refleja sobre sí mismo; el rayo AI, paralelo al eje, que, después de reflejarse, parece proceder del foco F; y el rayo AF, dirigido hacia el foco, que no lo alcanza y se refleja paralelamente al eje. La imagen A′ se encuentra en la intersección de los tres rayos reflejados; A′B′ es derecha, menor que el objeto, virtual y situada entre el foco y el espejo (cualquiera que sea la distancia del objeto AB, la imagen A′ se halla en la recta FI). En virtud del principio del retorno inverso de la luz, un objeto virtual situado en A′B′, entre C y F, tendrá una imagen real. Para constituir un objeto virtual se utiliza un espejo cóncavo auxiliar que dé del objeto AB una imagen real A′B′ y se coloca después (*fig.* 214) el espejo cóncavo de manera que intercepte los rayos reflejados, impidiendo la

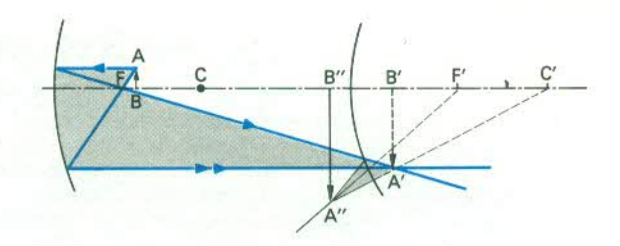


Fig. 214

formación de A′B′. El aumento lineal $g = \frac{i}{o}$ sigue siendo igual a $-\frac{p'}{p}$ ó a $\frac{-f}{p-f}$ y, cuando p varía desde 0 hasta el infinito, es siempre positivo e inferior a 1.

Aplicaciones de los espejos convexos. — Como estos espejos tienen un campo muy amplio y dan imágenes pequeñas y derechas, se utilizan sobre todo como retrovisores en los automóviles y también como espejos de bolsillo, porque permiten obtener la imagen completa de la cara con un diámetro de unos pocos centímetros.

Se hablará más adelante de la aplicación de los espejos curvos a los diferentes tipos de telescopios.

Espejos parabólicos. — Se observó anteriormente que, cuando la abertura de un espejo esférico se hace cada vez mayor, los rayos paralelos dirigidos hacia los bordes de éste (rayos marginales) pasan al reflejarse por puntos que se separan cada vez más del foco (rayos centrales). Esta desviación se denomina *aberración de esfericidad* y es del 1,5 por ciento para una abertura de 20^0, del 3,5 por ciento para 30^0, del 6,4 por ciento para 40^0 y del 12,1 por ciento para 60^0 (*fig.* 215).

Los espejos cóncavos no pueden utilizarse en los proyectores de ciertos telescopios a causa de esta aberración y deben sustituirse por espejos que se denominan *parabólicos,* porque su superficie es un paraboloide de revolución engendrado por la rotación de una parábola alrededor de su eje.

En el eje de simetría de esta curva existe un foco F (*fig.* 216) tal que un rayo vector FI cualquiera forma con la normal a la curva IN un ángulo igual al formado con la misma normal por una paralela IR al eje. Esta propiedad permite asimilar FI a un rayo luminoso incidente e IR al rayo reflejado, o inversamente. No se produce, por consiguiente, aberración alguna en el foco de estos espejos, a los cuales puede darse una abertura considerable. Los proyectores o faros de los automóviles son espejos parabólicos en cuyos focos se colocan pequeñas lámparas eléctricas de filamentos muy cortos, que constituyen excelentes fuentes luminosas puntuales.

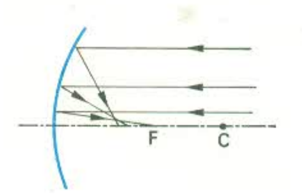


Fig. 215

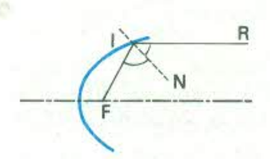


Fig. 216

25. — Refracción de la luz

Descripción del fenómeno de refracción. Leyes de la refracción. Verificación experimental de la ley de Descartes. Valor teórico del índice de refracción. Retorno inverso de la luz. Reflexión total. Prismas de reflexión total. Dioptrio plano. Lámina de caras planoparalelas. Prisma. Fórmulas del prisma. Condiciones de emergencia. Prismas de ángulos pequeños. Desviación mínima. Verificaciones experimentales. Dispersión de la luz blanca por un prisma. Espectro. Color de los cuerpos.

Descripción del fenómeno de refracción. — La *refracción* de la luz es el cambio de dirección experimentado por un rayo luminoso cuando pasa oblicuamente de un medio transparente, como el aire, a otro, que puede ser el agua.

Descartes publicó las leyes de refracción en el libro titulado *Dióptrica*, editado en Leyden en 1637, aunque el astrónomo y matemático neerlandés Willebrord SNELL VAN ROYEN (¿1591? - 1626) las había descubierto también en la misma época sin dar a conocer sus trabajos, razón por la cual, en Inglaterra se denominan *leyes de Snell*.

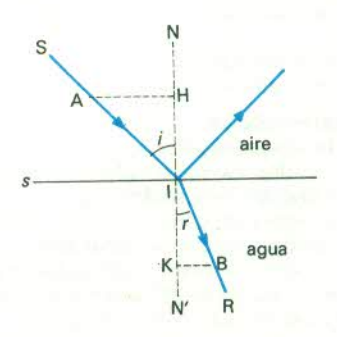


Fig. 217

Antes de formular estas leyes, es preciso dar algunas definiciones. El rayo luminoso SI (*fig.* 217), que se propaga hacia la superficie *s* de separación (si la superficie *s* es un plano, la normal IN es la perpendicular a este plano, pero, si tiene una forma cualquiera, IN es perpendicular al plano T, tangente a la superficie *s* en el punto I), es el rayo incidente y forma con la normal IN a esta superficie un ángulo $\widehat{i}$ que se denomina ángulo de incidencia; el rayo IR será el rayo refractado, que forma con la prolongación de la normal IN el ángulo de refracción $\widehat{r}$.

Se lleva sobre el rayo IS, a partir de I, una longitud cualquiera IA y se traza la perpendicular AH a la normal IN; el cociente $\frac{AH}{IA}$ se llama seno del ángulo $\widehat{i}$ y se escribe $\frac{AH}{IA} = \text{sen } \widehat{i}$.

Se lleva de modo semejante, sobre el rayo refractado IR una longitud IB, igual a IA, y se traza la perpendicular BK a la normal IN'; se tendrá en este caso $\frac{BK}{IB} = \text{sen } \widehat{r}$.

Leyes de la refracción. — PRIMERA LEY. *El rayo incidente* SI, *el rayo refractado* IR *y la normal* NIN' *a la superficie de separación, en el punto de incidencia, están en un mismo plano.*

SEGUNDA LEY. *El cociente del seno del ángulo de incidencia por el seno del ángulo de refracción es una cantidad constante.*

Esta relación se denomina *índice de refracción n* del segundo medio con respecto al primero, y la ley se formula, por consiguiente, $\frac{\text{sen } \widehat{i}}{\text{sen } \widehat{r}} = n$.

Cuando un rayo luminoso pasa del aire al agua, $n = \frac{4}{3}$, valor que es el índice del agua con respecto al aire.

Si el rayo pasa del aire al vidrio, $n = \frac{3}{2}$ aproximadamente, proporción que varía con la naturaleza del vidrio.

Para resolver los problemas de refracción hay que conocer los senos de los ángulos, que figuran en tablas específicas.

Sea $\widehat{r}$ el ángulo de refracción que hay que calcular, correspondiente a un ángulo de incidencia $\widehat{i} = 60^0$ en el caso del paso del aire al vidrio.

Se tendrá : $\frac{\text{sen } 60^0}{\text{sen } \widehat{r}} = \frac{3}{2}$, sen $60^0 = 0{,}867$, de donde se obtiene : sen $\widehat{r} = 0{,}867 : \frac{3}{2} = 0{,}577$ y $\widehat{r} = 35^0 15'$, valor proporcionado por una tabla de senos.

Cuando el ángulo de incidencia es de 90^0, el rayo pasa muy cerca de la superficie de separación de ambos medios y la incidencia es rasante.

Puede denominarse *desviación* la diferencia $\widehat{i} - \widehat{r}$, que es el ángulo que se desvía el rayo refractado al pasar al segundo medio. Ésta crece cuando aumenta la incidencia.

Se comprueba además que, en la refracción, el rayo se aproxima más a la normal si el índice de refracción del segundo medio es más elevado, lo que se expresa diciendo que el segundo medio es más *refringente* que el primero.

Verificación experimental de la ley de Descartes. — Se ha visto que sen $\widehat{i}$ (*fig.* 218) es igual a $\frac{AH}{IA}$ y que sen $\widehat{r} = \frac{BK}{IB}$; como $\frac{\text{sen } \widehat{i}}{\text{sen } \widehat{r}} = n$, se tendrá $\frac{AH}{IA} : \frac{BK}{IB} = n$; si IB es igual a IA, $\frac{AH}{BK} = n$.

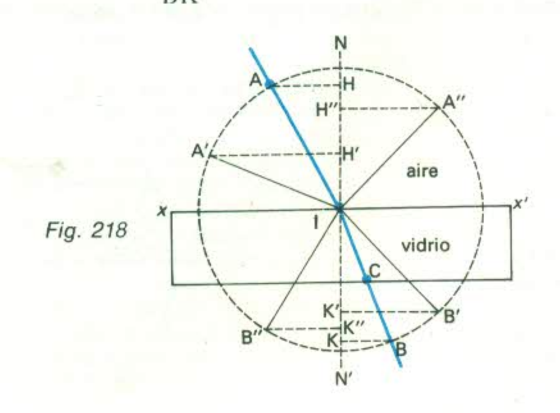


Fig. 218

Se traza en una hoja de cartón blando un círculo de centro I con dos diámetros perpendiculares xx' y NIN' y se dispone a lo largo del primero de éstos una lámina gruesa de vidrio de caras paralelas; se clava un alfiler en I y otro en el círculo, en el punto A, fijando así la dirección AI del rayo incidente; se busca luego, mirando a través del vidrio, el lugar donde hay que colocar en la segunda cara de la lámina un tercer alfiler para que parezca exactamente alineado con los otros dos; se indica este punto por la letra C y se traza IC, que, al prolongarse, cortará el círculo en B; IB es el rayo refractado en el vidrio.

Se trazan después las perpendiculares AH y BK a la normal NIN'. Si se repite esta construcción para otros puntos A', A'', A''', que permiten obtener los puntos B', B'', B''', se comprueba que

$$\frac{AH}{BK} = \frac{A'H'}{B'K'} = \frac{A''H''}{B''K''} = \frac{A'''H'''}{B'''K'''} = n$$

Valor teórico del índice de refracción. — La luz se propaga con una velocidad que varía en función del medio considerado y se demuestra que el índice de refracción n del agua con respecto al aire es igual al cociente entre las velocidades de la luz en el aire y en el agua :

$$n = \frac{\text{V aire}}{\text{V agua}}$$

En términos generales, el índice de un medio con respecto a otro es igual al cociente entre las velocidades de la luz en ambos medios.

El *índice absoluto de refracción* de un medio es el índice de este medio con respecto al vacío absoluto o completo en el cual la velocidad de la luz alcanza 300 000 km por segundo. Difiere muy poco del índice con respecto al aire, puesto que el índice absoluto del aire es muy próximo de 1, al ser exactamente igual a 1,000 292.

Si se trata, por ejemplo, de calcular el índice del vidrio con respecto al agua cuando la luz pasa del agua al vidrio, se tendrá

$$n = \frac{\text{velocidad de la luz en el agua}}{\text{velocidad de la luz en el vidrio}}$$

este cociente será igual al siguiente :

$$n = \frac{\dfrac{\text{velocidad de la luz en el aire}}{\text{velocidad de la luz en el vidrio}}}{\dfrac{\text{velocidad de la luz en el aire}}{\text{velocidad de la luz en el agua}}}$$

El índice buscado es el cociente entre el índice del vidrio y el índice del agua :

$$n = \frac{n\ \text{vidrio}}{n\ \text{agua}} = \frac{3}{2} : \frac{4}{3} = \frac{9}{8}$$

Retorno inverso de la luz. — Un rayo luminoso procedente de un objeto sumergido en el agua se refracta en I, para pasar al aire, siguiendo el trayecto OIR (*fig.* 219); forma los ángulos de incidencia $\widehat{i}$ y de refracción $\widehat{r}$, alejándose en este caso de la normal. El índice del aire con respecto al agua es $\frac{1}{n}$, ya que es el cociente

$$\frac{\text{velocidad de la luz en el agua}}{\text{velocidad de la luz en el aire}}$$

que es el inverso del índice del agua. Los ángulos $\widehat{i}$ y $\widehat{r}$ desempeñan en este experimento la misma función que los ángulos de refracción y de incidencia cuando la luz pasa del aire al agua.

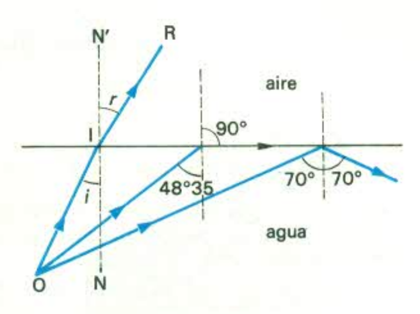


Fig. 219

Reflexión total. — Si se considera la refracción de un rayo que, después de propagarse por el agua, pasa al aire, se observa que, al crecer la incidencia, el rayo refractado se aleja cada vez más de la normal. Éste forma un ángulo de 75° con la normal para una incidencia de 46° 26′ y, cuando se alcanza el *valor límite* 48° 35′, sale al aire con un ángulo de refracción de 90°, es decir, tangente a la superficie del agua. Si el ángulo de incidencia sobrepasa este límite, el rayo ya no puede salir al aire, sino que permanece en el agua, reflejándose en la superficie de ésta, que actúa como un espejo. Como la refracción es imposible, se produce una *reflexión total*. Este fenómeno ocurre, por consiguiente, con todos los rayos cuyos ángulos de incidencia superen el ángulo límite, que se sitúa entre 48° 35′ y 90°, excepto en el caso del vidrio (41° 48′).

La reflexión total se comprueba experimentalmente haciendo flotar en el agua de un recipiente de vidrio bastante grande un tapón de corcho en el que se ha colocado un alfiler sumergido en el agua. Si un observador se sitúa de tal manera que su ojo se encuentre a un nivel ligeramente inferior al de la superficie del agua, verá el alfiler en el aire, como si estuviera encima del

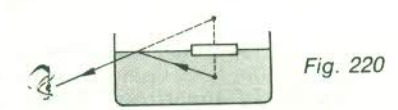


Fig. 220

corcho. La figura 220 muestra el trayecto de los rayos luminosos que producen este fenómeno.

Prismas de reflexión total. — Se construyen prismas de vidrio cuya sección recta es un triángulo rectángulo isósceles (*fig.* 221). El rayo luminoso que penetra

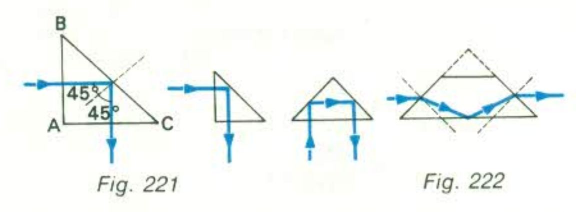


Fig. 221 *Fig. 222*

perpendicularmente en la cara AB de uno de ellos, llega a la hipotenusa BC, formando un ángulo de incidencia de 45°, mayor, por consiguiente, que el ángulo límite de 41° 48′; se produce entonces la reflexión total y el rayo sale del prisma perpendicularmente a la cara AC. La cara BC actúa exactamente como un espejo plano. La reflexión total se verifica también para los rayos incidentes próximos a la normal.

El mismo prisma puede utilizarse de tres maneras diferentes, como lo muestra la figura 222.

Dioptrio plano. — Se denomina *dioptrio* un sistema óptico formado por dos medios transparentes. Cuando la superficie de separación de estos últimos es plana, se dice que el dioptrio es *plano*.

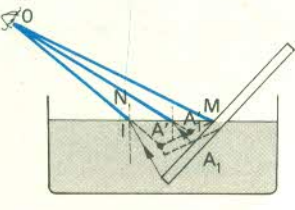


Fig. 223

En un gran recipiente cilíndrico de vidrio se sumerge una regla perfectamente recta (*fig.* 223). Ésta aparece quebrada en el punto en que penetra en el líquido y la parte sumergida da la impresión de estar más elevada. Este fenómeno se explica fácilmente por medio de la refracción. Un rayo luminoso que sale del extremo A de la regla y que penetra en el ojo O del observador sigue el trayecto AIO y, al salir del agua, se aparta de la normal IN. Se ve, por tanto, el punto A como si estuviera situado en A', en la prolongación de OI. Análogamente, un punto A_1 se percibe en A'_1 y la parte sumergida MA parece encontrarse a un nivel superior en MA'_1A'.

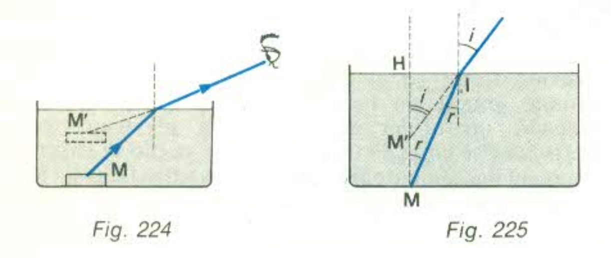


Fig. 224 Fig. 225

Si se coloca en el fondo del recipiente una moneda M (*fig.* 224), el observador la ve como si estuviera situada en M', más cerca de la superficie. Puede calcularse la distancia aparente a la superficie de lo que se denomina imagen de la moneda dada por el dioptrio cuando los rayos luminosos están poco inclinados sobre la normal a la superficie (*fig.* 225). Los ángulos $\widehat{HMI}$ y $\widehat{HM'I}$ son iguales, respectivamente, a $\hat{r}$ e $\hat{i}$ y se tendrá

$$\text{sen } \hat{r} = \text{sen } \widehat{HMI} = \frac{IH}{IM}$$

$$\text{sen } \hat{i} = \text{sen } \widehat{HM'I} = \frac{IH}{IM'}$$

pero, como $\dfrac{\text{sen } \hat{i}}{\text{sen } \hat{r}} = n, \quad \dfrac{IH}{IM'} : \dfrac{IH}{IM} = n$

o sea $\quad \dfrac{IM}{IM'} = n$

Cuando los rayos están poco inclinados sobre la normal MH, el punto I está muy cerca de H y puede escribirse que HM difiere poco de IM, y que HM' es sensiblemente igual a IM', de forma que el cociente $\dfrac{HM}{HM'}$ será también igual a n; entonces $HM' = \dfrac{HM}{n}$, que es la relación buscada.

Si se supone, por ejemplo, que el punto M está en el fondo de un estanque de dos metros de profundidad, un observador situado en el borde lo verá como si estuviera en M' a una distancia de la superficie igual a $2\text{m} : \dfrac{4}{3}$, puesto que el índice del agua es $\dfrac{4}{3}$, es decir, a 1,50 m. Esto significa que el estanque parecerá tener una profundidad inferior en un 25 % a lo que es en realidad.

Un objeto sumergido en el agua, además, no sólo parece estar situado a un nivel más elevado, sino que da la impresión de tener una altura inferior en un 25 % a su dimensión real.

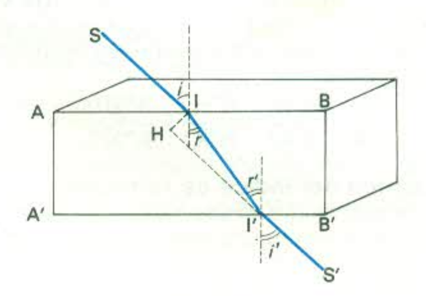


Fig. 226

Lámina de caras planoparalelas. — Sea una lámina de vidrio gruesa con dos caras, AB y A'B', planas y perfectamente paralelas (*fig.* 226). Un rayo luminoso SI penetra en el vidrio, aproximándose a la normal, según II'; alcanza la segunda cara en I', punto en el cual forma con la normal un ángulo r' igual al ángulo de refracción r, por ser alternos internos. Saldrá al aire según I'S', formando con la normal un ángulo i' igual al ángulo i en virtud del principio del retorno inverso de la luz. El rayo I'S' es paralelo al rayo incidente y sólo ha sufrido un desplazamiento lateral IH cuya magnitud aumenta con la incidencia. Un rayo rasante se refracta según el ángulo límite, próximo a 41° para el vidrio, y emerge rasante a la segunda cara de la lámina, con un desplazamiento lateral igual al espesor de esta última.

Cuando se examina un objeto O a través de una lámina de vidrio de espesor e, los rayos luminosos percibidos por el observador parecen proceder de un punto O', situado

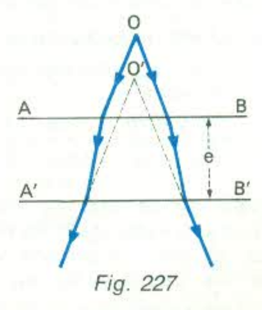


Fig. 227

más cerca de él (*fig.* 227). Si los rayos están poco inclinados con respecto a la normal, es decir, si la incidencia no rebasa unos cuantos grados, la distancia entre O y O' puede calcularse aplicando el resultado hallado anteriormente al dioptrio AB, en primer lugar, y luego al dioptrio A'B'. Se comprueba entonces que OO' es igual a $e\,\dfrac{n-1}{n}$, en donde n es el índice del medio formado por la lámina.

Inversamente, si unos rayos luminosos atraviesan una

lámina de caras paralelas y convergen en un punto O', saldrán de la misma concurriendo en el punto O, que estará separado del primero por una distancia igual a

$$e\frac{n-1}{n}, \text{ o sea, } e\frac{\frac{3}{2}-1}{\frac{3}{2}}=\frac{1}{3}e \text{ para el vidrio.}$$

Prisma. — En Óptica, se denomina *prisma* a uno recto y de base triangular, tallado en una materia transparente. El ángulo del diedro formado por dos caras planas se llama *ángulo del prisma* y una sección paralela a la base o perpendicular a la arista recibe el nombre de *sección principal*.

Para estudiar la refracción de la luz que atraviesa una sección principal de un prisma se considera un rayo incidente SI (*fig.* 228) que se refracta formando con la

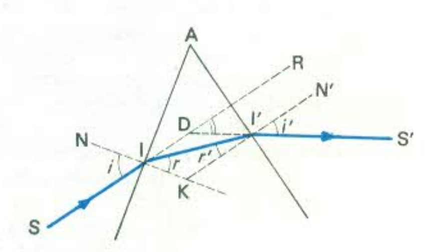


Fig. 228

normal IN a la primera cara un ángulo $\widehat{r}$ y que alcanza la segunda cara en I', formando con la normal I'N' un ángulo $\widehat{r}'$. Si este ángulo es menor que el ángulo límite, el rayo saldrá del prisma según I'S', pero, si es mayor, habrá reflexión total y el rayo no saldrá del prisma.

Fórmulas del prisma. — En los puntos I e I' se producen dos refracciones, regidas por la ley de Descartes; si n es el índice del prisma :

$$\text{sen}\,\widehat{i}=n\,\text{sen}\,\widehat{r}$$
$$\text{sen}\,\widehat{i}'=n\,\text{sen}\,\widehat{r}'$$

Los ángulos $\widehat{r}$ y $\widehat{r}'$ no son independientes; en el triángulo II'K, la suma de los dos es igual al suplemento del ángulo $\widehat{\text{IKI}'}$; como el cuadrilátero AIKI' es inscribible ($\widehat{\text{I}}$ y $\widehat{\text{I}}'$ son rectos) y los ángulos opuestos $\widehat{\text{IAI}'}$ y $\widehat{\text{IKI}'}$ son suplementarios, la suma $\widehat{r}+\widehat{r}'$ será igual al ángulo $\widehat{\text{A}}$ del prisma. Esto constituye la tercera fórmula :

$$\widehat{r}+\widehat{r}'=\widehat{\text{A}}$$

El rayo emergente I'S' es desviado hacia la base del prisma y se llama desviación $\widehat{\text{D}}$ al ángulo $\widehat{\text{RDS}'}$ que forma la prolongación IR del rayo incidente con el rayo emergente I'S'. Ésta se calcula fácilmente de la manera siguiente : en el triángulo IDI', el ángulo exterior $\widehat{\text{D}}$ equivale a la suma de los ángulos interiores no adyacentes $\widehat{\text{DII}'}$ y $\widehat{\text{DI'I}}$, que son respectivamente iguales a $\widehat{i}-\widehat{r}$ y a $\widehat{i}'-\widehat{r}'$. Se tendrá, por consiguiente,

$$\widehat{\text{D}}=(\widehat{i}-\widehat{r})+(\widehat{i}'+\widehat{r}')$$

que puede escribirse

$$\widehat{\text{D}}=\widehat{i}+\widehat{i}'-(\widehat{r}+\widehat{r}')$$

o, teniendo en cuenta la tercera relación, se tendrá una cuarta :

$$\widehat{\text{D}}=\widehat{i}+\widehat{i}'-\widehat{\text{A}}$$

Las cuatro ecuaciones anteriores son las fórmulas del prisma.

Condiciones de emergencia. — Para que el rayo refractado II' pueda salir al aire es necesario que el ángulo $\widehat{r}'$ sea menor que el ángulo límite $\widehat{l}$; por otra parte, el ángulo $\widehat{r}$ es inferior a este último y, por consiguiente, $\widehat{r}+\widehat{r}'>\widehat{2l}$, es decir, que el ángulo $\widehat{\text{A}}$ del prisma debe ser también más pequeño que el doble del ángulo límite (unos 82^{0} en el caso del vidrio).

Prismas de ángulos pequeños. — Las fórmulas anteriormente mencionadas se simplifican cuando el ángulo del prisma es sólo de algunos grados y la incidencia es pequeña. La fórmula sen $\widehat{i}=n$ sen $\widehat{r}$ puede escribirse $\widehat{i}=n\widehat{r}$, relación indicada por Kepler para las incidencias de poca magnitud.

El ángulo $\widehat{r}'$, que es igual a la diferencia $\widehat{\text{A}}-\widehat{r}$ de dos ángulos pequeños, es también pequeño, como el ángulo $\widehat{i}'$; podrá, por tanto, escribirse $\widehat{i}'=n\widehat{r}'$.

La desviación $\widehat{\text{D}}=\widehat{i}+\widehat{i}'-\widehat{\text{A}}=n\widehat{r}+n\widehat{r}'-\widehat{\text{A}}=n(\widehat{r}+\widehat{r}')-\widehat{\text{A}}$; por tanto, $\widehat{\text{D}}=n\widehat{\text{A}}-\widehat{\text{A}}=(n-1)\widehat{\text{A}}$.

Esta quinta relación, muy importante, muestra que la desviación, de poca magnitud, no depende del ángulo de incidencia cuando este último no tiene más que unos pocos grados.

Desviación mínima. — En el caso general en que los ángulos no son pequeños, la desviación varía con la incidencia. Es mínima cuando los ángulos $\widehat{i}$ e $\widehat{i}'$ son iguales, lo que supone que el valor de los ángulos $\widehat{r}$ y $\widehat{r}'$ es igual a la mitad del ángulo $\widehat{\text{A}}$ del prisma.

Verificaciones experimentales. — Para comprobar los resultados obtenidos anteriormente se debe utilizar un *goniómetro*. La desviación mínima permite calcular el índice de refracción. En efecto, los ángulos $\widehat{i}$ e $\widehat{i}'$ son iguales y el valor de los ángulos $\widehat{r}$ y $\widehat{r}'$ es $\frac{\widehat{\text{A}}}{2}$, mitad del ángulo del prisma. Sea $\widehat{Dm}$ la desviación mínima :

$$\widehat{Dm}=2\widehat{i}-\widehat{\text{A}}, \quad \text{de donde } \widehat{i}=\frac{\widehat{\text{A}}+\widehat{Dm}}{2}$$

$$\text{y} \quad n=\frac{\text{sen}\,\widehat{i}}{\text{sen}\,\widehat{r}}=\frac{\text{sen}\,\frac{\widehat{\text{A}}+\widehat{Dm}}{2}}{\text{sen}\,\frac{\widehat{\text{A}}}{2}}$$

Se toma como fuente luminosa una llama de alcohol salado (con sal de cocina) o una llama de gas coloreado de amarillo por un trozo de sal colocado en un alambre. Dos rendijas, de unos cuantos milímetros de anchura, practicadas en dos cartones y dispuestas en los extremos de una regla (*fig.* 229), servirán para aislar un haz

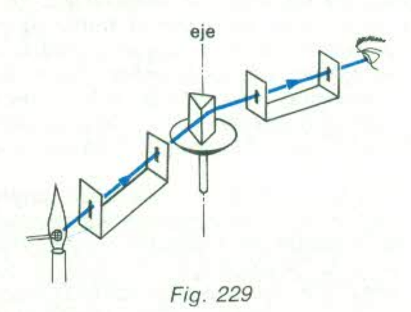


Fig. 229

estrecho de rayos. El prisma se pondrá en una plataforma pequeña, que pueda girar alrededor de un eje vertical, de tal forma que la arista se encuentre cerca de este último.

Podrá hacerse variar de este modo el ángulo de incidencia. Los rayos emergentes se observarán a través de otras dos rendijas practicadas en una regla, que sea capaz también de girar alrededor del mismo eje que la plataforma que sostiene el prisma. Si, a partir de la incidencia rasante, se hace girar el prisma a poca velocidad, se comprobará que la desviación disminuye al principio rápidamente, se reduce luego de modo más lento, pasa por un mínimo y aumenta después.

Dispersión de la luz blanca por un prisma. — En el experimento anterior, se utilizó como fuente de luz una llama coloreada de amarillo gracias a una cantidad pequeña de cloruro de sodio, pero, si ésta se sustituye por una luz blanca, como la producida por una lámpara eléctrica, una llama de acetileno o, incluso, la de una vela, no será válida la fórmula del prisma porque, en vez de un rayo emergente único, se encontrará un haz de rayos divergentes de distintos colores (*fig.* 230). Si se hace girar lentamente la regla hacia la base del prisma, se observará que el color de los rayos pasa del rojo al anaranjado, amarillo, verde, azul, añil y violeta. Este fenómeno se denomina *dispersión* de la luz. Si no se ha tenido cuidado en canalizar los rayos incidentes a través de las dos rendijas finas que lleva la primera regla, el haz emergente no presenta el mismo color que el anterior; es rojo y azul violáceo en los bordes y amarillo pálido en el centro.

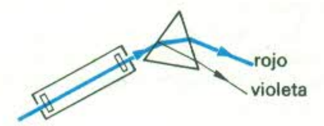


Fig. 230

La segunda regla puede reemplazarse por una pantalla de papel blanco colocada a 50 cm del prisma, perpendicularmente a la dirección media de los rayos emergentes.

Desde tiempos remotos se observó que los rayos de luz blanca que se refractan se irisan en los bordes con colores análogos a los del arco iris, pero se creyó que este fenómeno se debía únicamente al medio transparente (agua, vidrio, etc.), hasta que Newton lo explicó formulando dos hipótesis que, si bien en su época parecieron demasiado audaces, fueron comprobadas más tarde por numerosos experimentos y quedaron definitivamente admitidas.

Espectro. — La dispersión de la luz se explica de la manera siguiente : 1.º la luz blanca no es simple, sino que está formada por una infinidad de luces de colores simples en proporciones determinadas; 2.º las diferentes luces coloreadas simples, denominadas *radiaciones monocromáticas,* son refractadas desigualmente por el prisma, es decir que cada radiación se caracteriza, en un medio particular (vidrio, agua, etc.), por un índice de refracción. Como el experimento demuestra que las radiaciones rojas son menos desviadas que las de color azul o violeta, cabe asignar a las primeras un índice de refracción inferior al de las segundas. La diferencia es relativamente pequeña para el vidrio (1,52 a 1,53) y un poco mayor en el caso del cristal.

Para precisar la noción de luz coloreada simple se repite el experimento descrito anteriormente colocando la regla de modo que se reciba una radiación verde a través de las dos rendijas y se pone detrás de este dispositivo un segundo prisma. En una pequeña pantalla blanca que se mueve detrás de este último, se comprobará que el rayo se desvía hacia la base, pero que no se ensancha, o dispersa, ni se descompone en rayos más sencillos y de colores diferentes, razón por la cual se califica de *monocromático*, o sea de solamente un color. No puede descomponerse por medio de nuevas refracciones. La luz amarilla que se obtiene colocando una sal de sodio en una llama que no ilumine es una radiación monocromática. Otras sales metálicas dan al mismo tiempo varias radiaciones simples, que reciben el nombre de *rayas,* porque, si se dispone una pantalla detrás del prisma dispersivo, se observan rayas claramente separadas. Así, una sal de calcio produce cierto número de rayas, entre las cuales una anaranjada y otra verde. Las radiaciones monocromáticas no se consiguen sólo con llamas, sino también con una descarga eléctrica que en un tubo de hidrógeno a presión reducida ilumina el gas y hace aparecer cuatro radiaciones monocromáticas de color rojo, azul, añil y violeta.

La descomposición o dispersión de una luz por un prisma permite separarla en sus constituyentes simples, que se presentan yuxtapuestos y forman lo que se denomina un *espectro*. Éste se estudia por medio del *espectroscopio,* aparato que consta de un prisma alrededor del cual pueden hacerse girar tres tubos provistos cada uno de un anteojo. El primero de ellos recibe la luz que se debe analizar, cuyos rayos se vuelven paralelos, después de atravesar una rendija, y se dirigen hacia el prisma; a su salida, los recoge el segundo que permite al observador contemplar la imagen del espectro; y, finalmente, el tercero lleva una escala micrométrica cuya imagen se superpone a la del espectro y sirve de referencia para las rayas y bandas observadas.

Cuando una luz compleja puede descomponerse en radiaciones simples, es posible reconstituirla si se superponen estas radiaciones. Así se comprueba que la luz solar, que parece simple, está formada en realidad por una infinidad de radiaciones monocromáticas. Si las diferentes partes de un espectro solar se recogen en varios espejos cóncavos muy pequeños, orientados de forma que los rayos reflejados converjan en el mismo punto de una pantalla blanca, se observa en dicho punto una pequeña mancha luminosa blanca. Otro experimento consiste en hacer girar rápidamente un disco dividido en sectores de colores rojo, anaranjado, amarillo, verde, azul, añil y violeta, que se ilumina intensamente con una luz blanca. Este disco parece entonces blanco o, más bien, gris claro, porque la persistencia de las impresiones luminosas en la retina hace que las diferentes radiaciones se superpongan provocando la percepción de este color.

Aunque las radiaciones simples del espectro recuerden los colores naturales o artificiales conocidos, no debe llegarse a la conclusión de que estos colores son simples, porque de hecho son muy complejos. Si se examina con el dispositivo prismático un color amarillo que reproduzca con la mayor exactitud posible la luz amarilla producida por una sal de sodio colocada en una llama no luminosa, se observarán radiaciones rojas, anaranjadas, amarillas y verdes, y sólo faltarán en el espectro total de la luz blanca las radiaciones azules, añiles y violeta. Lo mismo ocurrirá si se analizan la luz verde difundida por la hojas de los árboles o el rojo de las cerezas, ya que son luces muy complejas. No puede, por tanto, hacerse comparaciones entre los colores naturales o artificiales y las radiaciones monocromáticas, llamadas estas últimas también *colores espectrales*.

Color de los cuerpos. — Dos cuerpos iluminados por la misma luz blanca parecen de diferente color porque los objetos que reciben una luz compleja absorben más o menos completamente ciertas radiaciones monocromáticas y difunden las demás. Así, un cuerpo expuesto a la luz del Sol se ve amarillo si absorbe el azul y el violeta del espectro, rojo si absorbe las radiaciones sencillas verdes y azules, blanco si difunde todas las radiaciones,

gris neutro si las absorbe todas parcialmente en la misma cantidad, y negro si las absorbe por completo.

El color de un objeto depende esencialmente de la naturaleza de la fuente que lo ilumina. Cambia cuando se pasa, por ejemplo, de la luz artificial o eléctrica a la luz natural, porque en la composición de la primera hay una cantidad menor de azul y de violeta. Este fenómeno es todavía más evidente con la luz verdosa producida por los arcos de mercurio, que modifica completamente los colores al no contener el rojo, sino sólo cinco radiaciones monocromáticas (dos amarillas muy próximas, una verde muy intensa, otra añil y otra violeta). Cabe señalar asimismo que, si se iluminan objetos coloreados con una luz simple, como la radiación amarilla del alcohol salado quemado en un cuarto completamente cerrado y oscuro, desaparece toda impresión de color; una acuarela será percibida, en este caso, como si fuese un dibujo a tinta china. En efecto, todos los colores que absorben esta única radiación incidente parecen negros y los demás son de un amarillo más o menos luminoso, según que los cuerpos absorban parcialmente o difundan en su totalidad la radiación del sodio.

Se denominan *complementarios* los colores complejos que, percibidos simultáneamente, dan la impresión del color blanco. Si se pintan con colores complementarios las dos mitades de un disco, éste al girar parecerá blanco. Si se suprime el azul y el violeta del espectro, la suma de las radiaciones restantes dará cierto amarillo que es complementario del azul violado. El verde azulado tiene como complementario el rojo anaranjado, etc.

26. — Lentes

Dioptrio esférico. Fórmula del dioptrio. Verificación experimental. Lentes delgadas. Estudio experimental de las lentes convergentes. Construcción gráfica de la imagen. Dimensión de la imagen. *Aumento*. Centro óptico de una lente. Fórmulas de las lentes convergentes. Longitud focal de una lente. Lentes divergentes. Asociación de lentes. Convergencia de una lente. Sistema telescópico. Defectos de las lentes.

Dioptrio esférico. — El estudio de la refracción de un rayo luminoso a través de una superficie esférica (porción de esfera o casquete esférico) que separa dos medios refringentes diferentes permite establecer la teoría de las lentes.

Puede construirse un *dioptrio esférico* tallando una superficie esférica en la punta de una varilla de vidrio cilíndrica o por un método más sencillo que consiste en pegar en la extremidad de un tubo de lámpara un cristal esférico de reloj. El sistema, mantenido verticalmente, se llena de agua (*fig.* 231).



Fig. 231

Fórmula del dioptrio. — Toda recta que pasa por el centro de la esfera es un eje óptico. Si se considera un punto luminoso P (*fig.* 232) que constituya con el centro O de la esfera el eje óptico PO, se demuestra que un rayo

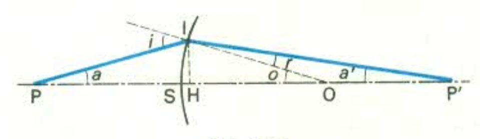


Fig. 232

luminoso cualquiera como PI, por ejemplo, siempre que forme con el eje óptico un ángulo de pocos grados, se refracta según IP', pasando por un punto fijo P' del eje óptico. Este punto es, por consiguiente, la imagen del objeto P.

La normal en el punto de incidencia es el rayo OI; los ángulos de refracción $\widehat{i}$ y $\widehat{r}$ son ambos pequeños, de forma que puede aplicarse en este caso la ley de refracción de Kepler : $\widehat{i} = n\widehat{r}$ (en donde n es el índice del segundo medio con respecto al primero, que puede suponerse que es el aire). El ángulo $\widehat{i}$, por ser exterior al triángulo POI, es igual a la suma de los ángulos interiores no adyacentes : $\widehat{i} = \widehat{a} + \widehat{o}$. En cambio, $\widehat{r}$ es la diferencia entre el ángulo $\widehat{o}$ y el ángulo $\widehat{a}'$, $\widehat{r} = \widehat{o} - \widehat{a}'$.

Se traza la perpendicular IH al eje óptico y se considera que SO es igual a R, escogiendo como origen de distancias el punto S y como sentido positivo el sentido inverso de la luz; como los puntos S y H están muy cerca uno de otro, SP puede confundirse con HP, y la distancia $SP = p$ es positiva; análogamente, SP' puede ser igual a $HP' = p'$, que es en este caso negativa.

El valor del ángulo $\widehat{o}$ es el cociente del arco IS por el radio de la esfera; como este arco es muy pequeño, puede confundirse con IH y

$$\widehat{o} = \frac{IH}{R}$$

Análogamente, el valor del ángulo $\widehat{a}$ será $+\frac{IH}{p}$ y $\widehat{a}' = -\frac{IH}{p'}$ (puesto que p' es negativo).

Se deducen los valores de los ángulos de incidencia y de refracción

$$\widehat{i} = \frac{IH}{R} + \frac{IH}{p} \quad y \quad \widehat{r} = \frac{IH}{R} - \left(-\frac{IH}{p'}\right)$$

como $\widehat{i} = n\widehat{r}$,

$$\frac{IH}{p} + \frac{IH}{R} = n \cdot \frac{IH}{R} + n \cdot \frac{IH}{p'}$$

o bien, dividiendo por IH y agrupando los términos,

$$\frac{1}{p} - \frac{n}{p'} = \frac{n-1}{R}$$

La distancia p' no depende, por consiguiente, del ángulo de incidencia. Todos los rayos incidentes que estén poco inclinados sobre el eje pasarán, después de refractados, por el punto P', que es la imagen de P.

Cuando el punto P está infinitamente alejado, p es muy grande y $\frac{1}{p}$ llega a ser nulo. La fórmula anterior muestra

que la imagen P′ se fija en un punto del eje que se denomina foco imagen F′ y que se encuentra a una distancia f' de S :

$$\frac{-n}{f'}=\frac{n-1}{R} \quad \text{o} \quad f'=-\frac{nR}{n-1}$$

que es la longitud focal imagen.

La imagen, en cambio, queda proyectada al infinito cuando el objeto P se encuentra en un punto F del eje a una distancia f de S tal que

$$\frac{1}{f}=\frac{n-1}{R} \quad \text{o} \quad f=\frac{R}{n-1}$$

Para este valor de p se encuentra, en efecto, $-\frac{n}{p'}=0$; p' es, por consiguiente, infinitamente grande.

El punto F es el foco objeto.

Si se introducen en la fórmula del dioptrio las nuevas magnitudes f y f', se pueden establecer las siguientes relaciones :

$$\frac{f'}{f}=-n, \quad f'-f=-R, \quad \frac{f}{p}+\frac{f'}{p'}=1$$

Verificación experimental. — La fórmula del dioptrio se verifica experimentalmente utilizando el dispositivo del tubo de lámpara lleno de agua. El objeto será una lámpara eléctrica y se buscará la imagen con un pequeño vidrio esmerilado sumergido en el agua y mantenido en el extremo de una varilla metálica. Se comprobará que un pequeño objeto perpendicular al eje óptico tiene una imagen también perpendicular a este último, y una construcción geométrica sencilla permitirá obtener la imagen al conocer la posición de los focos F y F′ (*fig.* 233).

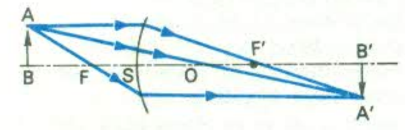


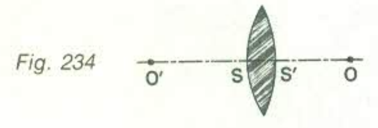
Fig. 233

Un rayo procedente de A y paralelo al eje óptico se refracta pasando por el foco F′, como si viniera de un punto infinitamente alejado. Del mismo modo, un rayo incidente AF, que pase por el foco objeto, se refracta paralelamente al eje, porque la imagen de F está infinitamente alejada de S.

Estos dos rayos refractados se cortan en A′, imagen del punto A, y la imagen del objeto AB es A′B′. Cabe observar que el rayo incidente AO, que pasa por el centro de la esfera, se refracta sin desviación y alcanza A′.

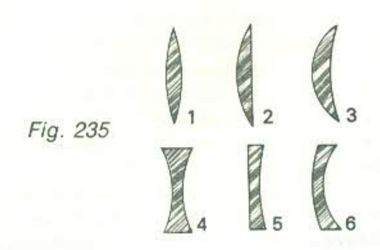
Lentes delgadas. — Las *lentes* son sólidos de materia transparente (vidrio, cristal, cuarzo, sal gema, etc.), limitados por dos caras, una de las cuales por lo menos es esférica. El borde de las mismas suele ser circular, aunque puede tener también otra forma. El eje óptico principal es la recta que une los centros O y O′ de las dos esferas que limitan las caras o la que pasa por el centro de la esfera y es perpendicular a la cara plana. Este eje atraviesa la lente en dos puntos S y S′, denominados

Fig. 234



vértices (*fig.* 234). Si las lentes son más gruesas en el centro que en los bordes, se dice que son *convergentes*, pero si el espesor en el centro es menor que en los bordes se llaman *divergentes*. Cada uno de estos tipos puede adoptar tres formas (*fig.* 235), como se indica en el cuadro siguiente :

Fig. 235



1. Biconvexa ; 2. Planoconvexa ; 3. Cóncavoconvexa ; 4. Bicóncava ; 5. Planocóncava ; 6. Convexocóncava.

LENTES CONVERGENTES

2 caras esféricas convexas :	biconvexa
1 cara esférica convexa 1 cara plana	planoconvexa
1 cara esférica cóncava 1 cara esférica convexa	cóncavoconvexa o menisco convergente

LENTES DIVERGENTES

2 caras esféricas cóncavas :	bicóncava
1 cara esférica cóncava 1 cara plana	planocóncava
1 cara esférica convexa 1 cara cóncava	convexocóncava o menisco divergente

Estudio experimental de las lentes convergentes. — 1.° Si se dirige la lente hacia objetos muy alejados, pero bien iluminados, se obtiene en una pantalla de papel o de cartón blanco, o en un vidrio esmerilado, una imagen real invertida y muy pequeña de aquéllos. Los rayos luminosos que han pasado por la lente convergen en la pantalla colocada detrás de la misma a una distancia determinada, que se llama *distancia* o *longitud focal*

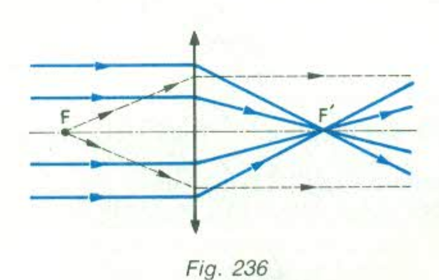


Fig. 236

(*fig.* 236 y 237 [1]). El plano en el que está situada la pantalla es el *plano focal*, atravesado por el eje principal en un punto de gran importancia, el foco principal imagen (los demás puntos del plano focal son los puntos secundarios). Si se invierten las caras de la lente, el plano focal vuelve a encontrarse a la misma distancia.

2.° Se aproxima a la lente el objeto, que puede ser, por ejemplo, una vela o una lámpara cualquiera, y se observa que es necesario alejar la pantalla para obtener una imagen neta, siempre invertida, pero mayor que la anterior (*fig.* 237 [2]).

3.° Cuando el objeto está a una distancia de la lente exactamente igual al doble de la longitud focal, hay que colocar la pantalla detrás de la lente, a una distancia

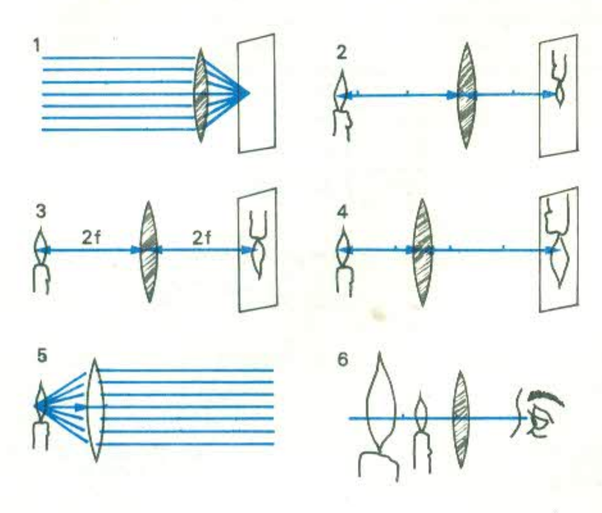


Fig. 237

también doble de la longitud focal. La imagen continúa siendo invertida y tiene en este caso la misma dimensión que el objeto (*fig.* 237 [3]).

4.° Si se sigue acercando el objeto a la lente, la imagen, siempre invertida, se aleja cada vez más y va aumentando (*fig.* 237 [4]).

5.° Cuando la distancia del objeto a la lente es igual a la longitud focal, resulta imposible recoger su imagen en la pantalla, por estar demasiado alejada, y se dice que está en el infinito. Este caso es inverso del primero. El objeto ocupa el plano focal situado delante de la lente (plano focal objeto) y la imagen está infinitamente alejada. Corresponde a este plano focal un foco principal objeto (*fig.* 237 [5]).

6.° Si se coloca el objeto entre el foco y la lente, no se obtiene imagen alguna en la pantalla, cualquiera que sea la posición de ésta. No obstante, si el observador se pone detrás de la lente, puede ver del mismo lado que el objeto una imagen aumentada de igual sentido que este último, es decir, una imagen virtual y derecha (*fig.* 237 [6]).

Construcción gráfica de la imagen. — Los experimentos que acaban de describirse permiten enunciar reglas sencillas para construir la imagen dada por una lente convergente. En primer lugar, un objeto situado en un plano perpendicular al eje óptico tiene su imagen también en un plano perpendicular a este eje. Si se considera, por otra parte, un punto objeto que se encuentra infinitamente alejado de la lente y en el eje óptico, se observa que éste envía a la lente rayos luminosos que, a causa de la distancia, son paralelos entre sí y paralelos al eje óptico. Como la imagen de dicho punto sólo puede ser el foco principal, resulta que, al refractarse a través de la lente, todos los rayos paralelos al eje óptico convergen hacia el foco principal imagen F'

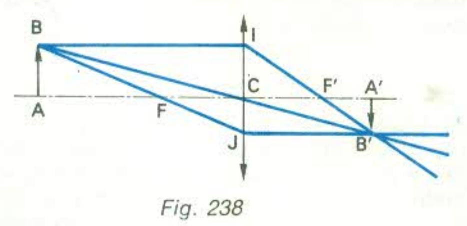


Fig. 238

(*fig.* 238). Inversamente, si el punto luminoso objeto ocupa en el eje óptico la posición del foco principal objeto, los rayos luminosos saldrán de la lente paralelamente a este eje óptico, de conformidad con el principio del retorno inverso de la luz.

Se puede, con todos estos elementos, construir gráficamente la imagen de un objeto colocado a una distancia dada de una lente convergente de longitud focal f. A causa de la simetría, se toma como plano de figura uno que contenga el eje óptico de la lente. Esta última, muy delgada, se representará por una recta perpendicular al eje, terminada por dos flechas que figuran la iniciación de las superficies esféricas (*fig.* 238). Los dos focos son F y F' situados a la misma distancia de la lente, que corresponde a la longitud focal. Se escoge como objeto la recta AB, normal al eje. Entre todos los rayos trazados desde B, uno de ellos, BI, es paralelo al eje óptico y, después de refractado, sigue la dirección IF' y pasa por el foco imagen F'. La imagen del punto B se encuentra en este rayo IF'. Otro rayo procedente de B se dirige hacia el foco objecto F, llega a la lente en el punto J, y según la observación anterior, después de refractado, es paralelo al eje óptico. Los dos rayos refractados se cortan en un punto B', imagen de B. Si el objeto es perpendicular al eje óptico, también lo es la imagen: la recta A'B' es, por consiguiente, la imagen del objeto AB. Así, vuelven a encontrarse los resultados experimentales enunciados anteriormente en el párrafo 2.°: imagen invertida y menor que el objeto, situada mas allá del foco imagen.

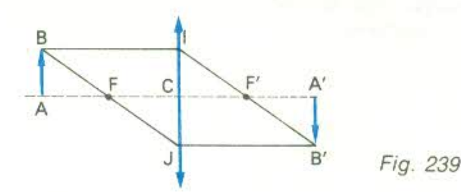


Fig. 239

Esta construcción gráfica se realizaría de la misma forma para los demás casos examinados, y la figura 239 representa aquel en que el objeto AB está situado a una distancia doble de la longitud focal. Se ve inmediatamente que los triángulos rectángulos ABF y CJF son semejantes a causa de la igualdad de los ángulos del vértice F y de los lados AF y FC. AB es, por consiguiente, igual a CD y también a A'B' (lados opuestos del rectángulo CA'B'J); la imagen es igual al objeto e invertida. Como los triángulos rectángulos ICF' y B'A'F' son iguales ($IC = AB = A'B'$, $\widehat{IF'C} = \widehat{A'F'B'}$), $F'C = F'A$, y la imagen está situada a una distancia de la lente igual al doble de la longitud focal. Se podrían comprobar del mismo modo los resultados de las experiencias mencionadas en los puntos 4.°, 5.° y 6.° del epígrafe anterior.

Dimensión de la imagen. — *Aumento.* — Se trata de calcular la relación $\frac{A'B'}{AB}$ entre la dimensión de la imagen y la del objeto. Los triángulos rectángulos ABF y CFJ de la figura 238 son semejantes por tener un ángulo agudo igual, al ser opuestos por el vértice :

$$\frac{CJ}{AB} = \frac{A'B'}{AB} = \frac{FC}{FA}$$

Análogamente, los dos triángulos rectángulos CIF' y A'B'F' son también semejantes y, como $IC = AB$, se tendrá también

$$\frac{A'B'}{IC} = \frac{A'B'}{AB} = \frac{F'A'}{F'C}$$

lo que permite escribir

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{FC}{FA} = \frac{F'A'}{F'C} = \frac{FC + F'A'}{FA + F'C}$$

de acuerdo con las propiedades de las razones. Como CF = CF',

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{F'C + F'A'}{FA + FC} = \frac{CA'}{CA}$$

El aumento será, por consiguiente, igual al cociente de las distancias que separan la imagen y el objeto de la lente.

Centro óptico de una lente. — Se denomina *centro óptico* de una lente delgada la intersección C de esta última con el eje óptico. Este punto se confundirá con los dos vértices S y S' de la lente y tiene una propiedad muy característica.

Se unen BC y CB' y se consideran los dos triángulos rectángulos ABC y A'B'C (*fig.* 238); éstos son semejantes por tener catetos proporcionales :

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{CA'}{CA}$$

De donde se deduce que los ángulos agudos son iguales, particularmente $\widehat{ACB}$ y $\widehat{A'CB'}$, que tienen dos lados AC y A'C en línea recta; por consiguiente, los otros lados BC y B'C están también en línea recta.

Un rayo luminoso que pasa por el centro óptico de una lente no sufre desviación alguna por refracción. Esta importante propiedad permite obtener, en la construcción de la imagen, un tercer rayo, que es un verdadero eje óptico secundario.

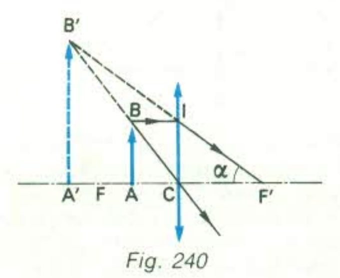


Fig. 240

La figura 240 representa, como ejemplo, el caso de un objeto situado entre el foco y la lente. La imagen del punto B debe encontrarse a la vez en los rayos refractados IF' y BC. Estos últimos no se cortan, pero parecen proceder de B', intersección de sus prolongaciones. El punto B' es la imagen virtual de B, y A'B' la del objeto AB; la imagen es virtual, derecha y mayor que el objeto.

Fórmulas de las lentes convergentes. — Sea de nuevo el caso representado por la figura 238. La distancia a la lente de los objetos y de las imágenes se medirá a lo largo del eje óptico, y se tomará como sentido positivo el inverso de la luz incidente, del mismo modo que en el estudio de los espejos. Al ser puntos fijos los focos F y F', se trata de determinar la posición del objeto, por su distancia FA al foco objeto F, y la de la imagen, por la distancia F'A' al foco imagen F'. Estas dos distancias son siempre de signo contrario. La semejanza entre los triángulos ABF, CJF y A'B'F', CIF' ha dado ya la relación

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{FC}{FA} = \frac{F'A'}{F'C}$$

Estas relaciones son negativas, al ser la imagen y el objeto de sentidos contrarios, y de ellas se deduce la denominada *fórmula de Newton*

$$\overline{FA} \times \overline{F'A'} = \overline{FC} \times \overline{F'C}$$

que puede escribirse, haciendo FA = π y F'A' = π' y observando que $\overline{F'C} = -\overline{FC} = f$,

$$\pi \times \pi' = -f^2$$

Esta fórmula es bastante difícil de emplear a causa del doble origen de las distancias, y se suele utilizar con mayor frecuencia la de Descartes, en la que se toma como origen único de distancias el centro óptico C, que se confunde con los vértices de la lente delgada. Si se escribe CA = CF + FA = p, las relaciones

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{FC}{FA} = \frac{F'A'}{F'C} = \frac{CA'}{CA}$$

se convierten en

$$CA' = CF' + F'A' = p\,; \quad CF = -CF' = f$$

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{-f}{p-f} = \frac{f+p'}{f} = \frac{p'}{p}$$

o, efectuando el producto de medios y de extremos de las dos primeras razones,

$$-f^2 = pf - f^2 + p'p - p'f; \quad p'f - pf = pp',$$

relación que podrá expresarse, si se dividen los dos miembros por el producto $pp'f$,

$$\frac{1}{p} - \frac{1}{p'} = \frac{1}{f}$$

Esta fórmula, como la del aumento $\frac{A'B'}{AB} = \frac{p'}{p}$, es análoga a la que se encontró para los espejos.

De ella pueden deducirse todos los resultados encontrados experimentalmente y, en particular, la distancia p' de la imagen a la lente, que puede expresarse en función de la distancia del objeto y de la longitud focal :

$$p' = \frac{-pf}{p-f} = \frac{-f}{1 - \frac{f}{p}}$$

Para un objeto real, p es siempre positiva; por consiguiente, si el objeto está colocado delante del foco, $p > f$, p' es negativa y la imagen está situada más allá del foco imagen.

Cuando $p = 2f$, $\quad p' = -2f \quad$ y $\quad \frac{A'B'}{AB} = -1$

Por último, cuando el objeto está entre el foco y la lente, $0 < p < f$, p' se hace positiva y mayor que p. La imagen es virtual, derecha y mayor que el objeto.

Longitud focal de una lente. — La longitud focal de una lente depende del índice del cristal empleado y de los radios de curvatura.

Una lente puede considerarse como un sistema formado de dos dioptrios esféricos, que son sus dos caras. En el primero, de radio R, el primer medio refringente es el aire, de índice 1, y el segundo, el vidrio, de índice n. En el segundo, de radio R', el primer medio es el vidrio, de índice n, y el segundo, el aire, de índice 1. Sea un punto objeto situado en el eje óptico común a ambos dioptrios, a la distancia p del vértice S; la imagen se encontrará a una distancia p_1, dada por la fórmula

$$\frac{1}{p} - \frac{n}{p_1} = \frac{n-1}{R}$$

Esta imagen sirve de objeto virtual para el segundo dioptrio y se halla a una distancia del vértice S' igual también a p_1, porque, como la lente es delgada, pueden confundirse los dos vértices. La imagen definitiva se forma a una distancia p' dada por la relación

$$\frac{n}{p_1} - \frac{1}{p'} = \frac{1-n}{R'}$$

Se suman miembro a miembro las dos relaciones obtenidas :

$$\frac{1}{p}-\frac{n}{p_1}+\frac{n}{p_1}-\frac{1}{p'}=\frac{n-1}{R}+\frac{1-n}{R'}$$

y se obtiene

$$\frac{1}{p}-\frac{1}{p'}=(n-1)\cdot\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{R'}\right)$$

Como se sabe que $\frac{1}{p}-\frac{1}{p'}=\frac{1}{f}$, la longitud focal de la lente viene dada por su inversa :

$$\frac{1}{f}=(n-1)\cdot\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{R'}\right)$$

Para aplicar esta fórmula hay que atribuir un signo a los radios de las esferas. En virtud de lo establecido para el dioptrio esférico, se considerará positivo el radio de una esfera cuando la convexidad de la misma esté dirigida hacia la luz incidente. Así, en una lente biconvexa, el radio R de la primera cara es positivo, mientras que el segundo R′ es negativo.

En el caso de una lente planoconvexa, el radio de curvatura de la cara plana es infinitamente grande, puesto que un plano puede considerarse como una esfera de radio infinitamente grande, de forma que el término $\frac{1}{R}$ llega a ser nulo si la primera superficie es plana, siendo entonces negativo el segundo radio, y positiva la longitud focal. Si se trata de una lente cóncavoconvexa, ambos radios son positivos o negativos según la orientación del menisco con respecto a la luz incidente.

La fórmula demuestra, además, que la longitud focal no cambia cuando se invierten las caras de la lente.

Lentes divergentes. — No es posible, con lentes divergentes, recoger en una pantalla la imagen de un objeto real, cualquiera que sea su posición con respecto a la lente. Se puede, sin embargo, ver esta imagen, que parece situada del mismo lado que el objeto con respecto a la lente, pero más cerca de esta última, y que es, por consiguiente, virtual, derecha y del mismo sentido que el objeto. Existe, también, un plano focal imagen en el que se encuentran las imágenes de los puntos infinitamente alejados de la lente. Los dos focos principales equidistan también de la lente, pero están invertidos, por hallarse el foco objeto F a la derecha, si el sentido de la luz es de izquierda a derecha, y el foco imagen F′ a la izquierda.

La construcción gráfica de la imagen se realiza de la misma manera que en el caso de las lentes convergentes, teniendo en cuenta la inversión de los focos. La lente divergente se representa por una recta normal al eje óptico, terminada por dos pequeñas flechas, tal como aparece en la figura 241.

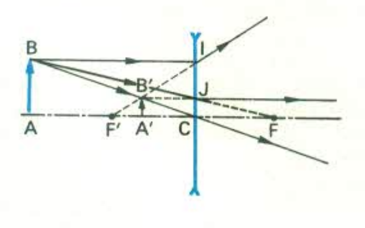


Fig. 241

Se consideran tres casos. En el primero, un objeto real se representa por la recta AB. Entre los rayos luminosos procedentes de B, el paralelo al eje óptico parece tener origen en un punto infinitamente alejado en el eje y sale, por consiguiente, de la lente como si viniera del foco imagen F′ (esta vez a la izquierda). Otro rayo procedente de B y dirigido hacia el foco objeto (que se encuentra a la derecha) sale de la lente paralelamente al eje, sin alcanzar el punto F, y la imagen del foco objeto se proyecta al infinito. Se observa inmediatamente que estos dos rayos refractados divergen al salir de la lente, calificada por esta razón de divergente. No se cortan, sino que parecen venir de un punto B′ común, intersección de sus prolongaciones, que es la imagen de B, y el objeto AB tiene como imagen la recta A′B′ virtual, menor que el objeto, del mismo sentido y situada siempre entre el foco imagen F′ y la lente.

El centro óptico C permite utilizar para la construcción un tercer rayo BC que, al atravesar la lente sin desviarse, pasa también por el punto imagen B′.

El segundo caso es inverso al anterior. Se toma un objeto virtual AB, situado entre el foco objeto F y la lente

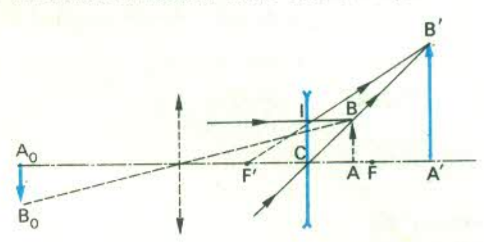


Fig. 242

(*fig.* 242), que se obtiene por medio de una lente convergente auxiliar que da del objeto A_0B_0 una imagen real e invertida AB. Si se coloca delante de la imagen la lente divergente, aquélla no puede formarse y constituye un objeto virtual. Es decir, los rayos incidentes que llegan a la lente divergente no se cortan, sino que se dirigen a los puntos del objeto AB, que es un objeto virtual.

Entre los rayos que se dirigen hacia el punto B, el paralelo al eje óptico sale de la lente como si viniera del foco imagen F′ en la dirección F′I. Por otra parte, el rayo incidente que pasa por el centro óptico C y que va hacia B no se desvía al salir de la lente. Estos dos rayos luminosos se cortan en B′, imagen real del punto virtual B, de forma que el objeto virtual AB tiene como imagen real A′B′. Ésta, que puede recogerse en una pantalla, es derecha, mayor que el objeto y más alejada de la lente que este último. Los resultados así obtenidos podían preverse aplicando el principio del retorno inverso de la luz. Como los rayos luminosos circulan exactamente en sentido inverso en el segundo caso y en el primero, las funciones del objeto y la imagen se invierten.

El tercer caso se refiere a un objeto virtual, obtenido como anteriormente, pero situado esta vez a una distancia de la lente divergente comprendida entre una y dos veces

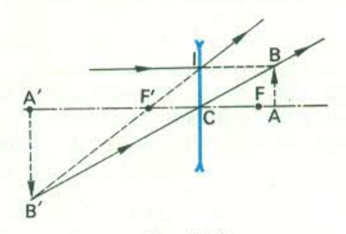


Fig. 243

la longitud focal (*fig.* 243). Un primer rayo luminoso, dirigido hacia B paralelamente al eje, sale según la dirección F′I; un segundo que, al ir hacia B, pasa por el centro óptico C, sale sin desviación. Estos dos rayos

emergentes parecen venir del punto B′ y la imagen buscada es A′B′, virtual como el objeto, invertida y mayor que él.

Las fórmulas algebraicas, que relacionan las distancias p y p' del objeto y la imagen a la lente con la longitud focal f, así como esta magnitud con los radios de curvatura y el índice del vidrio, son exactamente las mismas que para las lentes convergentes :

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{p'}{p}; \quad \frac{1}{p} - \frac{1}{p'} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R'}\right)$$

Se observa, sin embargo, que la longitud focal es negativa. En efecto, en el caso de una lente bicóncava, por ejemplo, el radio de la primera cara, cuya concavidad se orienta hacia la luz incidente, es negativo, mientras que el de la segunda cara, de convexidad dirigida hacia la luz, es positivo. El paréntesis $\frac{1}{R} - \frac{1}{R'}$, suma de dos términos negativos, es también negativo y lo mismo ocurre para f. Podría comprobarse fácilmente el signo de la longitud focal de una lente planocóncava o convexocóncava.

Asociación de lentes. — El sistema formado por varias lentes delgadas colocadas una detrás de otra de forma que sus ejes ópticos coincidan se denomina *sistema centrado*. Estas lentes pueden estar en contacto o separadas por intervalos de aire.

Sean tres lentes convergentes o divergentes en contacto, de longitudes focales respectivas f_1, f_2 y f_3. Si se coloca un objeto a la distancia p de aquéllas, la primera dará una imagen situada a una distancia p_1, tal que

$$\frac{1}{p} - \frac{1}{p_1} = \frac{1}{f_1}$$

Esta imagen servirá de objeto para la segunda lente y, como están todas estrechamente unidas, el objeto virtual se situará también a la distancia p_1 de la segunda lente, que a su vez dará una imagen a una distancia p_2, que podrá calcularse por la relación

$$\frac{1}{p_1} - \frac{1}{p_2} = \frac{1}{f_2}$$

Esta nueva imagen actuará como objeto de la tercera lente, que dará una imagen a una distancia p', de acuerdo con la ecuación

$$\frac{1}{p_2} - \frac{1}{p'} = \frac{1}{f_3}$$

Si se suman las tres relaciones obtenidas, desaparecen las distancias p_1 y p_2 y queda

$$\frac{1}{p} - \frac{1}{p'} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} + \frac{1}{f_3}$$

Esta ecuación muestra que entre la distancia p del objeto al sistema de lentes y la distancia p' de la imagen existe una relación análoga a la encontrada para una sola lente. La longitud focal F de esta última, que se comportaría exactamente como el sistema considerado, sería

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} + \frac{1}{f_3}$$

Convergencia de una lente. — La *convergencia* C de una lente es la inversa de su longitud focal y se expresa en *dioptrías* cuando la longitud focal se mide en metros. Por ejemplo, una lente convergente de 0,25 m de longitud focal tiene una convergencia igual a $C = \frac{1}{0,25}$, o sea, a cuatro dioptrías. En el caso de una lente divergente de distancia focal $-0,50$ m, la convergencia es de $\frac{1}{-0,5} = -2$ dioptrías, y la divergencia corresponde, por consiguiente, a dos dioptrías.

De acuerdo con el cálculo anterior, un sistema de lentes unidas es equivalente a una lente única cuya convergencia es igual a la suma algebraica de las convergencias de todas las lentes.

Cuando dos lentes de mismo eje óptico están separadas por un intervalo de aire de espesor e, el sistema sigue siendo equivalente a una lente única cuya longitud focal F se expresa por la relación

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{e}{f_1 f_2}$$

o cuya convergencia C es

$$C = C_1 + C_2 - e \cdot C_1 \cdot C_2$$

Sistema telescópico. — La longitud focal de un sistema de dos lentes depende de la distancia e que las separa. La fórmula indicada muestra que, si este intervalo e es igual a una cualquiera de las longitudes focales f_1 o f_2 de las lentes, el sistema se conduce como una lente de distancia focal f_2 o f_1, es decir, como una u otra de ambas lentes. Pero, si la distancia entre las lentes es igual a la suma algebraica de las longitudes focales $f_1 + f_2$ de las dos lentes, la distancia focal F del sistema se hace infinitamente grande; en efecto,

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{f_1 + f_2}{f_1 f_2} = 0$$

Se dice que el sistema es *telescópico* o *afocal*. Se caracteriza por un aumento constante, que no depende de la posición del objeto y que, como lo muestra la figura 244, tiene un valor de $\frac{A'B'}{AB} = -\frac{f_2}{f_1}$.

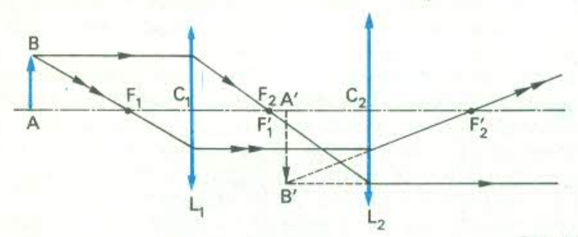


Fig. 244

Defectos de las lentes. — Las lentes, incluso delgadas, presentan defectos, denominados *aberraciones*, que, según las propiedades que traten de obtenerse, pueden manifestarse de diferentes formas.

1.° Si se desea obtener de un punto objeto una imagen lo más precisa posible, como es el caso con los anteojos astronómicos, habrá que corregir la *aberración de esfericidad* del sistema óptico. Ésta consiste en que los rayos refractados por los bordes de la lente (rayos marginales) cortan el eje óptico en puntos que están más cerca de la lente que los rayos centrales (*fig.* 245). No puede suprimirse con una sola lente, ya que depende del índice del vidrio, de los radios de curvatura, es decir, de la forma de la lente, de su orientación con respecto a la luz incidente y de la distancia del objeto. Es mínima para un objeto situado en el infinito, cuando el radio de la cara de entrada es seis veces menor que el de la cara de salida, y se suele utilizar la forma planoconvexa. Para remediar este defecto es necesario emplear varias lentes.

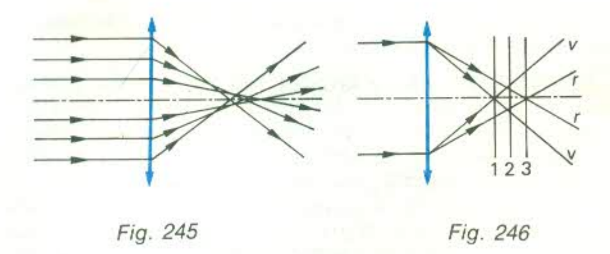


Fig. 245 Fig. 246

2.º La *aberración cromática* presenta graves inconvenientes. Si se considera una lente convergente que da en su foco la imagen de una fuente luminosa blanca muy alejada, los bordes de la lente, al actuar como prismas de ángulos pequeños (*fig.* 246), desvían más los rayos azules que los rojos, de tal manera que el foco de los rayos azules y violeta se encuentra más cerca de la lente que el de los rayos rojos. Si se coloca una pantalla en la posición 1, se obtiene una mancha circular con bordes rojos; en la posición 2, ésta tiene un diámetro mínimo, pero sus bordes están todavía coloreados y se superponen el violeta y el rojo produciendo tonos purpurinos y rosa pálidos; y, en la posición 3, aparece en la pantalla una mancha circular con bordes violeta. La distancia entre los focos de los rayos rojos y azules es relativamente grande y oscila, según la naturaleza del vidrio, entre $\frac{1}{60}$ y $\frac{1}{30}$ de la longitud focal.

Para suprimir este defecto y obtener lentes *acromáticas*, se unen a lentes convergentes talladas en vidrios poco dispersivos, denominados *crowns*, unas lentes divergentes de vidrios muy dispersivos, los *flints*, que contienen silicato de plomo, como el cristal. En la figura 247 se ven algunos tipos de lentes acromáticas corregidas también de la aberración de esfericidad.



Fig. 247

3.º Las demás aberraciones no dependen solamente de la posición del objeto y de la forma de la lente, sino también de la posición y de la abertura del diafragma que pueda acompañar a ésta. En primer lugar, la imagen de un objeto plano perpendicular al eje óptico es una superficie curva de revolución alrededor de este eje. Si se recibe en una pantalla plana, perpendicular al eje, la imagen de un cuadrado, puede obtenerse una figura cuyos lados sean más o menos ahuecados o abombados (*fig.* 248). Este defecto, llamado *distorsión*, se debe sobre todo al aumento lineal, que varía al alejarse del eje.

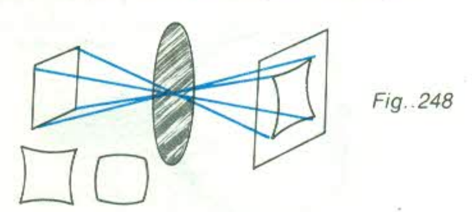


Fig. 248

La última aberración que cabe señalar es el *astigmatismo*, que se manifiesta en particular cuando se toma como objeto un plano en el que se han trazado círculos centrados en el eje y radios que salen del centro. Se observa en este caso que es imposible obtener en una pantalla plana (*fig.* 249 y 250) una imagen en la cual los círculos y los radios presenten un contorno claramente delimitado al mismo tiempo.

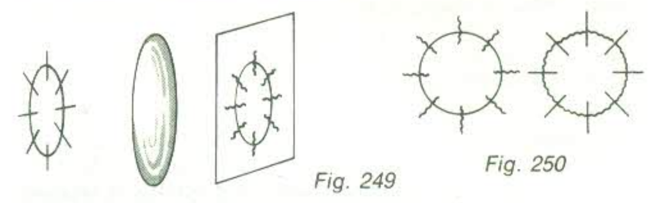


Fig. 249 Fig. 250

Se logra corregir en cierta medida todas estas aberraciones utilizando varias lentes de vidrios diferentes, unidas o separadas por intervalos de aire, y disponiendo el diafragma de modo adecuado, es decir, delante, detrás o entre las lentes.

27. — Instrumentos ópticos

Descripción del ojo humano. Acomodación. Defectos del ojo. *Miopía, hipermetropía, presbicia.* Visión binocular. Lupa. *Definición del aumento. Potencia.* Microscopio. Anteojos. *Astronómico. Terrestre.* Gemelos de prismas o prismáticos. Poder separador. Telescopios. Cámara oscura. *Objetivos fotográficos.* Principio de la fotografía.

Descripción del ojo humano. — El *ojo* está formado por un *globo* ligeramente abombado y envuelto en una membrana blanca y resistente, denominada *esclerótica,* sustituida en su parte anterior por otra transparente, llamada *córnea.* En el interior una membrana de color oscuro, la *coroides,* tapiza la esclerótica, de la cual se separa en la parte anterior para constituir el *iris.* Éste, de color diferente según los individuos, tiene en su centro una abertura circular, la *pupila,* que actúa como un verdadero diafragma al regular la cantidad de luz que penetra en el ojo, aumentando o disminuyendo su diámetro que oscila entre 2 mm en pleno sol y 5 mm en la oscuridad. Detrás del iris, y en contacto inmediato con él, se encuentra el *cristalino,* lente biconvexa con un diámetro de unos 10 mm cuya cara posterior es algo más convexa que la otra y con un índice de refracción que aumenta de la periferia al centro, siendo su valor medio 1,40. Está sostenido, en su posición de equilibrio, por la *zona* o *zónula de Zinn,* conjunto de fibras elásticas que se unen con los *procesos ciliares.*

En el fondo del ojo, la coroides se halla cubierta por un ensanchamiento de las fibras del nervio óptico, cuyos terminales están formados por células cónicas *(conos)* o cilíndricas *(bastoncitos),* que constituyen la *retina* y transmiten al cerebro, a través del nervio óptico, la sensación de luz. La sensibilidad de la retina no es la misma en todos los puntos, porque la distribución de los conos (células más sensibles) y bastoncitos no es

uniforme, y es particularmente intensa en la parte directamente opuesta a la pupila, llamada por su coloración mancha amarilla *(mácula lútea)*. Ésta tiene unos 2 mm de diámetro y presenta en su centro una pequeña depresión o cavidad denominada *fóvea central*, constituida casi sólo por conos. El punto donde el nervio óptico penetra en la retina, al carecer casi por completo de conos y bastoncitos, es totalmente insensible a la luz y recibe el nombre de *punto ciego* (punto O de la

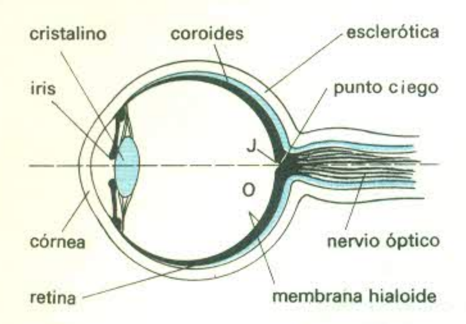


Fig. 251

figura 251). El cristalino y la zónula forman un tabique que divide el globo ocular en dos regiones de tamaño diferente. Una, la más pequeña, es la cámara anterior y está llena de un líquido claro, llamado *humor acuoso*, de índice 1,336, próximo al del agua. La otra consiste en la cámara comprendida entre el cristalino y la retina, y contiene una sustancia transparente, casi gelatinosa, denominada *humor vítreo*, cuyo índice es algo superior al anteriormente mencionado.

Acomodación. — Desde el punto de vista óptico, el ojo puede considerarse como un sistema equivalente a un dioptrio esférico de 5 mm de radio, que separa el aire de otro medio cuyo índice sería aproximadamente el del agua. El conjunto formado por la córnea y el cristalino actúa como una lente convergente única, cuyos focos principales, en un ojo adulto normal, se sitúan a unos 13 mm delante de la córnea. Para objetos cercanos al observador, es decir, colocados a una distancia que oscila entre algunos metros y 0,30 m, las imágenes se forman detrás del foco, o sea, detrás de la retina, a pesar de lo cual pueden distinguirse claramente, porque el cristalino no es una lente rígida e indeformable, sino que tiene capas periféricas bastante blandas que le permiten modificar la curvatura de sus caras, principalmente la de la anterior, gracias a la acción del músculo ciliar, insertado en el punto de separación de la esclerótica y de la coroides, donde nace el iris. Es posible calcular la nueva distancia focal f' necesaria para ver con claridad un objeto que se encuentra a 0,25 m del ojo y cuya imagen se forma sobre la retina, situada siempre a 15 mm del centro óptico, que no ha variado sensiblemente

$$\frac{1}{250}+\frac{1}{15}=\frac{1}{f'}$$

lo que da $f' = 14$ milímetros.

Esta capacidad que tiene el ojo de poder adaptar la convergencia del cristalino a la distancia del objeto se denomina *acomodación* y se desarrolla desde la primera infancia. No es ilimitada y varía con la edad; en un individuo de visión normal o emétrope, el objeto tiene que estar en el llamado *punto próximo*, situado a 15 o incluso a 25 centímetros del ojo (mínima distancia de la visión distante); el *punto remoto* corresponde al lugar más lejano en que puede colocarse el objeto para que sea claramente perceptible y, en el caso de un ojo normal, es el infinito. La distancia máxima de la visión distante es, por consiguiente, infinita.

Defectos del ojo. — *Miopía, hipermetropía, presbicia.* — Si el diámetro del globo ocular es demasiado grande, si la córnea tiene una curvatura excesivamente acentuada o si el cristalino tiene una convergencia superior a la normal, los rayos luminosos forman las imágenes delante de la retina y el ojo no ve con claridad los objetos situados lejos; en cambio, los que están cercanos, por falta de acomodación, dan imágenes más alejadas del cristalino, que pueden formarse sobre la retina, y son perfectamente visibles. Este defecto de la visión se denomina *miopía* (*fig.* 252).

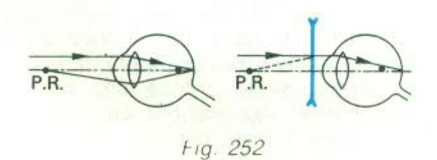


Fig. 252

Cuando, al contrario, el diámetro del globo ocular es demasiado corto o la córnea poco abombada, o si el cristalino tiene una convergencia insuficiente, la imagen de los puntos alejados se forma detrás de la retina y el ojo padece *hipermetropía* (*fig.* 253). Gracias a la acomodación, el hipermétrope es capaz de aumentar la convergencia del cristalino y de ver todavía netamente los objetos alejados, pero no puede, a pesar de todo, percibir con claridad los que se encuentran a poca distancia. Los

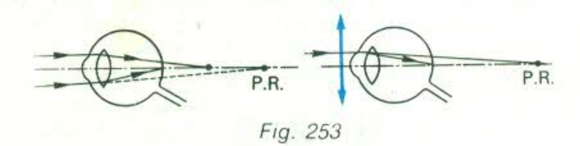


Fig. 253

rayos paralelos que convergen después de la refracción detrás de la retina son convergentes, es decir, dirigidos hacia el punto objeto virtual PR. El punto remoto de un hipermétrope, o sea, el que forma su imagen sobre la retina sin que haya acomodación, es, por consiguiente, virtual y situado en PR, detrás del ojo. Para corregir este defecto es necesario que, sin acomodación, los rayos procedentes de los puntos alejados parezcan pasar por PR, para lo cual se colocará ante el ojo una lente convergente cuyo foco imagen se hallará en el punto remoto. Los objetos cercanos, en cambio, se verán con nitidez gracias a la capacidad de acomodación.

La pérdida progresiva de la facultad de acomodación del ojo es la *presbicia*, que se manifiesta, por ejemplo, por la necesidad de alejar un libro para leerlo, en cuyo caso la imagen retiniana disminuye y no se pueden distinguir los detalles. La agudeza visual, por consiguiente, se reduce.

La hipermetropía y la presbicia se corrigen con lentes convergentes, pero los fenómenos no son idénticos. Los miopes e hipermétropes pueden ser también présbitas y necesitan entonces dos tipos de lentes para ver de cerca y de lejos.

Cabe señalar, por último, otro defecto de la visión, llamado *astigmatismo*. Cuando las superficies de la córnea y el cristalino no son de revolución alrededor del eje óptico del ojo, es imposible ver con nitidez simultáneamente todas las horas marcadas en la esfera de un reloj. Si, por ejemplo, el diámetro II-VIII se percibe con claridad, el que va de las XI a las V aparecerá borroso. La corrección se efectúa con lentes cilíndricas.

Visión binocular. — Cuando se mira un objeto cercano, se le observa con ambos ojos; las dos imágenes retinianas se forman sobre las manchas amarillas, y los ejes ópticos convergen hacia este objeto (*fig.* 254). Esto



Fig. 254

va acompañado por una acomodación que es mayor si el objeto está más cerca porque, en este caso, la convergencia es superior. La experiencia adquirida desde la primera infancia ha enseñado al hombre a ligar la distancia de los objetos con la convergencia ocular y la acomodación. Cuando se encuentra ante una escena, sus ojos, al girar rápidamente en las órbitas, gracias a los músculos oculares, fijan sucesivamente los diferentes objetos y, de la comparación de las convergencias realizada de modo instintivo, resulta la percepción del relieve.

Las dos imágenes retinianas no son idénticas, puesto que los ojos distan entre sí unos 6,5 cm. Colóquese ante los ojos, a 0,50 m aproximadamente, una gran lámina de vidrio y dibujemos en ella las dos perspectivas que representan lo visto por cada ojo (*fig.* 255). Si se dispone

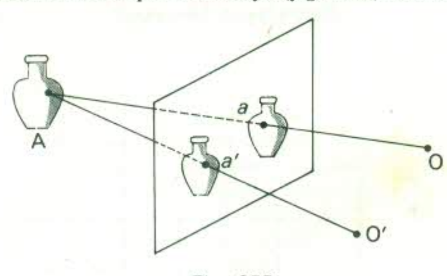


Fig. 255

luego esta lámina con los dos dibujos ante una pared blanca — contemplando con el ojo derecho solamente el dibujo de la derecha, y con el izquierdo el de la izquierda —, se comprueba que se percibe el relieve y se reconstituye la escena.

Se sabe por experiencia, en efecto, que los objetos son en general únicos, es decir, que no existen dos rigurosamente análogos. Si el ojo derecho fija el punto *a* que corresponde a A, el ojo izquierdo fijará simultáneamente *a'*, y ambos tomarán una convergencia igual a la que tenían ante el propio objeto A. Las imágenes retinianas de *a* y *a'* se fundirán y se tendrá la impresión de un objeto A en relieve a la distancia en que estaba situado efectivamente el objeto real. Este mecanismo se denomina *estereoscopia*.

Lupa. — *Definición del aumento.* — Cuando se quieren examinar los detalles de un objeto, se aproxima éste al ojo y se obtiene de este modo una imagen mayor sobre la retina. En efecto (*fig.* 256), la distancia del centro

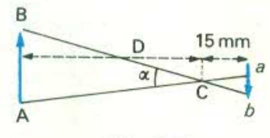


Fig. 256

óptico C del ojo a la retina es siempre de 15 mm, y *ab*, imagen de AB, es la intersección de los rayos AC y BC con la retina. Como los dos triángulos ABC y *abc* son semejantes, las bases *ab* y AB son proporcionales a las alturas, que son respectivamente 15 mm y la distancia D :

$$\frac{ab}{AB} = \frac{15 \text{ mm}}{D} \quad \text{o} \quad ab = 15 \text{ mm} \times \frac{AB}{D}$$

La distancia D, que no puede ser menor que aquella para la cual la acomodación es máxima, es igual a unos 25 cm y permite el examen bastante prolongado de los objetos sin fatiga excesiva de la vista.

Como se ha visto anteriormente una lente convergente da una imagen virtual derecha y aumentada de un objeto real cada vez que éste se encuentra entre el foco y la lente. Si se coloca el ojo en el foco imagen F' (*fig.* 257), en

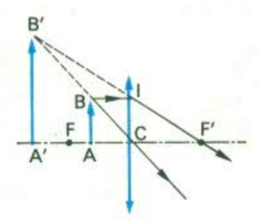


Fig. 257

lugar del objeto AB, se ve la imagen A'B', que se halla a la distancia A'F'. La dimensión de la imagen retiniana correspondiente es $a'b' = 15 \text{ mm} \times \frac{A'B'}{A'F'}$; pero, a causa de la semejanza de los triángulos rectángulos A'B'F' y CIF',

$$\frac{A'B'}{A'F'} = \frac{CI}{CF'};$$

teniendo en cuenta que CI = AB y que CF' es la longitud focal f de la lente, $a'b' = 15 \text{ mm} \times \frac{AB}{f}$. Si el objeto se contemplara a simple vista, la imagen retiniana sería, a lo sumo, de $ab = 15 \text{ mm} \times \frac{AB}{250 \text{ mm}}$, puesto que la distancia mínima de visión clara es de 25 cm ó 250 mm.

Para que sea interesante la observación a través de una lente convergente, lente que en este caso se denomina *lupa*, es necesario que $a'b'$ sea mayor que ab :

$$15 \times \frac{AB}{f} > 15 \times \frac{AB}{250}$$

lo que da la condición fundamental $f < 250$ mm.

Una lente convergente sólo servirá como lupa cuando su longitud focal sea inferior a 25 cm, lo que corresponde a una convergencia superior a cuatro dioptrías. Se llama *aumento* de la lupa al cociente $\frac{a'b'}{ab}$ entre las imágenes retinianas obtenidas mediante la lupa y las conseguidas a simple vista en condiciones óptimas. Las fórmulas anteriores muestran que este aumento G es igual a

$$G = \frac{a'b'}{ab} = \frac{250}{f}$$

con la longitud focal f expresada en milímetros. Si la convergencia se indica en dioptrías, se tendrá

$$G = 0{,}25 \text{ m} \times C = \frac{C}{4}$$

Una lente de 20 dioptrías, por ejemplo, tiene 50 mm de distancia focal y constituye una lupa de aumento 5.

Cabe observar que, al ser la longitud del objeto AB pequeña comparada con la distancia D, el cociente $\frac{AB}{D}$

(*fig.* 256) representa el ángulo, expresado en radianes, bajo el cual se ve el objeto AB desde el punto C, es decir, el ojo. Este ángulo α se denomina *diámetro aparente* del objeto y puede emplearse para simplificar las fórmulas. La dimensión en milímetros de la imagen retiniana *ab* es igual al producto por 15 del diámetro aparente α.

Ejemplo : si el objeto AB tiene 5 cm y está situado a un metro del ojo, su diámetro aparente es $\alpha = \frac{5}{100} = \frac{1}{20}$ de radián y le corresponde una imagen retiniana de $15 \times \frac{1}{20} = 0{,}75$ mm.

El cociente $\frac{A'B'}{A'F'}$ representa, puesto que el ojo se supone situado en F', el ángulo bajo el cual se ve la imagen A'B' y es, por consiguiente, el diámetro aparente α' de la imagen. El aumento es, por tanto, el cociente entre el diámetro aparente de la imagen vista con la lupa y el diámetro aparente máximo α del objeto observado a simple vista : $G = \frac{\alpha'}{\alpha}\cdot$ El aumento es algo mayor si el ojo está más cerca de la lupa y disminuye cuando éste se encuentra más lejos que el foco F'.

Debe señalarse además que, cuando el ojo se encuentra en el foco F', el diámetro aparente α' de la imagen no depende de la posición de ésta, ya que el punto B' se halla situado siempre en la recta IF'.

Potencia. — Se considera frecuentemente, en vez del aumento, la *potencia* de la lupa, que se define como el ángulo bajo el cual se ve a través de la lente la unidad de longitud del objeto; se tendrá $P = \frac{\alpha'}{AB}$ y, como, en el triángulo ICF', α' es igual a $\frac{CI}{CF'} = \frac{AB}{f}$

$$P = \frac{AB}{f} : AB = \frac{1}{f}$$

La potencia de una lupa se expresa en dioptrías cuando la distancia focal se indica en metros.

Existen diferentes clases de lupas : unas son simples lentes convergentes, otras son sistemas de lentes y algunas están compuestas por dos lentes y forman dobletes. En la figura 258 se ven algunas, entre ellas la lupa de Stanhope, que es una varilla de vidrio con un extremo plano y otro esférico.

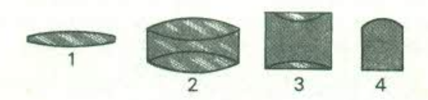
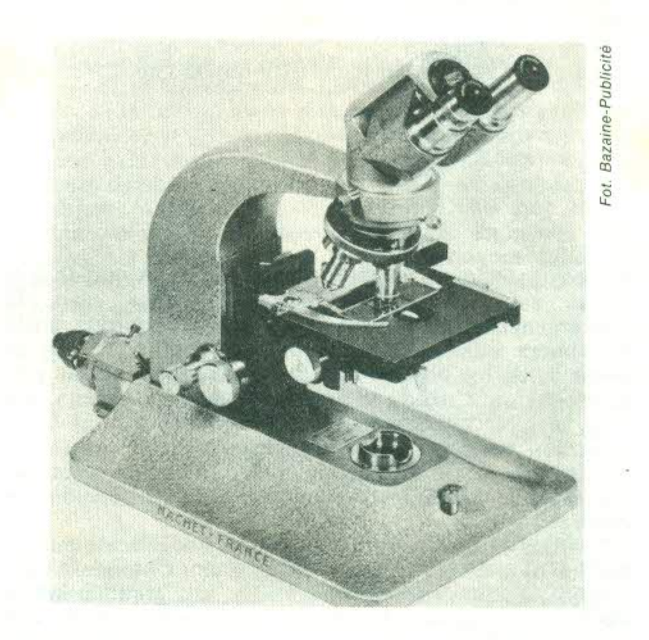


Fig. 258

Lupas diversas : 1. Lupa simple ; 2. Lupa compuesta ; 3. Doblete ; 4. Lupa de Stanhope.

Microscopio. — Para obtener grandes aumentos, es necesario fabricar lupas de distancias focales muy pequeñas, es decir, de dimensiones muy reducidas, pero, como su empleo sería muy incómodo, se utiliza un dispositivo óptico, atribuido al holandés Zacharias JANSEN, llamado *microscopio*. Éste consta esencialmente de dos lentes convergentes L_1 y L_2, la primera de las cuales da una imagen real invertida A'B', mucho mayor que el objeto AB colocado a una distancia de L_1, comprendida entre una y dos veces su longitud focal; la segunda, que actúa como una lupa con respecto a A'B', da una imagen virtual A"B", del mismo sentido y todavía mayor que A'B', imagen real que se encuentra entre el foco y la lente L_2 (*fig.* 259).



Microscopio binocular.

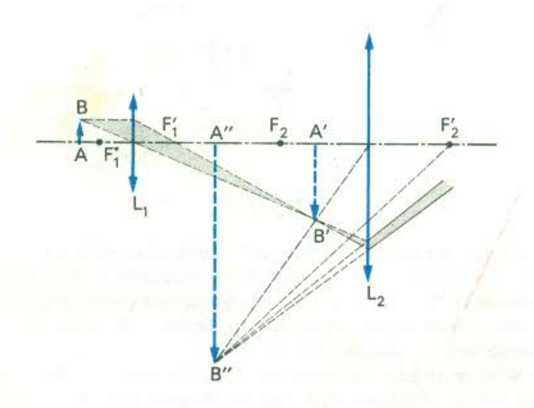


Fig. 259

Esto significa que el microscopio aumenta en dos tiempos : la lente primera, próxima al objeto y llamada *objetivo*, proporciona una imagen real invertida y aumentada, y la segunda, denominada *ocular*, recoge dicha imagen, actúa como una lupa y da finalmente una imagen focal virtual muy grande e invertida con respecto al objeto.

En realidad, el objetivo y el ocular no son nunca lentes sencillas, que, por padecer muchas aberraciones, darían imágenes defectuosas. La longitud focal F del conjunto viene dada, si se llama f_1 y f_2 a las longitudes focales del objetivo y del ocular y e a su distancia, por la relación

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{e}{f_1 f_2}$$

Sea, a guisa de ejemplo, $f_1 = 5$ mm, $f_2 = 25$ mm y $e = 160$ mm :

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{5} + \frac{1}{25} - \frac{160}{125} = \frac{130}{125}$$

La longitud focal es inferior a un milímetro. Se ha obtenido una longitud focal extraordinariamente corta de una décima de milímetro y el microscopio representa, por consiguiente, un progreso considerable en comparación con la lupa.

El *aumento* y la *potencia* se definen del mismo modo que para la lupa. Si se admite como distancia mínima de visión clara 250 mm, $G = \frac{250}{F}$ y la potencia $P = 4G = \frac{1}{F}$ en dioptrías.

En el ejemplo anterior G = 250, P = 1 000, y se alcanza un máximo de 2 500 para el aumento y de 10 000 para la potencia.

Los microscopios modernos constan de un pie que soporta una platina, perforada por un orificio, sobre la cual se coloca el objeto que, para examinarse por transparencia, se fija en una lámina de vidrio denominada *portaobjeto*. La luz, cuya concentración se aumenta frecuentemente con un condensador, se dirige hacia el objeto mediante un espejo cóncavo. En un extremo de un tubo está atornillado el objetivo y en el otro se encuentra el ocular. Un sistema de piñón y cremallera permite acercar el primero al objeto examinado, y una articulación situada en el pie del instrumento da la posibilidad de inclinarlo.

Los objetivos de microscopios son apocromáticos, es decir, acromáticos para dos o incluso tres radiaciones, y se han corregido en ellos las otras aberraciones; tienen longitudes focales que oscilan entre 16 mm para los menos fuertes y 2 mm para los de mayor potencia. Pueden sustituirse unos por otros de forma que, al combinar en el mismo instrumento distintos objetivos y oculares, se obtiene una gran variedad de aumentos.

Los oculares de microscopio son dobletes, denominados *dobletes de Huygens*, u oculares compensadores encargados de compensar las aberraciones residuales que todavía presentan los objetivos.

Anteojos. — *Astronómico.* — Para observar objetos muy lejanos es necesario utilizar instrumentos, como el *anteojo astronómico*, concebidos de tal manera que el diámetro aparente bajo el cual se ve la imagen sea notablemente mayor que aquel bajo el cual se percibe el objeto a simple vista.

El anteojo consta de dos sistemas convergentes (*fig.* 260). El primero, de gran longitud focal, está dirigido hacia el objeto, por lo cual se denomina *objetivo*, y da una imagen real e invertida A'B', situada en su plano focal. El segundo, de pequeña longitud focal, se llama *ocular* y actúa como una lupa al dar de esta primera imagen una segunda virtual, derecha y muy aumentada A"B". La imagen final es, por consiguiente, virtual e invertida con respecto al objeto. Supongamos que el ojo está situado en el foco imagen F_2' del ocular y determinemos qué condición debe satisfacer el ángulo $\widehat{\alpha}'$, diámetro aparente

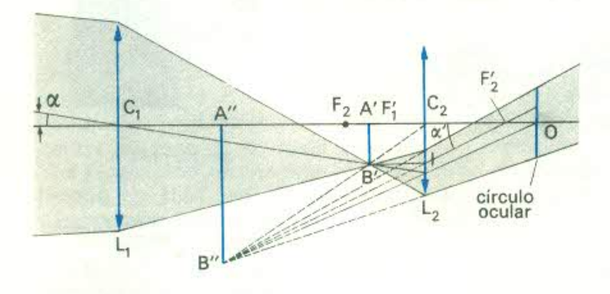
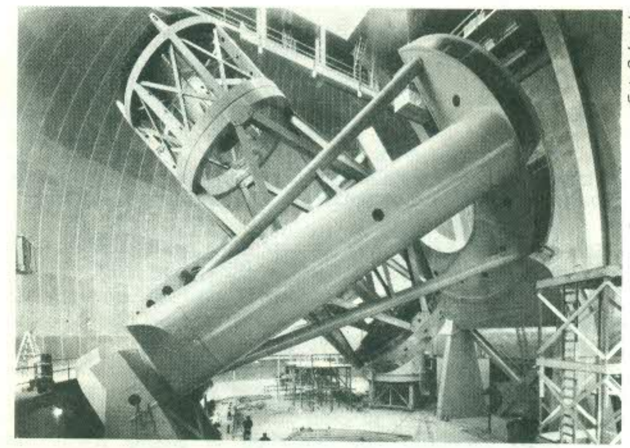


Fig. 260



Telescopio del Observatorio del Monte Palomar.

de la imagen, para exceder el diámetro aparente $\widehat{\alpha}$ del objeto observado a simple vista.

$\widehat{\alpha}' = \frac{C_2I}{C_2F_2'}$ o, si se llama f_2 a la distancia focal del ocular,

$$\widehat{\alpha}' = \frac{C_2I}{f_2} = \frac{A'B'}{f_2}$$

Se calcula luego el ángulo $\widehat{\alpha}$. El objeto, al estar muy alejado, se ve desde F_2' o desde el centro óptico C_1 del objetivo bajo el mismo ángulo, limitado por el eje óptico y por el radio que se refracta según C_1B'; por consiguiente, $\widehat{\alpha} = \widehat{A'C_1B'}$, cuyo valor es $\widehat{\alpha} = \frac{A'B'}{C_1F_1'}$, es decir, que si f_1 es la distancia focal del objetivo, $\widehat{\alpha} = \frac{A'B'}{f_1}$.

Se llama aumento G del anteojo el cociente $\frac{\alpha'}{\alpha}$, que se calcula fácilmente :

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{A'B'}{f_2} : \frac{A'B'}{f_1} = \frac{f_1}{f_2}$$

Este cociente es el de las longitudes focales del objetivo y el ocular, y el anteojo dará un aumento satisfactorio si G es mucho mayor que 1, o sea, si la distancia focal del objetivo es muy superior a la del ocular.

No puede definirse la potencia del anteojo, como se hizo para la lupa y el microscopio; el objeto AB es siempre muy grande comparado con el ángulo $\widehat{\alpha}'$ bajo el cual se le ve con el anteojo, y la potencia es infinitamente pequeña.

Para evitar que el ojo se canse con observaciones prolongadas, puede procederse de forma que la imagen virtual se produzca bastante lejos de él, lo que requiere que A'B' esté situado en la proximidad del foco objeto del ocular, y, al coincidir A' con F_1', ocurre lo mismo con el foco imagen del objetivo y el foco objeto del ocular, constituyéndose así un sistema afocal.

Mientras que para enfocar el microscopio se desplazan conjuntamente el objetivo y el ocular hacia el objeto, en el caso del anteojo, como el objetivo está orientado hacia el objeto, sólo se mueve el ocular, que está montado en un tubo provisto de una cremallera y un piñón.

Los objetivos del anteojo astronómico están generalmente constituidos por dos lentes que forman una combinación convergente acromática, carente de aberración de esfericidad, y tienen una longitud focal que oscila, según los tipos, entre unos pocos decímetros y

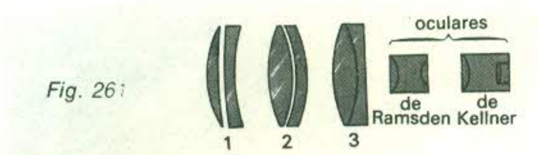


Fig. 261

Objetivos y oculares de anteojos : 1. Objetivo convexocóncavo ; 2. Objetivo biconvexo ; 3. Objetivo planoconvexo.

varios metros. Los oculares, siempre compuestos, son dobletes, como los de Ramsden, Kellner, etc. (*fig.* 261).

El anteojo no sirve solamente para el examen de objetos muy alejados, como los astros, sino que permite también fijar direcciones y, por medio de un círculo graduado, se utiliza para medir ángulos o distancias angulares. En este caso, se añade al anteojo un *retículo*, diafragma circular en el cual se han montado dos hilos muy finos en cruz (*fig.* 262) en el plano focal del objetivo, o más exactamente en el plano de la imagen real invertida A'B'. Cuando la imagen de un objeto se encuentra en el punto de intersección de los hilos del retículo, este objeto se sitúa en la prolongación de la recta, que es fija con respecto al instrumento y une el centro óptico C_1 (*fig.* 260) con el punto de intersección de los hilos. Cuando se enfocan sucesivamente dos puntos, el anteojo se desplaza un ángulo igual al ángulo bajo el cual se ven estos dos puntos (distancia angular de dos estrellas, por ejemplo). Los ángulos se miden por medio de una *alidada*, montada en el anteojo, que recorre un círculo graduado.



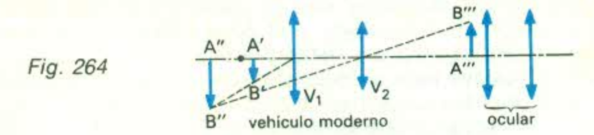
Fig. 262

A' B' B'' A''
vehículo de Kepler
ocular

Fig. 263

Terrestre. — La inversión de las imágenes de los astros no tiene importancia alguna, pero no ocurre lo mismo con los objetos terrestres alejados. Se añade, por tanto, al anteojo astronómico un dispositivo óptico que rectifique la imagen, denominado *vehículo*, cuyo modelo más sencillo es una lente que, situada a una distancia doble de su longitud focal de la imagen real A'B' (*fig.* 263), da de esta última una imagen real de la misma dimensión A''B'', pero enderezada y reproducida por el ocular. En este caso, se debe, por consiguiente, alargar el anteojo cuatro veces la longitud focal del vehículo. Este tipo de dispositivo, concebido por el astrónomo Kepler, ha dejado de utilizarse y se sustituye por un vehículo compuesto por dos lentes convergentes montadas en el mismo tubo que el ocular de tal manera que, para el enfoque, las cuatro lentes se desplazan conjuntamente. La primera de éstas, V_1, da de la imagen real A'B' una imagen virtual más alejada y aumentada A''B'', situada

Fig. 264



bastante lejos de la segunda lente V_2, que da una imagen real invertida, es decir, del mismo sentido que el objeto: ésta es la que reproduce el ocular (*fig.* 264).

Gemelos de prismas o prismáticos. — Los anteojos terrestres que acaban de describirse no permiten más que la visión con un solo ojo. Además, si bien los modelos empleados para los aumentos pequeños (hasta 10 ó 12) pueden sujetarse con la mano, los utilizados para obtener resultados superiores deben colocarse en un pie o soporte para evitar que un desplazamiento, por pequeño que éste sea, provoque el movimiento de la imagen y dificulte de este modo la observación.

Para permitir la visión binocular, pueden disponerse paralelamente dos anteojos de igual aumento, cuyos ejes tengan la misma distancia que los ojos, pero la longitud y el volumen del instrumento, unidos a los del vehículo, resultarían incómodos. Se palia este inconveniente gracias al empleo de un vehículo rectificador formado por dos prismas de reflexión total, que no solamente enderezan la imagen mediante cuatro reflexiones, aunque dos serían suficientes, sino que la acortan, porque se doblan los rayos. Los *gemelos de prismas* se componen de dos combinaciones idénticas, una de las cuales está representada en la figura 265; ambos prismas están cruzados. Un anillo con estrías situado entre los dos cuerpos de los gemelos permite ajustar simultáneamente los dos oculares, que son convergentes, como en el anteojo astronómico. El único inconveniente de estos instrumentos se debe a la existencia de cuatro prismas de vidrio que incrementan el peso.

Para aumentar la claridad, los objetivos, prismas y oculares están provistos de capas antirreflectantes que les dan una apariencia azulada.

Poder separador. — Una característica de los anteojos, de la que todavía no se ha tratado, es el *poder separador*. Si se considera en primer lugar el ojo, se observa que, para que las imágenes retinianas de dos puntos den impresiones separadas, es necesario que afecten a fibras nerviosas que no estén próximas, ni

Gemelos prismáticos : vista exterior, sección y trayecto seguido por los rayos luminosos en los primas.

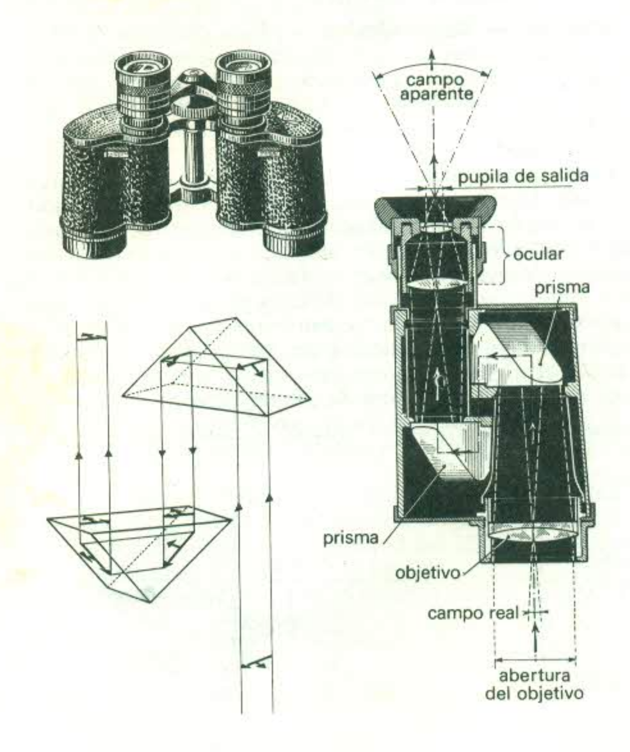


Fig. 265

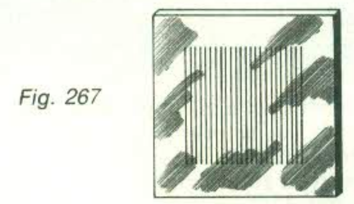


Fig. 266

adyacentes, sino aisladas por lo menos por una tercera. Como las dimensiones de esta última son del orden de cinco milésimas de milímetro, el ángulo bajo el cual esta distancia se ve desde el centro óptico del ojo es $\frac{0{,}005}{15}$, ya que la distancia focal del sistema ocular es 15 mm (*fig.* 266). Este ángulo de $\frac{1}{3\,000}$ de radián o de un minuto de arco representa también el diámetro aparente de los puntos más cercanos que el ojo puede separar. Se dice, por tanto, que el poder separador del ojo es de 1′, lo que corresponde a dos puntos que distan $\frac{1}{10}$ de milímetro, vistos a 30 cm, o a puntos separados por 3,3 mm, observados a 10 m.

En los anteojos, el poder separador es el ángulo bajo el cual se ven desde el centro óptico del objetivo los dos puntos más próximos de la imagen real y, por consiguiente, es también el diámetro aparente de los dos puntos más cercanos que el objetivo puede separar. Es tanto menor cuanto mayor es el diámetro del objetivo y llega a equivaler a una fracción de segundo en los objetivos de 20 cm de diámetro. Para que el ojo sea capaz de distinguir todos los detalles separados en la imagen proporcionada por el objetivo, es necesario que los vea bajo un ángulo igual por lo menos a un minuto, pero, para evitar la fatiga ocular, se escoge un valor de tres minutos. Se dará, por consiguiente, al instrumento un aumento mínimo tal que, multiplicado por el poder separador del objetivo, se obtengan tres minutos. Un objetivo de anteojo de 80 mm de diámetro tiene un poder separador de 1,5″; en este caso, el aumento mínimo es de 120 y, si se conoce la longitud focal del objetivo, se puede determinar la distancia focal del ocular que hay que emplear. Así, en este ejemplo, como el objetivo tiene una longitud focal de 120 cm, la distancia focal del ocular correspondiente será de 1 cm.

El poder separador de los anteojos se mide por medio de miras que llevan rayas negras equidistantes, dibujadas sobre un fondo blanco y situadas a diez metros (*fig.* 267).


Fig. 267

Telescopios. — Los *telescopios* son instrumentos construidos para la observación de los astros y cuyo objetivo está constituido por espejos cóncavos, esféricos al principio y actualmente parabólicos, que ofrecen la ventaja de carecer de toda aberración cromática.

La figura 268 representa el dispositivo concebido por Newton en 1668, en el cual un espejo cóncavo da una imagen de un astro en el foco F, y otro plano *m* refleja los rayos luminosos del lado del instrumento; la imagen real, situada en F′, se observa a través de un ocular. Foucault sustituyó el espejo *m* por un prisma de reflexión total, y el ocular simple por un ocular de cuatro lentes.

Existe otro tipo de telescopio, más corto, inventado por el físico francés N. Cassegrain en 1672 y formado por un espejo cóncavo que da una imagen real que se encuentra también en su plano focal, pero que es interceptada por un pequeño espejo convexo, esférico en tiempos pasados y actualmente casi siempre hiperbólico. Este último está dispuesto de tal manera que la imagen interceptada se sitúa entre su foco y su vértice y, en estas condiciones, se forma una imagen real cerca del vértice del espejo cóncavo, que tiene un orificio por el cual se observa la imagen real con un ocular (*fig.* 269). Para evitar esa perforación, pueden enviarse los rayos reflejados por el espejo convexo mediante otro plano que tenga una inclinación de 45°.

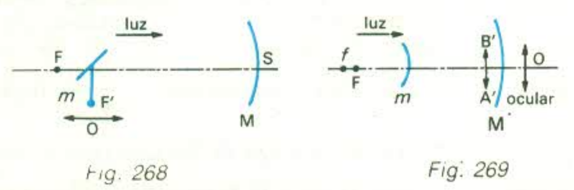


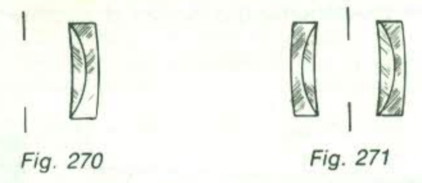
Fig. 268 Fig. 269

Se han construido telescopios gigantes, como el del Observatorio del Monte Wilson, en California (Estados Unidos), que tiene un espejo parabólico de 1,52 m de diámetro y de 7,60 m de distancia focal y que pesa 865 kilogramos, o el del Monte Palomar, también en California, que se considera el mayor del mundo, con un espejo de 5 m de diámetro. (V. fotografía, pág. 1915.)

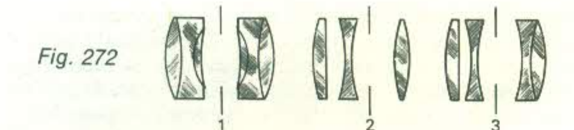
Cámara oscura. — *Objetivos fotográficos.* — Si el diafragma de la cámara oscura, que tiene un orificio, se sustituye por un sistema óptico convergente, se obtiene en el vidrio esmerilado una imagen bastante brillante de los objetos colocados delante de aquélla. El vidrio esmerilado puede desplazarse y modificar de este modo la profundidad de la cámara hasta el momento en que la imagen presente la mayor claridad o nitidez. No es posible naturalmente obtener una imagen clara de objetos situados a diferentes distancias de ese sistema óptico convergente denominado *objetivo*.

Los objetivos, que no son nunca lentes sencillas, se caracterizan por la longitud focal, indicada siempre en la montura, y por la abertura, es decir, el cociente entre la longitud focal y el diámetro del haz luminoso de mayor anchura que pueda penetrar por ellos. Con una placa de 9 cm × 12 cm, por ejemplo, se utilizan objetivos de longitud focal 13,5 cm, cuya abertura puede ser $\frac{1}{6{,}3}$, $\frac{1}{4{,}5}$, etc., es decir, que dejan entrar haces de diámetro igual a $\frac{13{,}5}{6{,}3}$ ó a $\frac{13{,}5}{4{,}5}$. El diámetro del diafragma, si es exterior al objetivo, o de la imagen del diafragma por la parte anterior del objetivo, cuando el diafragma está situado entre las lentes, es la abertura del objetivo.

Los objetivos se clasifican según las cualidades que tienen o en relación con la corrección de las aberraciones. Existen *objetivos acromáticos,* formados por dos lentes, una convergente y otra divergente, asociadas a un


Fig. 270 Fig. 271

diafragma colocado en la parte delantera (*fig.* 270), y corregidos de las aberraciones esféricas y cromáticas. Cabe señalar también los *rectilíneos,* que constan de dos



Diversos tipos de objetivos : 1. Anastigmático simétrico; 2. Triplete de Cooke; 3. Tessar Zeiss.

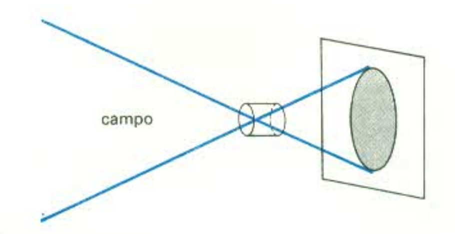


Fig. 273

grupos de lentes unidas, dispuestos simétricamente con respecto al diafragma (*fig.* 271), y que, además de no presentar aberraciones de esfericidad y cromáticas, carecen de distorsión. En la actualidad, se utilizan los *anastigmáticos* que, a las anteriores cualidades, añaden una corrección casi perfecta del astigmatismo de la imagen. La figura 272 muestra algunos de los más empleados, cuya abertura puede alcanzar $\frac{1}{3,5}$, $\frac{1}{2}$ e incluso $\frac{1}{1,5}$. Es evidente que la cantidad de luz que penetra en el objetivo y que contribuye a la formación de la imagen aumenta con la abertura. La luminosidad de los objetivos es proporcional a su superficie útil y también, por consiguiente, al cuadrado de la abertura. Así, un objetivo abierto a $\frac{1}{6,3}$ es tres veces menos luminoso y rápido que un objetivo de $\frac{1}{3,5}$, porque $6,3^2 : 3,5^2 = 3,2$.

El *campo* es otra cualidad de los objetivos que reviste suma importancia. Cuando se monta un objetivo fotográfico en una cámara oscura muy grande, se observa, después de efectuar el enfoque, que la imagen es perfectamente clara en el vidrio esmerilado sólo dentro de un círculo. Todos los objetos situados en el interior de un cono, cuyo vértice es el centro óptico del objetivo y cuya base es el círculo, se hallan en el *campo del instrumento* (*fig.* 273). Es necesario que la placa fotográfica o la superficie sensible, que debe estar cubierta en su totalidad, se inscriba dentro del círculo, cuyo diámetro será obligatoriamente algo superior a la diagonal de la placa. El campo es de casi 60^0 para los buenos objetivos de abertura media, sólo alcanza 53^0 con los que están abiertos a $\frac{1}{3,5}$ y se reduce a 45^0 en el caso de una gran abertura del orden de $\frac{1}{2}$. Se construyen objetivos especiales, denominados *grandes angulares*, que tienen una abertura relativamente pequeña, de $\frac{1}{12}$ a $\frac{1}{9}$, y un campo considerable, que alcanza 90 e incluso 100^0.

Toda la luz que llega a un objetivo, lente o prisma, no se transmite íntegramente, porque el vidrio absorbe una pequeña parte (1 por ciento por centímetro atravesado), y se pierde otra cantidad por reflexión hacia la luz incidente (aproximadamente el 8 por ciento para una lente simple). En un objetivo formado por varias lentes, las pérdidas por reflexión son grandes y, para reducirlas, se deposita, mediante evaporación de fluoruro de magnesio en un vacío intenso, una capa de unas décimas de micra de una sustancia transparente, con un índice de refracción muy bajo (1,4), en la superficie de vidrio, que adquiere así un reflejo azulado característico.

Principio de la fotografía. — Sustituyendo el vidrio esmerilado por una superficie plana, sensible a la luz, se observa que basta exponer ésta durante poco tiempo, si la imagen es muy brillante (objeto muy luminoso, objetivo muy abierto), para obtener una impresión que podrá luego revelarse.

28. — Elementos de Óptica física

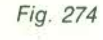
Resumen de las leyes de la propagación rectilínea de la luz. Experimento de los orificios de Young. Producción de franjas de interferencia. Medida de una longitud de onda. Desplazamiento del sistema de franjas. Otros dispositivos de obtención de franjas de interferencia. *Biprisma. Espejos de Fresnel. Anillos de Newton. Láminas semiplateadas*. Longitudes de onda de las radiaciones luminosas. Éter luminoso. *Vibraciones electromagnéticas*. Difracción. Experimento de difracción. Retículo.

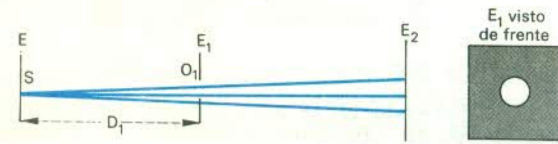
Resumen de las leyes de la propagación rectilínea de la luz. — Numerosos experimentos han llevado a la conclusión de que, en un medio homogéneo, la luz se propaga en línea recta.

Para demostrar esta afirmación se utiliza, por ejemplo, una fuente luminosa, de dimensiones pequeñas con respecto a las distancias a las cuales se observan los fenómenos producidos, que recibe el nombre de *fuente puntual*, y se comprueba que todo se desarrolla como si, a partir de ésta, la luz se propagara según la dirección de unos hilos tensos (rayos luminosos).

Para obtener una fuente puntual, se cubre una fuente luminosa con una pantalla opaca E en la que se ha hecho un pequeño orificio circular S. Se observa que, si se coloca a una distancia D_1, bastante grande con respecto al radio de S, otra pantalla E_1 con una abertura O_1, sólo hay luz más allá de E_1, en el cono de vértice S limitado por la abertura O_1 y, a primera vista, parece iluminada en una pantalla E_2 únicamente la región delimitada por el cono luminoso (*fig.* 274).

Esta ley de la propagación rectilínea de la luz, en la cual se basa la denominada Óptica geométrica, permite explicar numerosos fenómenos luminosos, aunque no todos, como es el caso de los que se describirán a continuación.





Experimento de los orificios de Young. — Consideremos, como en el experimento anterior, una fuente limitada por un pequeño orificio S y colóquese a una distancia D_1, suficientemente grande con respecto a las dimensiones de éste, una pantalla E_1 con dos agujeros O_1 y O_2 muy próximos. Si la luz se propagara exactamente en línea recta, deberían observarse en la pantalla E_2 dos manchas circulares luminosas muy diferentes, de centros O_1 y O_2, mientras que se ve, en realidad, a ambas partes de una línea brillante central perpendicular al plano SO_1O_2, una serie de líneas paralelas, alternativamente brillantes y oscuras, que se denominan *franjas* (*fig.* 275).

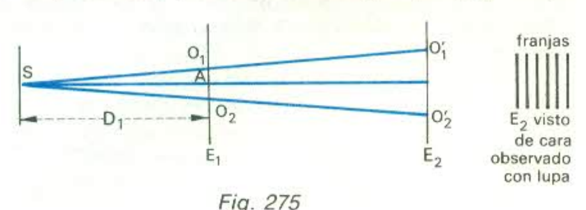


Fig. 275

La existencia de franjas brillantes en la región de sombra geométrica de la pantalla E_1 es incompatible con una ley rigurosa de propagación rectilínea de la luz.

Para explicar estos y otros fenómenos análogos, se han emitido las siguientes hipótesis :

1.ª Una fuente de luz monocromática produce un fenómeno vibratorio periódico. Éste tiene un período y, por consiguiente, una frecuencia que caracterizan el color de la luz y se propaga en un medio homogéneo con una velocidad independiente de la dirección, que es la misma en el vacío y, prácticamente, también en el aire (300 000 km/s) para todas las radiaciones, cualesquiera que sean sus frecuencias y, por lo tanto, sus colores.

2.ª Cualquier punto del medio por el cual se propaga el fenómeno vibratorio puede considerarse como una fuente de vibración del mismo período que el de la fuente, pero presenta con ella una diferencia de fase que depende de su posición mutua.

Este último enunciado constituye el *principio de Huygens*, y se entiende por *Óptica física* el estudio de los fenómenos que se explican por la teoría vibratoria de la luz.

Producción de franjas de interferencia. — Basándose en estos enunciados, considérese en los orificios de Young la fuente luminosa S como origen de un fenómeno vibratorio y los puntos O_1 y O_2 como dos fuentes de mismo período que están además en fase, si equidistan rigurosamente de S. Se pretende encontrar cuál será la distribución de la luz en los diferentes puntos del espacio y, en particular, sobre la pantalla E_2 en un lugar cercano a C, problema que se estudió con la composición de las vibraciones que producen dos fuentes del mismo período y en fase.

Al tratarse de un fenómeno de revolución alrededor del eje O_1O_2, puede considerarse en un plano llamado meridiano, es decir, que pasa por O_1O_2, y se sabe que en cada instante hay concordancia de fase y, por consiguiente, amplitud máxima en la recta AC y sobre las hipérbolas de focos O_1 y O_2, que son los lugares geométricos de los puntos M cuya diferencia de distancias $MO_1 - MO_2$ es igual a un número entero de longitudes de onda y que se designan por (H_1).

Hay, en cambio, interferencia completa y, por tanto, amplitudes nulas, es decir, oscuridad en todos los puntos en que dicha diferencia de distancias es igual a un número impar de semilongitudes de onda. Esta clase de hipérbolas se representa por (H_2).

En el espacio, se producirá un máximo de luz en el plano P, trazado a partir de A perpendicularmente a O_1O_2 (plano que contiene AC), y en los hiperboloides engendrados por la rotación de las hipérbolas de la familia (H_1) alrededor del eje O_1O_2. La pantalla E corta el plano P según la recta perpendicular en C a $O'_1O'_2$, que será muy luminosa y constituirá la franja central, y corta los hiperboloides de la familia (H_1) según hipérbolas cuyo eje es $O'_1O'_2$; en la proximidad de los vértices, los arcos de las hipérbolas son perpendiculares al eje y ofrecen el aspecto de pequeños segmentos de recta normales al eje y, por consiguiente, paralelos a la franja central, todo lo cual explica la existencia de las franjas brillantes sucesivas.

Las franjas oscuras están constituidas de modo análogo por la intersección, con el plano de la pantalla, de los

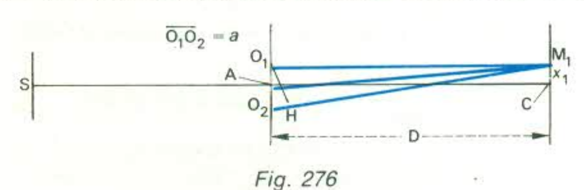


Fig. 276

hiperboloides de la familia (H_2) sobre los cuales la interferencia es completa.

Para determinar con más precisión las posiciones de las franjas sucesivas, consideremos (*fig.* 276) x_1, es decir, la distancia CM_1 que media entre la franja central C y el primer máximo de luz; en los triángulos semejantes O_1HO_2 y ACM_1 se tendrá

$$\frac{x_1}{O_2H} = \frac{AM_1}{O_1O_2}; \quad \text{sea} \quad O_1O_2 = a;$$

$$O_2H = O_2M_1 - O_1M_1 = \lambda; \quad \text{y} \quad AM_1 = AC; \quad \text{de donde}$$

$$x_1 = \lambda \frac{D}{a}$$

Para el primer mínimo se tendrá, del mismo modo, $O_2H = \frac{\lambda}{2}$, de donde $\varphi_1 = \frac{\lambda}{2} \cdot \frac{D}{a} = \frac{x_1}{2}$, lo que significa que el primer mínimo está situado a igual distancia de la franja central y del primer máximo siguiente.

De manera más general, si un máximo se encuentra a una distancia x, tal que

$$O_2M - O_1M = n\lambda, \text{ se obtiene } \quad x = n\lambda \frac{D}{a}$$

y el máximo siguiente se hallará a una distancia x' tal que

$$O_2M' - O_1M' = (n+1)\lambda, \text{ de donde } x' = (n+1)\lambda \frac{D}{a}$$

La distancia entre los dos máximos sucesivos será, por consiguiente,

$$x' - x = \frac{D}{a}\lambda$$

de donde resulta que los máximos sucesivos son equidistantes. La distancia entre éstos, denominada *interfranja*, es $e = \lambda \frac{D}{a}$.

Lo mismo ocurre con los mínimos sucesivos.

Observación. — Las longitudes de onda de las vibraciones luminosas son muy pequeñas, del orden de una micra. Para que las interfranjas tengan una longitud de onda visible con el ojo o incluso con una lupa de mucho aumento, será necesario que $\frac{D}{a}$ sea grande, más o menos de 1 000, y se puede tomar, por ejemplo, $a = \frac{1}{2}$ mm y D = 1 m. Estos valores justifican las aproximaciones hechas en el cálculo, en el que se ha confundido AM_1 con

AC y el pie H de la perpendicular trazada desde O_1 hasta O_2M_1 con el punto donde se encuentran O_2M_1 y la circunferencia de centro M_1 y de radio M_1O_1.

Medida de una longitud de onda. — Este experimento permite determinar la longitud de onda de la luz. Para ello se mide, valiéndose de un visor con ocular micrométrico, llamado contador de franjas, la longitud correspondiente a un número determinado de interfranjas, la distancia a entre los dos orificios y la distancia D a la pantalla. Sea, por ejemplo, D = 1 000 mm, $a = \frac{1}{2}$ mm y 6 mm para la longitud de 5 interfranjas; la relación $e = \frac{D}{a}\lambda$ da $\lambda = \frac{a}{D}e$, de donde, en el caso considerado,

$$\lambda = \frac{6}{5}\cdot\frac{0,5}{1\,000} = 0,6\cdot 10^{-3} \text{ mm ó } 0,6 \text{ micras}$$

Este valor es aproximadamente la longitud de onda de la radiación amarilla del vapor de sodio incandescente.

Desplazamiento del sistema de franjas. — Si la fuente no se encuentra exactamente en S sobre la perpendicular al punto medio de O_1O_2, las dos fuentes O_1 y O_2 no estarán en fase y, en el caso representado en la

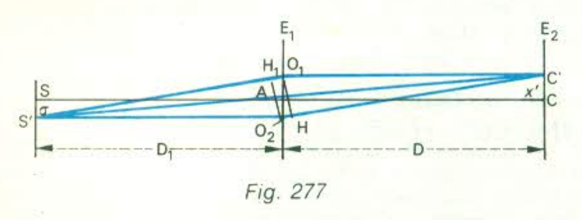


Fig. 277

figura 277, O_1 tendrá, con respecto a O_2, un retraso de fase correspondiente a una diferencia de trayecto O_1H_1, que, al calcularse como se hizo anteriormente para O_2H, da un valor de $O_1H_1 = 0\,\frac{a}{D_1}$; si se denomina *franja central* aquella para la cual la diferencia de trayecto es nula, el punto C′ donde ésta se va a encontrar será tal que $O_1H_1 = O_2H$ ó $\frac{\sigma a}{D_1}\cdot x' = \frac{\sigma}{D}$, de donde $\frac{x'}{\sigma} = \frac{D}{D_1}$, lo que requiere que los tres puntos S′, A y C′ estén en línea recta.

Alrededor del punto C′ se forma un sistema de franjas que tienen la misma interfranja que el de centro C. Todo sucede como si el primer sistema se hubiera trasladado a una distancia CC′.

OBSERVACIÓN. — Cabe preguntarse si no se obtendría un sistema de franjas al colocar directamente la pantalla E_1 ante una fuente, lo que equivaldría a iluminar los dos orificios O_1 y O_2 por dos puntos distantes de esta última.

Al realizar el experimento se observa que no aparece ningún sistema de franjas, y este resultado se explica porque la emisión de luz en un punto de una fuente es un fenómeno atómico que, incluso durante un instante, afecta a un gran número de átomos diferentes, de forma que se produce en cada punto de la fuente numerosas variaciones bruscas de fase en el transcurso del tiempo. Si se iluminan, por consiguiente, los dos orificios O_1 y O_2 por dos puntos distintos de la fuente, las vibraciones en O_1 y O_2 estarán constantemente desfasadas y tendrán entre sí una diferencia de fase que variará de un momento a otro. En estas condiciones no podrá presentarse ningún fenómeno duradero de interferencia. En cambio, si se iluminan ambos orificios por el mismo punto de la fuente, constituirán dos fuentes con una diferencia de fase constante.

OBSERVACIÓN. — Se demuestra experimentalmente que con una rendija fina S y otras dos O_1 y O_2, paralelas a S, se obtienen franjas mucho más luminosas y paralelas a las rendijas.

Debe admitirse que la teoría de las ondas y el principio de Huygens permiten explicar este resultado.

Otros dispositivos de obtención de franjas de interferencia. — Se han ideado, para obtener franjas, numerosos dispositivos que se parecen todos al concebido por Young. Éstos permiten constituir, a partir de un punto luminoso S, dos fuentes próximas O_1 y O_2 que presentan entre sí una diferencia de fase constante y cuyas vibraciones interfieren en una región determinada del espacio.

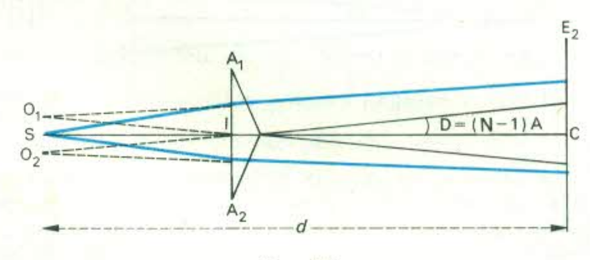


Fig. 278

Biprisma. — Uno de estos dispositivos se denomina *biprisma*. Sean dos prismas (de índice n y ángulo menor $\hat{A}$) unidos por la base; un haz estrecho procedente de una fuente S incide casi perpendicularmente en la cara común A_1A_2 y es desviado por cada prisma hacia la base: $\hat{D} = (n-1)\hat{A}$; después de haber atravesado los prismas, los rayos parecen venir respectivamente de dos puntos O_1 y O_2, que van a desempeñar el mismo papel que los orificios de Young; en la figura 278, se ve que la distancia $O_1O_2 = 2SI \text{ tg } \hat{D}$, o, si se sustituye tg $\hat{D}$ por el arco, evaluado en radianes, $O_1O_2 = 2SI\,(n-1)\,\hat{A}$; esta distancia cumple la función que a tenía en la experiencia de Young. Cuando se coloca una pantalla a una distancia d = SC, se observan franjas con una separación dada por la fórmula $e = \lambda\,\frac{d}{a}$.

Espejos de Fresnel. — En el dispositivo de Fresnel, la luz emitida por una fuente S incide en dos espejos, M_1 y M_2, que forman un ángulo pequeño α.

Tómese como plano de figura el trazado por S perpendicularmente a la intersección I de los espejos M_1 y M_2 (*fig.* 279). Estos últimos dan de S las imágenes O_1 y

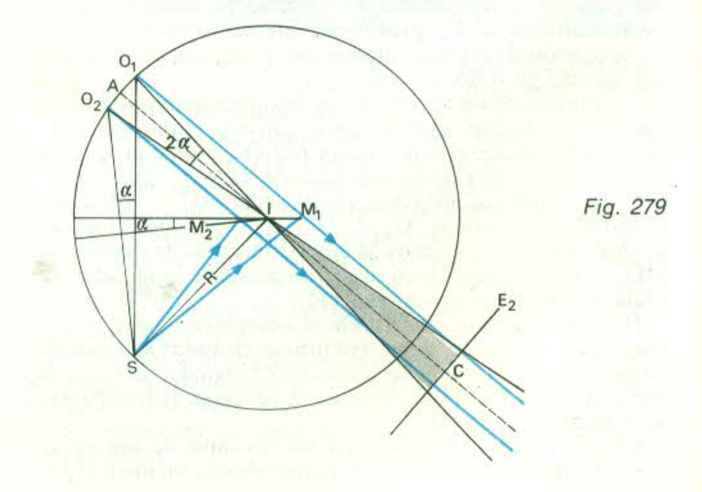


Fig. 279

O_2, simétricas de S con respecto a los planos de ambos, y los rayos procedentes de S parecen, después de reflejarse, venir de O_1 y O_2 que desempeñan el mismo papel que los orificios de Young.

Se observan franjas de interferencia en toda la región común a los dos haces reflejados (parte sombreada de la figura). La distancia SI de la fuente a la intersección de ambos espejos se considera conocida y se representa por R; O_1 y O_2 están situados en la circunferencia de centro I y radio IS; el ángulo $\widehat{O_1IO_2} = 2\alpha$, puesto que es un ángulo en el centro que subtiende el mismo arco que el ángulo $\widehat{O_1SO_2}$, igual a α por tener sus lados perpendiculares; se tendrá, por consiguiente, $O_1O_2 = 2R \cdot \alpha$ (estando α evaluado en radianes) y, si se quiere volver al experimento de Young, bastará considerar $a = 2R\alpha$. La pantalla E_2 se coloca perpendicularmente a AI (A = punto medio de O_1O_2) y a una distancia d = AI + IC = R + IC; la distancia IC entre la pantalla y el eje del espejo se mide de modo directo; el centro de las franjas es el punto C, y la interfranja es, como en el caso anterior, $e = \lambda \frac{d}{a}$.

Para que las franjas sean más luminosas, puede sustituirse el orificio S por una rendija paralela a la recta de intersección de los planos de los espejos.

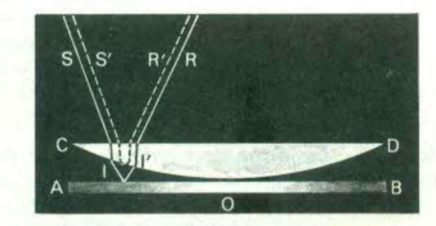


Fig. 280

Anillos de Newton (El rayo R, refractado dos veces, interfiere con el rayo reflejado R').

Anillos de Newton. — Si se coloca en una lámina plana de vidrio AB (*fig.* 280) una lente planoconvexa COD de curvatura muy pequeña, el espacio comprendido entre el plano AB y la lente COD constituye una fina capa de aire, con un espesor que varía según la distancia al punto O, pero que no cambia con el transcurso del tiempo. Si se envía un haz luminoso en la dirección SI y se recibe el haz reflejado, se observan anillos alternativamente brillantes y oscuros, debidos a las interferencias de rayos como RR', cuyas diferencias de marcha varían con el espesor. Si se utiliza una luz monocromática, que puede ser amarilla, por ejemplo, se obtienen anillos muy claros fáciles de contar y medir. Este experimento, realizado por Newton, fue explicado por Fresnel, que lo incluyó en el campo de los fenómenos de interferencia.

Láminas semiplateadas. — Al depositar en una lámina de vidrio, mediante plateado químico o pulverización catódica, una capa delgada de plata de unas centésimas de micra de espesor, se obtiene una superficie que, aunque permanece transparente, adquiere un poder reflector notable.

Si se consideran dos láminas paralelas así plateadas, A y B, se observa que un rayo incidente SI se refracta y se refleja primero en J, después en J_1, J_2, J_3 y J_4, y se obtienen para cada rayo incidente varios rayos emergentes paralelos R, R_1, R_2, R_3 y R_4, cada uno de los cuales presenta, con el anterior, la misma diferencia de marcha, que depende del ángulo de incidencia i (*fig.* 281). Con una lente O se hacen converger estos rayos en M y se ve que este punto estará iluminado si la diferencia de marcha es un múltiplo entero de la longitud de onda, y oscuro en el caso contrario. En el foco de la lente aparecen, en luz monocromática, franjas circulares, centradas en la perpendicular a las láminas que pasan por la fuente luminosa, que son muy finas y separadas por franjas oscuras mucho más anchas. Puesto que con los aparatos anteriores las franjas brillantes y las oscuras tenían el mismo espesor, con este método puede medirse con mayor precisión la posición de las primeras.

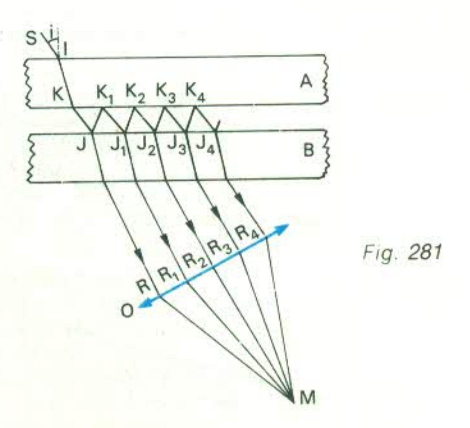


Fig. 281

Longitudes de onda de las radiaciones luminosas. — Los experimentos de interferencia permiten determinar, como ya se indicó, las longitudes de onda de las radiaciones luminosas, que están comprendidas, para el espectro visible, entre 0,8 micras ($0{,}8 \times 10^{-3}$ mm) u 8 000 unidades angström (el angström vale 10^{-8} cm), en la extremidad roja del espectro, y 0,38 micras o 3 800 angströms hacia el extremo violeta.

El período de vibración de una radiación de longitud de onda λ es dado por la relación $\lambda = VT$, donde V es la velocidad de la luz, o sea 300 000 km/s ($3 \cdot 10^{10}$ cm/s) en el vacío y prácticamente también en el aire.

Para conocer el período de la vibración amarilla del sodio, como la longitud de onda en el aire es de 0,590 micras, es decir, aproximadamente $6 \cdot 10^{-5}$, se tendrá la frecuencia

$$N = \frac{1}{T} = \frac{1}{2} 10^{15}$$

Las radiaciones luminosas corresponden, por tanto, a fenómenos vibratorios de frecuencias muy elevadas.

Las velocidades de propagación de una misma radiación en dos medios de índices de refracción diferentes están, como se sabe, en razón inversa de dichos índices; como el período de una radiación es independiente del medio, las longitudes de onda de una misma radiación están en razón inversa de los índices.

Una radiación se caracteriza, por tanto, por el período o la frecuencia o por la longitud de onda en el vacío e incluso en el aire, cuyo índice es casi igual a la unidad.

Éter luminoso. — *Vibraciones electromagnéticas.* — Para explicar la propagación de la luz en el vacío se ha emitido la hipótesis de una sustancia imponderable capaz de transmitir las vibraciones de una fuente, que debería ser elástica y se ha denominado *éter luminoso*.

Se sabe actualmente que las radiaciones luminosas son de la misma naturaleza que las ondas hertzianas de la telegrafía sin hilos, de las cuales sólo difieren por las longitudes de onda. El modo de producción de las segundas muestra la existencia de un fenómeno eléctrico y magnético.

Según la teoría electromagnética de la luz, descubierta por Maxwell, las vibraciones luminosas no son un

fenómeno mecánico que afecte al éter, sino que corresponden a variaciones periódicas de los campos magnético y eléctrico, que se propagan sucesivamente con la velocidad de la luz.

Difracción. — Las superficies de onda, es decir, los lugares geométricos de los puntos del espacio en los cuales las vibraciones luminosas procedentes de una fuente puntual están en fase en un instante dado son esferas cuyo centro es la fuente. Cuando una de éstas encuentra un obstáculo que tiene una abertura O (*fig.* 282), pueden ocurrir dos casos :

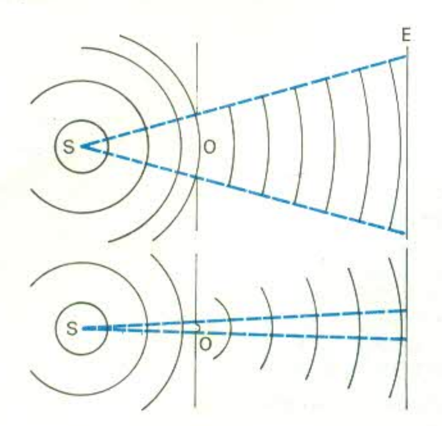


Fig. 282

1.° Si todas las dimensiones de la abertura son grandes con respecto a la longitud de onda de las vibraciones, el sistema de ondas, después de haber atravesado la pantalla, se sitúa aproximadamente en el cono geométrico de vértice S y base O; las ondas sólo exceden un poco los bordes, pero para lo demás todo se desarrolla como si la propagación de la luz fuera rectilínea.

2.° Si las dimensiones de la abertura son del mismo orden de magnitud que la longitud de onda de la luz, el fenómeno de desbordamiento de las ondas fuera del cono geométrico adquiere mayor importancia; la pequeña abertura O se convierte, conforme al principio de Huygens, en el origen de un nuevo sistema de ondas cuya extensión crece con la disminución de la abertura, y se dice en este caso que hay *difracción*.

Cada orificio, en la experiencia de Young, actúa como un centro de difracción y las franjas anteriormente descritas resultan de la interferencia de las vibraciones difractadas por los dos orificios O_1 y O_2.

Se producen fenómenos de difracción análogos con las vibraciones sonoras. Un observador, separado de una fuente sonora por una pantalla perforada, percibe los sonidos incluso si no está situado en el cono geométrico definido por la fuente y la abertura. Sin embargo, la difracción tiene lugar con aberturas mucho más grandes, porque las longitudes de onda de las vibraciones sonoras son muy superiores a las de las vibraciones luminosas.

Experimento de difracción. — La luz emitida por una rendija F (*fig.* 283) incide en una lente que da una imagen F′ de F; si se coloca en F′ una pequeña pantalla opaca *e*, un poco mayor que F′, se intercepta totalmente la luz y otra pantalla E, situada detrás de *e*, se encuentra en una oscuridad completa. En el haz que incide en la lente se dispone un peine, con púas o pelos finos y apretados. Se

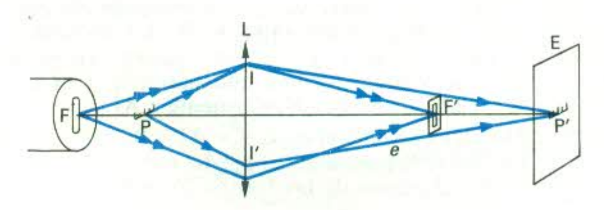


Fig. 283

observa entonces que la luz reaparece en la pantalla E; si ésta se halla en el plano de la imagen geométrica del peine con respecto a la lente, se ve claramente la imagen de este último. Todo se desarrolla, por consiguiente, como si las pequeñas aberturas formadas por los intersticios de las púas se hubieran convertido en fuentes luminosas y enviasen a la lente rayos difractados, como PI y PI′, entre los cuales los refractados a través de la lente ya no serían detenidos por la pantalla *e*.

Retículo. — Se denomina *retículo* o *red de difracción* una lámina de vidrio en la que se han trazado rayas paralelas equidistantes y muy próximas (100 rayas en un milímetro, por ejemplo). Al iluminar este dispositivo, las partes transparentes de vidrio funcionan como fuentes de luz difractada.

Si se proyecta en una pantalla, por medio de una lente, la imagen de una rendija iluminada con luz monocromática y se coloca después un retículo entre la lente y la imagen, perpendicularmente a la dirección media del haz y de tal manera que las rayas sean paralelas a la rendija, se observa una serie de imágenes de esta última que se deben a la interferencia de los haces difractados por las diferentes rendijas.

Si se utiliza luz compleja, las imágenes relativas a las distintas variaciones componentes aparecen yuxtapuestas y no confundidas y se obtiene de este modo lo que se denomina *espectro*, o incluso varios espectros de diversos tipos.

Los espectros de retículo son, por lo general, menos luminosos que los de prisma, pero las desviaciones son proporcionales a las longitudes de onda.

Electricidad y magnetismo

Reseña histórica. — Desde tiempos remotos se observó que el frotamiento del ámbar contra cuerpos ligeros producía un efecto específico y este fenómeno de tipo eléctrico fue descrito por el matemático griego TALES DE MILETO (¿640?-¿547? a. de J. C.). El romano PLINIO EL JOVEN (62 - hacia 113) lo mencionó también y se refirió a otra piedra, la turmalina, indicando que tenía la misma propiedad. En esa época, se conocía asimismo la descarga eléctrica del pez torpedo, y el gran filósofo helénico ARISTÓTELES (384-322 a. de J. C.) llegó a utilizarla para curar un ataque de gota.

Los griegos no ignoraban la existencia de la piedra magnética capaz de atraer al hierro y habían comprobado que este metal se imantaba si se ponía en contacto con un imán. Varios siglos antes de nuestra era parece ser que los chinos empleaban ya la brújula, instrumento basado en las propiedades de la aguja imantada, que no llegó, sin embargo, a Europa hasta el siglo XV, cuando empezaron a

utilizarla los navegantes en sus viajes exploratorios. El físico alemán Otto de **Guericke** (1602-1686) inventó la primera máquina eléctrica, fundada en el frotamiento de una bola de azufre que giraba, con la que vio surgir la primera chispa. El científico inglés Stephen **Gray** (¿1670?-1736) descubrió la conductibilidad, mientras que el holandés Pieter **Van Musschenbroek** (1692-1761) hizo otro tanto con la condensación, gracias a la llamada *botella de Leyden*. El norteamericano Benjamin **Franklin** (1706-1790) pudo observar el poder de las puntas metálicas en un campo eléctrico, cuya aplicación práctica fue el pararrayos para proteger edificios y navíos, y el francés Charles de **Coulomb** (1736-1806) estudió las leyes de atracción y repulsión eléctrica.

La Electrocinética se inició con el italiano Luigi **Galvani** (1737-1798), quien, al realizar estudios acerca de la contracción muscular en las ranas, fue el primer investigador de las corrientes nerviosas. Alessandro **Volta** (1745-1827), físico de la misma nacionalidad, descubrió la pila que lleva su nombre. Ésta permitió la descomposición del agua por los ingleses William **Nicholson** (1753-1815) y Anthony **Carlisle** (1768-1840) y fue perfeccionada gracias sobre todo a los trabajos de los franceses Antoine BECQUEREL (1788-1878) y Georges LECLANCHÉ (1839-1882), del inglés John Frederic DANIELL (1790-1845) y del alemán Robert BUNSEN (1811-1899). Thomas Johann **Seebeck** (1770-1831), originario del mismo país que el anterior, señaló la existencia de fenómenos termoeléctricos provocados por la diferencia de temperatura entre los puntos de unión de dos metales diferentes, el francés Jean Charles Athanase **Peltier** (1785-1845) descubrió el efecto calorífico ejercido por el paso de la corriente de un metal a otro, y al inglés William **Thomson,** lord *Kelvin* (1824-1907), se debe la definición del efecto que lleva su nombre y que se refiere al enfriamiento producido por la expansión de los gases. El químico francés Louis Jacques **Thénard** (1777-1857) demostró que la corriente es capaz de producir incandescencia en los hilos metálicos, lo cual llevó a la fabricación de las bombillas.

El físico alemán Georg **Ohm** (1789-1854) estableció la ley fundamental de las corrientes eléctricas, Gustav **Kirchhoff** (1824-1887), de la misma nación, fue el autor de las fórmulas generales que se aplican a las corrientes derivadas, y el inglés Charles **Wheatstone** (1802-1875) inventó un dispositivo, llamado *puente*, para medir las resistencias. James **Joule** (1818-1889), oriundo también de Inglaterra, estudió los fenómenos producidos por las corrientes eléctricas y el calor desprendido en los circuitos, demostrando el origen de esta energía.

La electrólisis se inició con el alemán Theodor **Grotthuss** (1785-1822), los ya mencionados Carlisle y Nicholson, el inglés Michael **Faraday** (1791-1867), el alemán Rudolf Emanuel **Clausius** (1822-1888) y el sueco Svante **Arrhenius** (1859-1927).

En Electromagnetismo sobresalieron el danés Christian **Oersted** (1777-1851) y los franceses André Marie **Ampère** (1775-1836), Jean-Baptiste **Biot** (1774-1862) y Pierre Simon de **Laplace** (1749-1827). Los primeros electroimanes fueron construidos por el escocés David **Brewster** (1781-1868) y el norteamericano Joseph **Henry** (1797-1878). Al ruso Heinrich **Lenz** (1804-1865) se debe la ley relativa al sentido de la corriente inducida y al escocés James Clerk **Maxwell** (1831-1879) la teoría electromagnética de la luz y las ecuaciones generales del campo electromagnético. Entre las máquinas magnetoeléctricas, es decir, aquellas en las cuales el campo magnético está producido por uno o varios imanes, pueden citarse las del italiano Antonio **Pacinotti** (1841-1912), la del belga Zénobe **Gramme** (1826-1901) y el motor asincrónico del yugoslavo Nikola **Tesla** (1856-1943), quien estudió también las corrientes polifásicas.

Para terminar esta reseña histórica, cabe mencionar a los que más han contribuido al desarrollo de la Electrónica. En esta rama, que ha alcanzado gran importancia, se han destacado particularmente el alemán Wilhelm **Hittorf** (1824-1914), descubridor de los rayos catódicos, el inglés Joseph **Thomson** (1856-1940), investigador de la estructura de la materia y de los electrones, el francés Édouard **Branly** (1844-1940), el alemán Heinrich **Hertz** (1857-1894), a quien se debe el estudio de las ondas llamadas *hertzianas* y del efecto fotoeléctrico, el italiano Guglielmo **Marconi** (1874-1937), realizador de las primeras pruebas de transmisiones inalámbricas, y el alemán Ferdinand **Braun** (1850-1918), inventor del oscilógrafo catódico, fundamento del cine sonoro, televisión, radar y microscopio electrónico.

La Electricidad ha evolucionado a un ritmo muy rápido en los últimos cincuenta años, gracias a la unión del experimento y de la teoría y a la aportación de otras ramas de la Física que han permitido investigar cada día más profundamente el complejo mundo formado por el núcleo del átomo.



29. — Campo eléctrico y potencial

Electrización por frotamiento. Aisladores y conductores. Clases de electricidad. Electroscopio de panes de oro. Ley de Coulomb. Masa eléctrica. Campo eléctrico. Representación geométrica de un campo. *Líneas de fuerza*. Unidad de cantidad de electricidad. *Unidad de campo eléctrico*. Consecuencia. *Adición de las cargas eléctricas*. Principio de conservación de la electricidad. Potencial. Superficies equipotenciales. Unidad de diferencia de potencial. Flujo electrostático. *Propiedades : teorema de Gauss*. Tubos de fuerza. Campo newtoniano. *Definición y propiedades*. Campo en el interior de un conductor macizo. Campo en el espacio próximo a la superficie de un conductor. Campo en el interior de un conductor hueco. Distribución de la electricidad a lo largo de un conductor. *Poder de las puntas*.

Electrización por frotamiento. — Al frotar un pedazo de ámbar, de vidrio o de ebonita con una franela, se observa que éstos adquieren la propiedad de atraer los cuerpos ligeros, y se dice que *se han electrizado*.

Si se repite este experimento con hierro o cobre, por ejemplo, se ve que el fenómeno descrito anteriormente no se produce. Existen, por consiguiente, dos clases de cuerpos : los que, sujetos con la mano, se electrizan por frotamiento y los que no lo hacen en tales condiciones. Se puede, sin embargo, electrizar el cobre o el hierro, que pertenecen a la segunda clase, si se colocan en un soporte constituido por materias de la primera. Así, una esfera de cobre situada en un pie de vidrio se electriza perfectamente por frotamiento, pero, si se toca con el dedo o con un cable metálico sostenido por un observador, la electrización cesa instantáneamente, lo mismo que si, para suprimir el papel desempeñado por el cuerpo humano, aquélla se conecta directamente con el suelo a través de un cordón metálico. Desde el punto de vista de las propiedades eléctricas, debe incluirse, por tanto, el cuerpo del hombre en el grupo del cobre, el hierro, etc.

Aisladores y conductores. — Los cuerpos de la primera clase (vidrio, ámbar, ebonita), que se electrizan por frotamiento cuando se les sujeta con la mano y que conservan su estado de electrización al estar conectados con el suelo a través de cualquier cuerpo, se denominan *aisladores* o *dieléctricos*. Los de la segunda, que se electrizan por frotamiento sólo cuando se mantienen aislados del suelo por medio de un cuerpo del primer grupo y que conservan la electrización mientras no están unidos a la tierra por un cuerpo de la misma clase, se llaman *conductores*.

Entre los aisladores pueden mencionarse el vidrio, el caucho, las resinas, el azufre, la seda, la mica y el papel, y entre los conductores se encuentran todos los metales, el agua y el cuerpo humano.

Para explicar los fenómenos anteriormente descritos, se formuló la hipótesis de que la electrización se debe a la presencia de un fluido, la *electricidad*, que se desplaza sin impedimento alguno en los conductores, mientras que no lo puede hacer en los aisladores.

Si se considera un aislador electrizado, la electricidad no puede atravesarlo y permanece cargado, incluso cuando alguna de sus partes está unida directa o indirectamente a la tierra.

Si se toma un conductor, al conectarlo con el suelo mediante otro, desaparece la electricidad y se dice que ésta fluye a la tierra a través del conductor, porque está sometida a una fuerza. Esto significa que existe una diferencia de nivel eléctrico entre el conductor cargado y la tierra.

Como la electricidad se desplaza libremente en un conductor, un cuerpo de esta naturaleza se electriza en toda su superficie, incluso aunque sólo se frote un punto del mismo.

En cambio, un aislador no se electriza sino en los puntos en que se le frota.

Clases de electricidad. — Cuando se cuelga de un hilo de seda una esferilla de saúco, cuerpo conductor (*fig.* 284), se observa que, si se le aproxima una varilla de vidrio electrizada, es atraída por ésta hasta el momento en que entra en contacto con ella, instante en el cual queda rechazada. La esferilla de saúco se ha electrizado, como puede comprobarse al ver la atracción que ejerce sobre

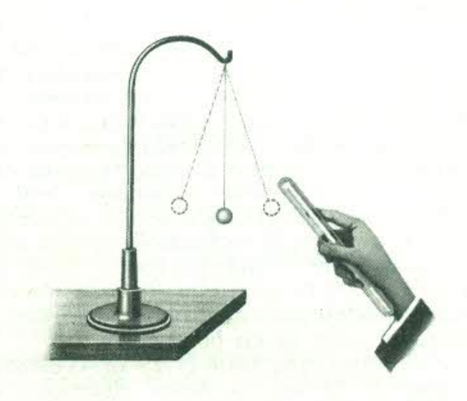


Fig. 284

los cuerpos ligeros. Si se le acerca entonces una barra de ebonita electrizada, es atraída por ella, pero al aproximarle de nuevo una varilla de vidrio, la esferilla es rechazada, de donde se llega a la conclusión de que la electricidad de la barra de ebonita no es la misma que la de la varilla de vidrio. La primera se denomina *electricidad negativa* o *resinosa* y la segunda *electricidad positiva* o *vítrea*.

Lo anterior puede resumirse diciendo que *dos cuerpos cargados con electricidad del mismo nombre se repelen y dos cuerpos cargados con electricidad de nombre contrario se atraen*.

Electroscopio de panes de oro. — El *electroscopio de panes de oro*, que permite descubrir electrizaciones pequeñas, consta de dos laminillas de oro, *b* y *c*,

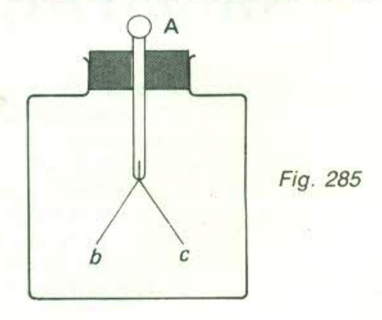


Fig. 285

encerradas en una caja metálica, con dos caras opuestas de vidrio, y suspendidas de una varilla metálica A, rematada por una bola, que atraviesa un tapón de parafina que la aísla del recipiente (*fig.* 285).

Para comprobar que un cuerpo está electrizado se le pone en contacto con la varilla A, directamente o por medio de un conductor, y se observa que la menor electrización hace que se separen las laminillas de oro, puesto que están cargadas con electricidad de la misma clase. Puede emplearse también una sola lámina que, en las mismas condiciones, se apartará de la varilla.

Ley de Coulomb. — Las investigaciones efectuadas por el físico francés Coulomb, con un aparato inventado por él y llamado *balanza de torsión*, le llevaron a enunciar la siguiente ley : *dos puntos electrizados de dimensiones muy pequeñas se atraen o se repelen mutuamente según la recta que los une; las atracciones y repulsiones son inversamente proporcionales a los cuadrados de sus distancias.*

Ésta es de una exactitud rigurosa puesto que las consecuencias que de ella se derivan han podido comprobarse experimentalmente.

Masa eléctrica. — Al observarse la analogía existente entre la ley de Coulomb y la de Newton, relativa ésta a la gravitación universal, se pensó definir la masa o carga eléctrica del mismo modo que la gravitatoria. Sea un punto A electrizado positivamente (*fig.* 286); si se coloca

Fig. 286

a la distancia d de A otro punto electrizado positivamente B, éste rechaza A con una fuerza determinada $\vec{F}$. Se dirá entonces que un punto electrizado C tiene la misma carga eléctrica que B cuando, situado a una distancia d de A, lo repele con la misma fuerza $\vec{F}$. Si otro punto electrizado D, a una distancia d de A, lo atrae en lugar de repelerlo con la misma fuerza $\vec{F}$, se dirá que D posee la misma carga que B, pero de signo diferente. A las cargas positivas se les atribuye el signo + y a las negativas el signo −.

Por último, si otro punto electrizado E, también colocado a la distancia d de A, lo rechaza con una fuerza doble, triple o cuádruple de la fuerza $\vec{F}$, se dirá que la carga eléctrica de E es doble, triple o cuádruple de la de B.

De esta forma se define completamente la carga eléctrica y sólo falta escoger una unidad que permita medirla. Debe observarse que la fuerza $\vec{F}$, ejercida por un punto electrizado B de carga eléctrica q sobre un punto A de carga eléctrica q', es proporcional a q; recíprocamente, la fuerza $\vec{F'}$ que ejerce A sobre B es proporcional a q'; pero, puesto que según la ley de Coulomb $\vec{F} = \vec{F'}$, $\vec{F}$ (o $\vec{F'}$) es proporcional a q y a q', y por tanto a su producto qq'. Como se sabe que $\vec{F}$ es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia d entre los dos puntos electrizados A y B, podrá escribirse $F = k\,\frac{qq'}{d^2}$, donde k es una constante que sólo depende de las unidades escogidas. Esta fórmula resume la *ley de Coulomb* y es idéntica a la que expresa la ley de la gravitación.

Si las dos cargas q y q' tienen el mismo signo, la fuerza $\vec{F}$ será una fuerza de repulsión y la cantidad $\frac{qq'}{d^2}$ resultará positiva. Si, en cambio, q' y q tienen diferentes signos, la fuerza $\vec{F}$ será una fuerza de atracción y la cantidad $\frac{qq'}{d^2}$ resultará negativa. Esta fórmula será, por consiguiente, exacta en magnitud y en signo si se consideran las repulsiones como positivas y las atracciones como negativas. En este caso, k es necesariamente positiva.

Campo eléctrico. — Todo cuerpo de masa gravitatoria m, colocado en la proximidad de la tierra, está sometido a una fuerza (su peso) cuyo valor es el producto por m de una determinada cantidad g denominada aceleración de la gravedad en dicho punto. Por analogía, podrá decirse que una carga eléctrica q, situada en la proximidad de un cuerpo electrizado A, está sometida a una fuerza $\vec{F}$ cuyo valor es el producto de q por un vector $\vec{E}$: $\vec{F} = q\vec{E}$.

Si el cuerpo A, por ejemplo, es un punto electrizado de carga q' y la distancia entre ambas cargas q' y q es d, se tendrá $F = k\,\frac{qq'}{d^2}$, y, por consiguiente, $E = \frac{kq'}{d^2}$.

El vector $\vec{E}$ recibe el nombre de *vector campo eléctrico;* así, se dirá que el punto A crea a su alrededor un campo eléctrico cuyo valor a la distancia d de A es $\frac{kq'}{d^2}$. Por esta misma expresión, se observará que el valor del campo varía con la distancia d, es decir, cuando se consideran puntos diferentes del espacio que rodea A.

La igualdad vectorial $\vec{F} = q\vec{E}$ establece la relación entre los valores de $\vec{F}$ y $\vec{E}$ e indica que ambos vectores tienen la misma dirección e igual sentido si q es positivo, y sentidos contrarios si q es negativo.

El vector campo $\vec{E}$ representa, por consiguiente, la fuerza que se ejercería sobre una carga eléctrica positiva unitaria colocada en el punto considerado.

Queda definido de este modo para todos los puntos del espacio que rodea un cuerpo electrizado un vector denominado vector campo eléctrico, o más sencillamente *campo eléctrico,* que tiene como valor, soporte y sentido los de la fuerza que se ejerce sobre la masa eléctrica unitaria positiva colocada en ese punto.

Representación geométrica de un campo. — *Líneas de fuerza.* — Una carga eléctrica positiva colocada en un campo y que pueda desplazarse libremente estará dirigida en cada punto en el sentido del campo en dicho punto, es decir, describirá una trayectoria tangente en cada uno de ellos al campo (*fig.* 287), llamada *línea de fuerza.*

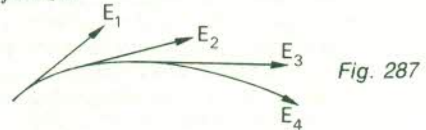


Fig. 287

Un campo suele representarse por sus líneas de fuerza, a las cuales se da un sentido, indicado por una flecha, que es el descrito por una carga positiva que se desplaza libremente.

Ejemplos : 1.° Si se considera el campo gravitatorio, todo cuerpo que en él se desplaza libremente describe una vertical de arriba abajo. Sus líneas de fuerza serán, por consiguiente, verticales (*fig.* 288) y dirigidas hacia abajo.

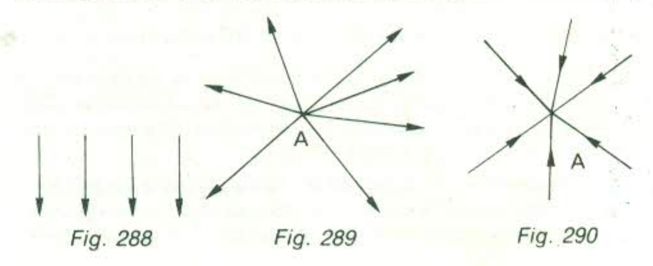
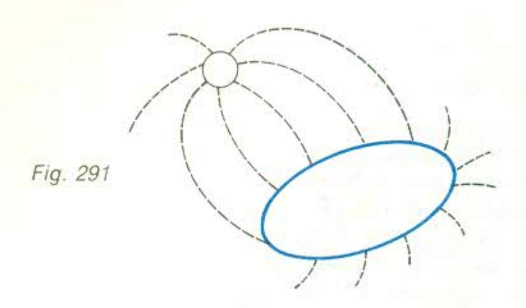


Fig. 288 *Fig. 289* *Fig. 290*

2.º Si se coloca en el campo creado por una carga positiva A otra carga positiva que pueda desplazarse libremente, ésta será rechazada por la primera y describirá una recta que se alejará del punto A. Las líneas de fuerza en este caso son las rectas trazadas a partir de A y que se alejan de dicho punto (*fig.* 289). Si la carga colocada en A fuera negativa, las líneas de fuerza seguirían siendo rectas procedentes de A (*fig.* 290), pero se dirigirían hacia este punto.

Para materializar las líneas de fuerza de un campo eléctrico, se pegan en una lámina de vidrio una o varias hojas de estaño, que se electrizan de cualquier forma, y se depositan en ella cerdas de cepillo cortadas en trozos muy pequeños. Si se da ligeros golpes al vidrio, se observa que las cerdas se orientan según unas líneas, que son las líneas de fuerza del campo considerado. La figura resultante es el *espectro* del campo eléctrico (*fig.* 291).


Fig. 291

Unidad de cantidad de electricidad. — *Unidad de campo eléctrico.* — La fórmula que expresa la ley de Coulomb se escribe frecuentemente

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{qq'}{d^2} \qquad [1]$$

donde ε_0 es una constante llamada *permitividad del vacío.*

1.º *Sistema electrostático C. G. S.* — En este sistema se considera $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ igual a la unidad. La fórmula [1] se escribirá entonces $F = \frac{qq'}{d^2}$.

La unidad electrostática C. G. S. (U. E. S. C. G. S.) de carga eléctrica es la carga puntual que, al actuar en el vacío sobre una carga idéntica situada a un centímetro de distancia, la repele con la fuerza de 1 dina.

La relación $F = q \cdot E$ permite definir la correspondiente unidad de campo : *la unidad electrostática C. G. S. de intensidad de campo eléctrico es la intensidad del campo que ejerce una fuerza de 1 dina sobre una carga igual a la unidad C. G. S.*

2.º *Sistema práctico Giorgi (M. K. S. A.).* — En este sistema, *la unidad de carga eléctrica o cantidad de electricidad es el culombio (C)*

1 culombio = $3 \cdot 10^9$ U. E. S. C. G. S.

La relación [1] se convierte en

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{qq'}{d^2}$$

siendo el valor de $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ en el vacío $9 \cdot 10^9$ newtons $\cdot$ m^2/C^2.

La fuerza F está expresada en newtons y d en metros.

La unidad del campo eléctrico es la intensidad del campo que ejerce una fuerza de 1 newton sobre una carga de 1 culombio. Es el *voltio/metro.*

Consecuencia. — *Adición de las cargas eléctricas.* — Si se coloca en un punto A dos cargas puntuales iguales y de signos contrarios $+q$ y $-q$, aquél ejerce sobre una carga q' situada en un punto B dos fuerzas opuestas F y F' dirigidas según AB. Se tendrá

$$F = +\frac{qq'}{r^2} \quad \text{y} \quad F' = -\frac{qq'}{r^2}$$

La fuerza resultante que actúa sobre la carga q', igual a la suma F + F', es nula. Sucederá como si la carga de A fuera nula, es decir, como si el punto A tuviera la carga $Q = (+q) + (-q)$.

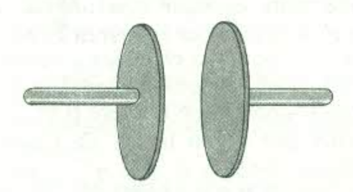
Si se colocan ahora en el punto A dos cargas iguales a $+q$, la fuerza F'' que actúe sobre B será la suma de las dos fuerzas F y F' iguales a $\frac{qq'}{r^2}$.

Por consiguiente, $F'' = \frac{2qq'}{r^2}$ y ocurrirá como si la carga del punto A fuera $Q = (+q) + (+q)$.

En general, si se colocan sucesivamente en el punto A cargas q_1, q_2, q_3, etc., cualesquiera que sean, sucederá como si la carga Q del punto A fuera igual a la suma algebraica : $q_1 + q_2 + q_3 + \ldots$ Esto se expresa diciendo que las cargas eléctricas se suman algebraicamente.

Principio de conservación de la electricidad. — Sean dos discos fijados a varillas aisladoras (*fig.* 292), uno de ellos de vidrio y el otro cubierto de tela. La carga de cada uno será, al principio, nula, pero, al frotarlos mutuamente, se electrizarán. El de vidrio lo hará positivamente y el otro negativamente. Por tanto, aparecerán al mismo tiempo electricidad positiva y negativa. Cada vez que se produce cierta cantidad de electricidad de una clase, aparece simultáneamente electricidad de la otra.

Como ha aparecido electricidad sin que haya habido aportación de esta energía, cabe considerar que ambos discos la contenían antes del experimento y, dado que las cargas eran nulas, debe admitirse que estas cantidades de electricidad eran iguales y de signo contrario. Se puede, por consiguiente, formular la hipótesis siguiente : *un cuerpo no electrizado contiene la misma cantidad de electricidad positiva y negativa.* Antes del experimento, en cada uno de los discos había, por lo tanto, cantidades iguales de electricidad positiva y negativa. Como la suma algebraica total de las cantidades de electricidad que encierran los dos discos es nula, parece lógico aceptar que sucederá lo mismo después, es decir que las cargas de ambos discos serán también iguales y de signo contrario tras el experimento. Se indicará más adelante cómo se ha comprobado esta hipótesis que, de momento, se admitirá diciendo que *cada vez que en un fenómeno se produce una cantidad determinada de electricidad de una clase, se produce también la misma cantidad de electricidad de la otra, o que la suma algebraica de las cantidades de electricidad que contiene un sistema aislado es constante.*


Fig. 292

Éste es el *principio de conservación de la electricidad,* según el cual la electricidad de un sistema aislado se conserva.

Potencial. — Sea un cuerpo pesado A, de masa m, que se desplaza desde un punto B situado a la altura h_1 del suelo hasta otro punto C que se encuentra a una altura menor h_2. El trabajo que realizan las fuerzas de la

gravedad durante el desplazamiento del cuerpo A será $T = mg(h_1 - h_2)$, donde g es la aceleración de la gravedad; este valor es el mismo, cualquiera que sea la trayectoria seguida por el cuerpo A para ir de B a C.

La fórmula anterior puede escribirse también

$$T = m(gh_1 - gh_2)$$

Si se designa por V la cantidad variable gh, por V_B el valor de V en el punto B (es decir, gh_1) y por V_C el valor de V en el punto C, se tendrá $T = m(V_B - V_C)$.

La cantidad V suele denominarse *función potencial*, o, más simplemente, *potencial del campo gravitatorio*.

Cuando un cuerpo pesado de masa m se desplaza en el campo gravitatorio terrestre entre un punto B y un punto C, el trabajo de las fuerzas gravitatorias es independiente de la trayectoria seguida para ir de B a C, siendo igual al producto por m de la diferencia de potencial entre estos puntos.

Esta propiedad es característica de cualquier campo gravitatorio y no sólo del terrestre. Dada la extrema analogía que presentan los fenómenos eléctricos y los gravitatorios, cabe suponer que debe existir un *potencial eléctrico* con las mismas propiedades que el gravitatorio. El cálculo confirma esta hipótesis y demuestra, además, que lo mismo ocurre con todos los fenómenos regidos por la ley de Coulomb. Esto lleva a decir, por consiguiente, que *en todos los puntos de un campo eléctrico puede definirse una cantidad, llamada* función potencial *o* potencial, *tal que, cuando una carga puntual q se desplaza desde un punto* B *hasta otro punto* C *de este campo, el trabajo realizado por las fuerzas eléctricas es igual al producto de la diferencia de los potenciales en* B *y* C *por q, cualquiera que sea la trayectoria seguida por la carga q para ir de* B *a* C.

Se expresará este enunciado en la forma

$$T = q(V_B - V_C)$$

V_B y V_C designan los valores del potencial en B y C, pero, si se sustituyeran respectivamente por $V_B + k$ y $V_C + k$, se tendría

$$T = q[(V_B + k) - (V_C + k)]$$

lo que muestra que sólo queda bien definida la diferencia de potencial entre dos puntos, puesto que el valor absoluto del potencial en un punto no puede determinarse por desconocerse el valor de la constante k. Para resolver este problema se fija el potencial de un punto determinado estableciendo que *el potencial de todo punto situado a una distancia infinita de una carga eléctrica cualquiera es nulo*.

Si se considera de nuevo la fórmula $T = q(V_B - V_C)$ y se supone que $q > 0$, se observa que el trabajo es motor si $V_B > V_C$ (y resistente en el caso contrario) y que la fuerza que actúa sobre q está dirigida en el sentido de B a C, es decir, hacia los potenciales decrecientes. Lo mismo ocurre con el campo, puesto que tiene el mismo sentido que la fuerza ($q > 0$), pero no depende de la carga q en él situada y, de una manera general, *el vector campo eléctrico está siempre dirigido en el sentido de los potenciales decrecientes*.

Superficies equipotenciales. — Se denominan *equipotenciales* las superficies que tienen el mismo potencial en todos los puntos. Cuando se desplaza una carga eléctrica q' por una de éstas, el trabajo de las fuerzas electrostáticas es siempre nulo, porque la diferencia de potencial también lo es. Por consiguiente, las fuerzas electrostáticas que actúan o, lo que viene a ser lo mismo, el campo en cada punto de una superficie equipotencial es normal a esta última en dicho punto y, recíprocamente, toda superficie normal en cada uno de sus puntos al campo en ese punto es una superficie equipotencial.

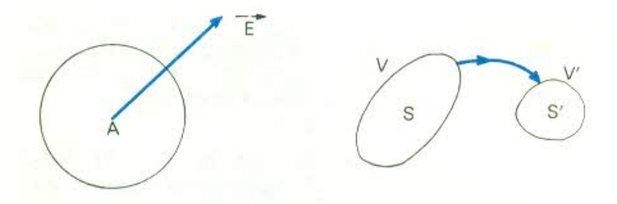


Fig. 293 *Fig. 294*

Si se considera el campo producido por una carga puntual A y se traza una esfera de centro A (*fig.* 293), se observa que ésta es perpendicular en cada uno de sus puntos al campo en este punto, puesto que pasa por A, y se llega a la conclusión de que es una superficie equipotencial del campo creado por A.

Sean dos superficies equipotenciales S y S' (*fig.* 294) con potenciales V y V', respectivamente. Si V' < V, el campo eléctrico está dirigido, como ya se ha visto, en el sentido de los potenciales decrecientes y las líneas de fuerza se orientan, por consiguiente, de la superficie S a la superficie S'.

Unidad de diferencia de potencial. — La fórmula

$$T = q(V_B - V_C)$$

permite definir la unidad de diferencia de potencial.

La unidad electrostática C.G.S. de diferencia de potencial es la diferencia de potencial que existe entre dos puntos tales que, cuando se desplace de uno a otro una carga eléctrica unitaria, el trabajo de las fuerzas electrostáticas sea igual a 1 ergio.

La unidad práctica M.K.S.A. es el voltio, *que es la diferencia de potencial existente entre dos puntos tales que, cuando una carga de 1 culombio se desplace del uno al otro, las fuerzas electrostáticas realicen el trabajo de 1 julio.*

El culombio vale $3 \cdot 10^9$ unidades electrostáticas, el julio, 10^7 ergios; el voltio es igual, por consiguiente, a $\frac{1}{300}$ de unidad electrostática.

Flujo electrostático. — Sean una superficie infinitamente pequeña dS, que rodea un punto O (*fig.* 295), E el

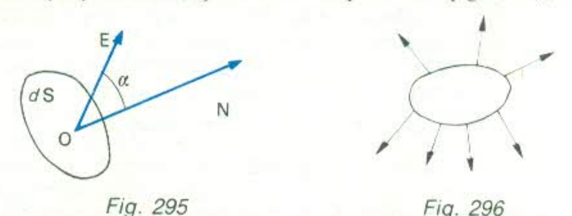


Fig. 295 *Fig. 296*

campo eléctrico en este punto y ON la normal a la superficie dS. Se denomina *flujo electrostático* del campo E a través de la superficie dS la cantidad algebraica

$$d\varphi = E \cdot dS \cdot \cos \alpha$$

donde α es el ángulo que forma el campo con ON. El signo de esta cantidad depende naturalmente del sentido escogido al trazar esta recta, sentido que es, por consiguiente, arbitrario. Si se considera ahora una superficie cualquiera y se la descompone en elementos muy pequeños, se tendrán, a través de cada uno de éstos, flujos $\Delta\varphi_1$, $\Delta\varphi_2$, etc., y se denominará flujo a través de la superficie completa la suma algebraica de $\Delta\varphi_1$, $\Delta\varphi_2$, etc. Será necesario tomar un sentido conveniente para trazar las normales, es decir, que, una vez escogido un primer sentido, se deducirán los restantes por continuidad. Si la superficie es cerrada, por ejemplo, se dirigirán todas las rectas hacia el exterior de la misma (*fig.* 296).

OBSERVACIÓN. — Si el campo eléctrico E puede considerarse como la suma de los campos E_1, E_2, etc., para calcular el flujo del campo E a través de una superficie se sumará el flujo de los campos E_1, E_2, etc., a través de ésta.

Propiedades : teorema de Gauss. — El flujo electrostático posee propiedades muy interesantes, que sólo se enuncian a continuación.

Dada una superficie S limitada por una curva Γ (*fig.* 297), el flujo a través de esta superficie sólo depende

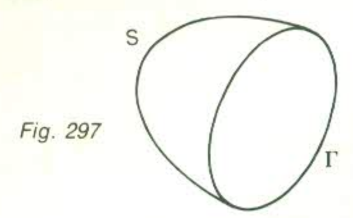


Fig. 297

de esta curva y no de la forma de S. Esta propiedad se expresa diciendo que el *flujo electrostático es conservativo.*

El *teorema de Gauss,* de importancia fundamental, es el siguiente : *el flujo que sale de una superficie cerrada en la cual no existe ninguna carga es nulo. El flujo que sale de una superficie cerrada en la cual existen cargas es igual al producto de la suma algebraica de estas cargas por* $\frac{1}{\varepsilon_0}$.

OBSERVACIÓN. — Como todo lo dicho hasta ahora supone que no existen cargas eléctricas en la superficie a través de la cual se calcula el flujo, debería decirse que *en toda región en la que no existen cargas eléctricas, el flujo electrostático es conservativo.* El cálculo pone de manifiesto que cuando el flujo es conservativo el potencial carece de máximo y de mínimo.

Tubos de fuerza. — Consideremos una curva C cerrada, situada en un campo eléctrico, y tracemos por cada uno de los puntos de ésta la línea de fuerza que pasa por el mismo, con lo que quedará constituido una especie de tubo, denominado *tubo de fuerza* (*fig* 298). Se limita este

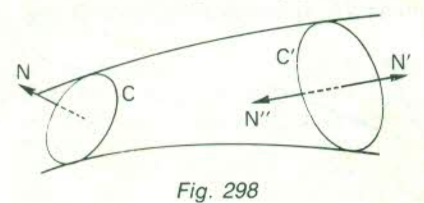


Fig. 298

último por otra curva C' y se tiene así una superficie cerrada que se supone sin carga eléctrica. El flujo que atraviesa la superficie total es nulo y el que atraviesa las paredes del tubo de fuerza lo es también porque el campo es tangente a estas paredes ($\cos \alpha = 0$). Los flujos a través de las superficies limitadas por C y C' son, por consiguiente, iguales y de signos contrarios, pero las normales correspondientes N y N' se han dirigido en sentido inverso, puesto que se han tomado hacia el exterior de la superficie cerrada. Si se escoge el mismo sentido para las normales a las superficies limitadas por C y C', o sea N y N'', los flujos a través de todas las secciones de un tubo de fuerza serán iguales. Dicho de otra forma, en un tubo de fuerza, el flujo se conserva, lo que justifica la expresión *flujo conservativo.*

Campo newtoniano. — *Definición y propiedades.* — Se denomina *campo newtoniano* el creado por una o varias masas puntuales (gravitatorias, eléctricas, etc.) que satisfaga la ley de Coulomb. El campo eléctrico es, por consiguiente, newtoniano y posee, como todos los de este tipo, las propiedades siguientes : *a*) deriva de un potencial; *b*) el flujo que sale de una superficie cerrada es igual al producto de las masas contenidas en su interior por $\frac{1}{\varepsilon_0}$; *c*) el flujo de un campo newtoniano es conservativo en todo punto del espacio donde no existe carga activa, y recíprocamente; y *d*) se ha admitido que, en toda región en la que no existe carga activa alguna, el potencial no presenta máximos ni mínimos.

Al estudiar el magnetismo, se encontrará también un campo newtoniano, que tendrá naturalmente todas estas propiedades.

Campo en el interior de un conductor macizo. — Un conductor se define como un cuerpo en el que una carga eléctrica puede estar en equilibrio únicamente si no actúa sobre ella una fuerza. Si se considera un conductor macizo, se sabe que, con arreglo al principio de conservación de la electricidad, existen siempre cargas en el interior del mismo; como éstas se encuentran en equilibrio, no están sometidas a ninguna fuerza. *El campo en el interior de un conductor macizo, electrizado o no, en equilibrio eléctrico, es nulo.*

Se dice que hay equilibrio eléctrico cuando las cargas llevadas por el conductor se distribuyen de tal forma que no efectúan ningún desplazamiento, a menos que se ejerza sobre ellas una acción exterior.

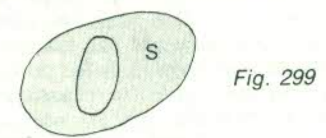


Fig. 299

Sea una superficie cerrada S (*fig.* 299) trazada en el conductor. El flujo a través de ésta es nulo, puesto que el campo lo es. Como es proporcional a la suma algebraica de las cargas contenidas en S, no existe ninguna carga en esta superficie. Al tratarse de una superficie cualquiera, no existirá ninguna carga libre en el interior de un conductor macizo. Dicho de otra forma, la carga de un conductor macizo electrizado está distribuida solamente en la superficie del mismo con una densidad σ.

Campo en el espacio próximo a la superficie de un conductor. — En el espacio próximo a la superficie de un conductor, el campo vale $\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$ y es normal a ésta, puesto que, si no lo fuera, tendría una componente, tangente a la superficie, por la cual se desplazarían las cargas situadas en el conductor. La superficie del conductor es, por consiguiente, equipotencial. El potencial es constante en la superficie de un conductor en equilibrio, pero, ¿cómo va a ser en el interior? Como el campo es nulo, el potencial es constante y su valor es el del potencial en la superficie del conductor. Un conductor en equilibrio es, por tanto, un *volumen equipotencial.*

Campo en el interior de un conductor hueco. — En un conductor hueco, las cargas eléctricas sólo podrán mantenerse en equilibrio si todo el volumen del mismo

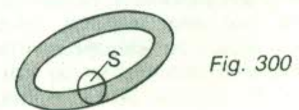


Fig. 300

tiene igual potencial (*fig.* 300). La superficie del conductor, tanto interior como exterior, es equipotencial. En la cavidad interior no existen cargas libres, por lo que el potencial no presenta en ella máximos ni mínimos sino

que es constante e igual al potencial del conductor. Al ser el potencial constante en todo el espacio limitado por la superficie exterior del conductor, el campo en él será nulo. Si se considera una superficie S cerrada, trazada parcialmente en el conductor y en la cavidad, el flujo a través de aquélla es nulo, puesto que el campo lo es, y no hay ninguna carga en el interior de S. Por consiguiente, en la superficie interna de un conductor hueco no puede haber electricidad.

Esta consecuencia importante, deducida de la ley de Coulomb, puede comprobarse experimentalmente de varias maneras. Si se toma una esfera metálica S hueca (*fig.* 301), soportada por un pie aislante y con una abertura que se cierra por medio de una tapadera C, y se une con un hilo de seda esta última a otra esfera metálica B capaz de penetrar en S, se observa que, al electrizar la esfera S, la B se electriza también cuando entra en contacto con la superficie exterior de S.

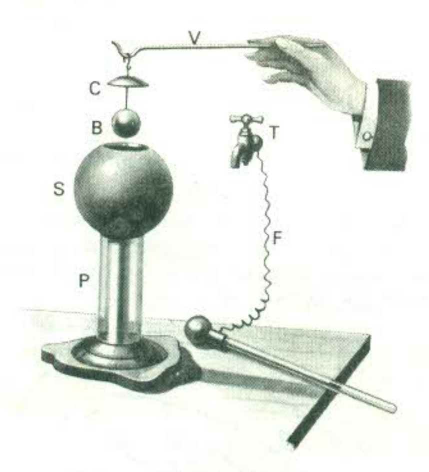


Fig. 301

Si, en cambio, se levanta la tapadera C con un mango aislante para introducir B en S, cerrando luego la abertura con esta tapadera, y se ponen en contacto B y S al inclinar el pie de esta esfera, se comprueba que B no presenta electrización alguna.

Otro experimento consiste en utilizar una pantalla de tela metálica C (*fig.* 302) con péndulos eléctricos situados dentro y fuera de ella. Si ésta se electriza, incluso muy intensamente, sólo divergen los péndulos exteriores, lo que demuestra que la electricidad se ha distribuido únicamente por la superficie externa de la pantalla. En este experimento se observa, además, que no es necesario que el conductor hueco esté completamente cerrado para que siga existiendo esta propiedad, sino que es suficiente que las aberturas sean pequeñas.

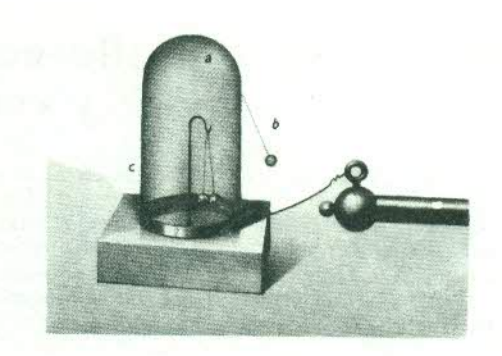


Fig. 302

Distribución de la electricidad a lo largo de un conductor. — *Poder de las puntas.* — La electricidad se distribuye a lo largo de un conductor de forma que el campo en el interior sea nulo. Si se conoce la carga, o el potencial, y la forma del conductor, resultará posible, por consiguiente, determinar mediante el cálculo la distribución de la electricidad en la superficie del conductor. Se comprobará de este modo que la electricidad se distribuye uniformemente por una esfera, es decir, que la densidad eléctrica es la misma en cada punto, mientras que en el caso de un conductor alargado (elipsoide), como el representado en la figura 303, la densidad eléctrica es mayor en los puntos A y A′ que en B o B′.

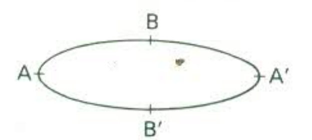


Fig. 303

Si se considera un conductor que presenta una punta, la densidad eléctrica en esta última adquiere valores muy grandes y la electricidad puede escaparse por ella. Al colocar la mano delante de la punta se siente una corriente de aire, denominada *viento eléctrico,* que puede incluso apagar una vela. En la oscuridad, el fenómeno es luminoso y se ve en la extremidad una flecha brillante si la punta está cargada positivamente o sólo un punto cuando ésta tiene una carga negativa. El conjunto de estos fenómenos se conoce con el nombre de *poder de las puntas* y ha encontrado una aplicación en los pararrayos.



30. — Influencia eléctrica, capacidad y condensadores

Influencia eléctrica. Teorema de los elementos correspondientes. Influencia total. Atracción de los cuerpos ligeros. Pantallas eléctricas. Capacidad. *Unidad de capacidad.* Coeficiente de influencia. *Cálculo del coeficiente en el caso de la influencia total.* Condensadores. Dieléctricos. Principales condensadores. Asociación de condensadores. Medidas electrostáticas. Electrómetros : *De Kelvin. De cuadrantes. De panes de oro.* Procedimientos electrométricos modernos. Medida de capacidades. Energía eléctrica. Energía de un condensador. Máquinas electrostáticas. Piezoelectricidad.

Influencia eléctrica. — Si se acerca a un conductor aislado A (*fig.* 304), no electrizado, otro B cargado, por ejemplo, positivamente, el cuerpo A se encuentra en un campo eléctrico y las cargas que en él se hallan van a desplazarse. Las positivas se alejarán de B y las negativas se aproximarán a él.

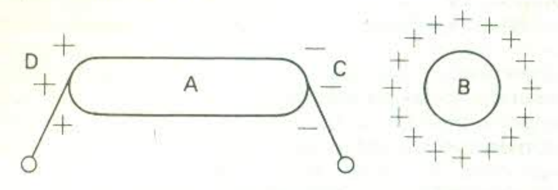


Fig. 304

Como la carga total de A era nula, lo sigue siendo al aparecer la misma cantidad de electricidad de un signo que de otro. Este fenómeno, llamado *influencia,* puede ponerse en evidencia colocando en C y D dos péndulos eléctricos, que divergirán si se aproxima B y volverán a caer cuando éste se aleje. Al tocar A con el dedo, la electricidad positiva rechazada por B se transmite al suelo y el péndulo D cae, pero, cuando se quita el dedo, la electricidad negativa se distribuye por toda la superficie de A y el péndulo D diverge de nuevo, mientras que el otro tiene una divergencia algo menor. Si se retira el cuerpo B, la carga negativa de A se mantiene, lo que significa que se ha cargado A de electricidad negativa por influencia.

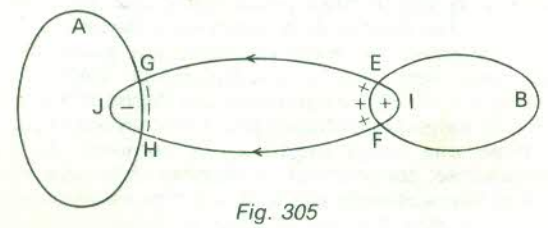


Fig. 305

Teorema de los elementos correspondientes. — Consideremos una superficie EF (*fig.* 305) en el cuerpo que influye sobre B y tracemos el tubo de fuerza que se apoya en el contorno EF y que determina sobre A una superficie GH. Las líneas de fuerza son normales simultáneamente a A y B y van de B a A, puesto que una carga positiva, al ser rechazada por B y atraída por A, iría de B a A. Si se cierra el tubo de fuerza por medio de dos superficies EIF y GJH trazadas respectivamente en B y A, el flujo a través de la superficie cerrada EIFHJG es nulo. En efecto, el flujo a través de las paredes del tubo de fuerza es nulo, como también lo es el de las superficies GJH y EIF, ya que el campo es nulo en el interior tanto de A como de B.

Teniendo en cuenta que en el interior de la superficie se encuentra la carga q de EF y la carga q' de GH, el flujo a través de la superficie EIFHJG valdrá $\frac{q + q'}{\varepsilon_0}$. Al ser nulo, se tendrá $q' = -q$.

Se dice que los elementos de superficie GH y EF son correspondientes, lo que permite enunciar el teorema siguiente : *las cargas de elementos correspondientes son iguales y de signos contrarios.*

Influencia total. — Si el cuerpo A, sobre el cual se ejerce la influencia, rodea completamente B (*fig.* 306), se pueden hacer corresponder dos a dos los elementos de A y de B puesto que la carga negativa de A es igual en valor

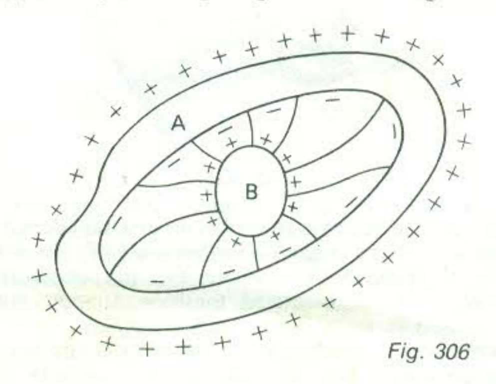


Fig. 306

absoluto a la de B. Si se toca A con el dedo y se retira después B, la carga negativa adquirida por A será igual en valor absoluto a la de B y se dirá, en este caso, que se ha realizado una *influencia total.*

Atracción de los cuerpos ligeros. — El fenómeno de influencia permite explicar la atracción de los cuerpos ligeros por los que están electrizados. Se considera para ello un péndulo eléctrico P (*fig.* 307), al que se aproxima un cuerpo A electrizado positivamente; éste desarrolla sobre P, por influencia, cargas negativas y positivas iguales en valor absoluto, pero las cargas positivas de P están más alejadas de A que las negativas, de forma que el péndulo P es atraído por A. Si se toca P con el dedo, las cargas positivas se transmiten al suelo, y, cuando se quita el dedo, el péndulo P resulta atraído por una fuerza

Fig. 307

mucho más intensa que en el primer caso. Al hacer el mismo experimento con dos péndulos colgados, respectivamente, de un hilo de seda y de un hilo de cobre, se observa que el segundo es el que sufre la mayor desviación cuando se aproxima a él un cuerpo electrizado.

Pantallas eléctricas. — Se ha visto anteriormente que en el interior de un conductor hueco A el campo es nulo, cualquiera que sea el número, la electrización y la posición de los conductores situados alrededor de A. Este último desempeña el papel de una *pantalla eléctrica*, puesto que los fenómenos eléctricos que se desarrollan en el interior de A son independientes de los fenómenos eléctricos en el exterior de A. La recíproca es también cierta, es decir, que los fenómenos en el exterior de A son independientes de los que se producen en el interior, si A se mantiene a un potencial constante, lo que se consigue al unir este conductor con el suelo.

Capacidad. — Si se comunica una carga Q_1 a un conductor aislado, éste adquiere un potencial V_1; al comunicarle una carga Q_2, el potencial se convierte en V_2, etc. El cálculo demuestra que $\frac{Q_1}{V_1} = \frac{Q_2}{V_2}$, es decir, que entre la carga de un conductor aislado y su potencial existe una relación constante, cuyo valor se denomina *capacidad* del conductor y se designa por la letra C. Se tendrá la relación $C = \frac{Q}{V}$ o $Q = CV$.

Unidad de capacidad. — La *unidad de capacidad* es la capacidad de un conductor que, aislado en el espacio, tiene un potencial igual a la unidad cuando su carga es también igual a la unidad. El *faradio*, unidad del sistema práctico, equivale a la capacidad de un conductor que, con un potencial de un voltio, posee una carga de un culombio.

Como el voltio vale $\frac{1}{300}$ de unidad electrostática C.G.S. y el culombio $3 \cdot 10^9$ unidades electrostáticas C.G.S., el faradio será equivalente a $9 \cdot 10^{11}$ unidades electrostáticas C.G.S. Esta unidad es demasiado grande y se utiliza más corrientemente el *microfaradio* (μF), que es igual a una millonésima de faradio, y el *picofaradio* (pF), que equivale a una millonésima de μF.

Coeficiente de influencia. — Si se consideran dos conductores A y B (*fig.* 308), que se mantienen, respectivamente, a los potenciales constantes V_1 y V_2, se

Fig. 308



ve que, a causa de los fenómenos de influencia, A y B no toman las cargas $C_A \cdot V_1$ y $C_B \cdot V_2$, puesto que C_A y C_B son las capacidades de estos conductores cuando están aislados, sino cargas diferentes Q_1 y Q_2. Se demuestra que

$$Q_2 = C_2V_2 + C_2'V_1$$
$$Q_1 = C_1V_1 + C_1'V_2$$

Los coeficientes C_1, C_2, C_1' y C_2' sólo dependen de las formas y de las posiciones respectivas de los conductores A y B, siempre que los potenciales V_1 y V_2, que son, por otra parte, potenciales cualesquiera, se mantengan constantes. Se demuestra, además, que $C_1' = C_2'$.

Al coeficiente C_1 (o C_2) se le denomina *capacidad* de A (o de B) en presencia de B (o de A).

El coeficiente C_1', igual a C_2', se llama *coeficiente de influencia mutua* entre A y B.

Es importante señalar que C_1, capacidad de A en presencia de B, es diferente de la capacidad C_A del conductor A aislado. Si se supone que se mantiene B al potencial 0 y que el potencial V_1 de A es positivo (*fig.* 309), es decir, que A está cargado positivamente, y si se trazan las líneas de fuerza del campo creado por A, éstas van de los potenciales superiores a los inferiores y, por consiguiente, de A a B.

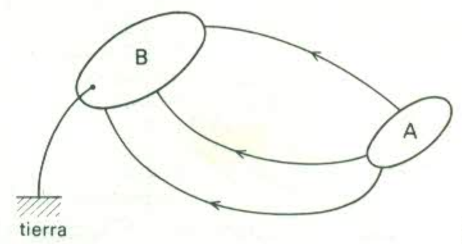


Fig. 309

La carga que adquiere B es negativa. Ahora bien, se tiene

$$Q_1 = C_1V_1 + C_1' \cdot 0$$
$$Q_2 = C_2 \cdot 0 + C_1' \cdot V_1$$

o bien, $Q_1 = C_1V_1$ y $Q_2 = C_1'V_1$. Como V_1 es positivo, C_1 lo es también y C_1' es negativo. Una capacidad es, por tanto, una magnitud positiva, mientras que un coeficiente de influencia es una magnitud negativa.

Cálculo del coeficiente en el caso de la influencia total. — Se supone que B rodea A (*fig.* 310) y está en comunicación con el suelo. Sea V_1 el potencial de A. Se tendrá, como en el caso anterior,

$$Q_1 = C_1V_1$$
$$Q_2 = C_1'V_1$$

pero, como la influencia es total, $Q_2 = -Q_1$ y, por consiguiente, $C_1' = -C_1$.

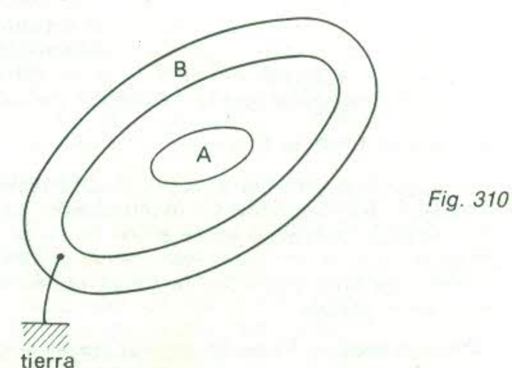


Fig. 310

El coeficiente de influencia mutua de dos conductores, en caso de influencia total, es igual y de signo contrario a la capacidad del conductor interior.

La demostración se ha hecho cuando el conductor exterior está al potencial 0, pero se sabe que el coeficiente de influencia no depende de los potenciales ni de las cargas.

Condensadores. — Cuando un conductor B rodea completamente otro designado por A, el aparato así formado (*fig.* 311) se denomina *condensador*. A corresponde a la armadura interna y B a la externa. Sean V_1 y V_2 los potenciales de A y B, y Q_1 y Q_2 sus cargas:

$$Q_1 = C_1V_1 + C_1'V_2$$
$$Q_2 = C_2V_2 + C_2'V_1$$

se tiene $C_1' = C_2' = -C_1$; si se considera $C_1 = C$, se obtendrá

$$Q_1 = CV_1 - CV_2 = C(V_1 - V_2)$$
$$Q_2 = C_2V_2 - CV_1 = C_2V_2 - CV_1 + CV_2 - CV_2$$

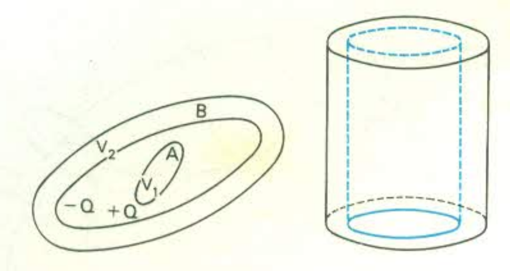


Fig. 311 Fig. 312

o bien

$$Q_2 = -C(V_1 - V_2) + V_2(C_2 - C)$$

Haciendo $C_2 - C = C'$, se tendrá

$$Q_1 = C(V_1 - V_2)$$
$$Q_2 = -C(V_1 - V_2) + C'V_2$$

Como se sabe que la carga que tiene la superficie interna de B es igual y de signo contrario a la de A, la carga $C'V_2$ es la carga que posee la superficie externa de B. Por ser, en general, pequeña esta última, no se tendrá en cuenta y se llamará carga del condensador a la cantidad $Q_1 = C(V_1 - V_2)$ y capacidad del condensador a la cantidad C.

Estos resultados siguen siendo válidos cuando el cuerpo B no rodea completamente A, siempre que las aberturas sean suficientemente pequeñas, y pueden utilizarse, por ejemplo, dos cilindros concéntricos (*fig.* 312) cuyas longitudes sean muy grandes con respecto a los diámetros, o también dos planos paralelos cuya distancia entre sí sea corta en relación con sus dimensiones. Este último modelo, muy utilizado por la comodidad que tiene, se denomina *condensador plano*. Si S es la superficie de los planos conductores paralelos, situados uno enfrente de otro, y *e* la distancia entre ambos, se demuestra que la capacidad del conductor es dada por la fórmula $C = \frac{\varepsilon_0 \cdot S}{e}$.

La capacidad será tanto mayor cuanto menor sea *e*. Si se alejan las armaduras, manteniendo constante la diferencia de potencial entre ellas, la carga disminuye, mientras que, si se aproximan, ésta aumenta y, si la distancia es muy pequeña, la carga puede llegar a ser sumamente grande.

Dieléctricos. — El medio que separa las dos armaduras se denomina *dieléctrico* del condensador y puede ser el vacío, pero, si este último se sustituye por un aislador cualquiera, como el vidrio, se aumenta la capacidad del condensador.

Un estudio experimental de este fenómeno muestra que el coeficiente ε_0 y, por consiguiente, la capacidad, es multiplicado por un coeficiente, que sólo depende de la naturaleza del dieléctrico empleado y que recibe el nombre de *constante dieléctrica* K. Así, cuando se dice que la ebonita tiene como constante dieléctrica 2,8, esto significa que un condensador plano, en el cual el intervalo entre las armaduras está enteramente constituido por la ebonita, tiene una capacidad $C = 2{,}8\,\frac{\varepsilon_0 \cdot S}{e}$.

La constante dieléctrica de los aisladores más corrientes es 2,25 para la parafina, 5 para el vidrio, 8 para la mica, 4,4 para la gutapercha y 1,000 576 para el aire. Estos valores muestran que es preferible utilizar un dieléctrico que no sea el vacío o el aire.

Algunos cuerpos tienen poderes inductores específicos particularmente elevados, como es el caso del tartrato doble de sodio y potasio, cuya constante dieléctrica alcanza 2 000, o el del óxido de titanio (TiO_2), con una constante de 120. Estas propiedades excepcionales son análogas a las que poseen los cuerpos ferromagnéticos en magnetismo.

Principales condensadores. — El primer condensador utilizado fue la *botella de Leyden*, recipiente de vidrio forrado por dentro y por fuera con hojas de estaño, que constituyen las armaduras, mientras que la propia botella representa el dieléctrico. Este dispositivo no se emplea ya para usos industriales, porque el vidrio, al carecer de homogeneidad, no es un buen dieléctrico y se producen rupturas. Se sustituye sobre todo por condensadores formados por hojas de estaño separadas por papel parafinado (*fig.* 313), que pueden enrollarse y ocupar así menos volumen. También se usa la mica como dieléctrico, pero esta materia es muy onerosa. Los condensadores de referencia están constituidos por hojas de mica plateadas por ambas caras.



Botella de Leyden, especie de condensador eléctrico.



Fig. 313

Los condensadores electroquímicos se obtienen a partir de una hoja de aluminio en la cual se deposita, por electrólisis, una capa de alúmina cuyo espesor no supera dos milésimas de milímetro. Al enrollar estas hojas, se consiguen capacidades elevadas con volúmenes muy reducidos.

Los condensadores cerámicos tienen como dieléctrico cerámica de titanato de bario o de óxido de titanio. Cabe señalar finalmente que para las medidas de gran precisión se utilizan los condensadores de aire.

Asociación de condensadores. — Se sustituye frecuentemente un condensador aislado por un grupo de condensadores para aumentar o disminuir de este modo la capacidad disponible. El sistema así formado se denomina batería de condensadores y resulta esencialmente de dos tipos de asociación : la *asociación en paralelo* y la *asociación en serie*, representadas respectivamente en las figuras 314 y 315. Las demás

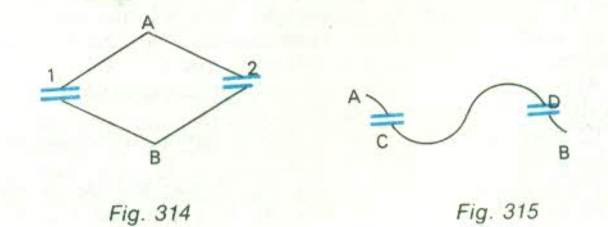


Fig. 314 Fig. 315

formas de agrupación son en realidad una combinación de las anteriores.

En la asociación en paralelo, cada condensador tiene la misma diferencia de potencial V, y las cargas son C_1V, C_2V, etc. La carga total es $C_1V + C_2V + ... = V(C_1 + C_2 + ...)$ y la capacidad del sistema es, por consiguiente, $C_1 + C_2 + ...$, o sea, la suma de las capacidades de los elementos.

En la asociación en serie, dos armaduras, como C y D, forman un solo conductor aislado cuya carga es nula inicialmente, y lo sigue siendo, puesto que se trata de un conductor aislado. Dicho de otra forma, C adquirirá, por ejemplo, la carga $+Q$ y D la carga $-Q$. Con arreglo a lo que se sabe acerca de los condensadores, A tomará la carga $-Q$ y B la carga $+Q$. Si C_1 y C_2 son las capacidades de los condensadores AC y DB, V_1 y V_2 las diferencias de potencial entre A y C y entre D y B, y V la diferencia de potencial entre A y B, se tendrá

$$Q = C_1V_1$$

$$Q = C_2V_2, \quad V = V_1 + V_2$$

$$V_1 = \frac{Q}{C_1}$$

$$V_2 = \frac{Q}{C_2}$$

de donde

$$V_1 + V_2 = V = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2}$$

Como Q es la carga del sistema y V la diferencia de potencial, la capacidad de la asociación será

$$C = \frac{Q}{V}$$

y, según la última igualdad, se tendrá

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

La capacidad del sistema formado es tal que su inversa equivale a la suma de las inversas de las capacidades de los condensadores que lo constituyen.

Medidas electrostáticas. — Se miden únicamente diferencias de potencial, capacidades y cargas y, como entre estas tres magnitudes existe cierto número de relaciones, sólo es necesario disponer de un aparato que permita efectuar la medición de una de ellas para poder luego obtener las demás. Se ha escogido, por múltiples razones, un instrumento que mide las diferencias de potencial y que se denomina *electrómetro*. Éste consta siempre de una parte fija y de otra móvil, entre las cuales se establece la diferencia de potencial que hay que medir. Por influencia de las fuerzas electrostáticas, la parte móvil tiende a desplazarse, pero encuentra la resistencia de una fuerza de origen mecánico y adopta una posición tal que las dos fuerzas, electrostática y mecánica, sean iguales. La diferencia de potencial se medirá en función del desplazamiento efectuado.

Se distinguen tres tipos de electrómetros que se señalan a continuación y se describen en los párrafos siguientes.

1.° Los absolutos, en los cuales puede establecerse una relación matemática rigurosa entre el desplazamiento de la parte móvil y la diferencia de potencial. Con éstos se obtiene la diferencia de potencial por una medición de longitud (desplazamiento de la parte móvil) o de fuerza (fuerza mecánica opuesta).

2.° Aquellos que tienen un desplazamiento proporcional a las diferencias de potencial o a sus cuadrados, sin que pueda calcularse rigurosamente el coeficiente de proporcionalidad. Permiten medir la relación existente entre dos diferencias de potencial y, por consiguiente, evaluar una diferencia de potencial, si se dispone de una diferencia de potencial de referencia.

3.° Los electrómetros en los cuales se desconoce la relación entre el desplazamiento y la diferencia de potencial, que pueden utilizarse, sin embargo, después de una graduación adecuada o para comprobar que una diferencia de potencial es nula.

Electrómetros. — *De Kelvin.* — Este electrómetro absoluto, fundado en un principio que se debe a lord Kelvin, consiste en un condensador plano (*fig.* 316), una

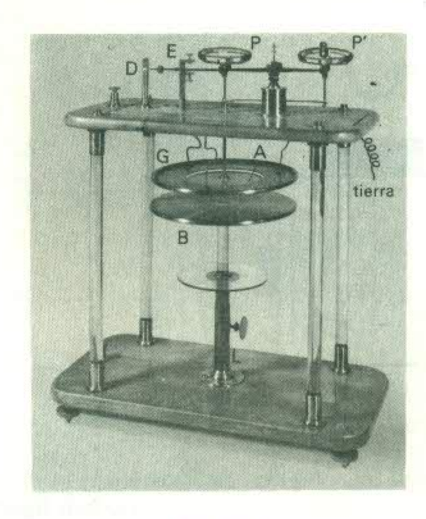


Fig. 316

de cuyas armaduras, B, puede desplazarse paralelamente a sí misma mediante un tornillo micrométrico L, mientras que la otra, A, está suspendida de uno de los brazos P' de una balanza. En el platillo P se colocan pesos hasta obtener el equilibrio.

De cuadrantes. — En este aparato, que corresponde al segundo de los tipos anteriormente descritos, la parte móvil (*fig.* 317) se llama aguja y tiene la forma de dos sectores circulares opuestos por el vértice. Ésta se halla situada entre dos círculos conductores de planos paralelos (*fig.* 318), cada uno de los cuales está dividido por estrechas ranuras en cuatro cuadrantes. Estos últimos comunican eléctricamente con los cuadrantes inferiores y opuestos correspondientes y se tienen, por consiguiente, tres conductores en presencia : la aguja y dos grupos de cuatro cuadrantes. La primera está colgada de un hilo largo y fino de torsión pequeña, aunque no despreciable, y es solidaria de un espejo que permite medir su rotación.

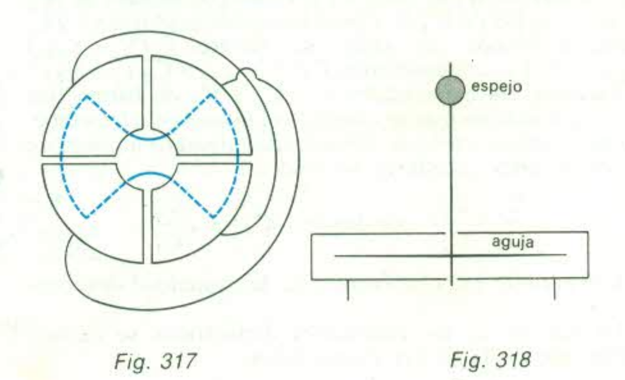


Fig. 317 *Fig. 318*

El dispositivo entero está rodeado por una envoltura metálica, conectada a tierra, que desempeña el papel de pantalla eléctrica. Con este electrómetro se puede apreciar la décima de voltio.

De panes de oro. — Este aparato, que pertenece al tercer tipo, se ha estudiado ya con el nombre de electroscopio. Para utilizarlo en las medidas de potencial, se establece la diferencia de potencial entre la caja del electrómetro y el conductor que soporta la lámina de oro. La primera debe, por consiguiente, ser conductora, al menos en parte, ya que es necesario dejar aberturas que permitan ver dicha lámina (*fig.* 319), cuyos desplazamientos se observarán en una escala graduada. Como la fuerza

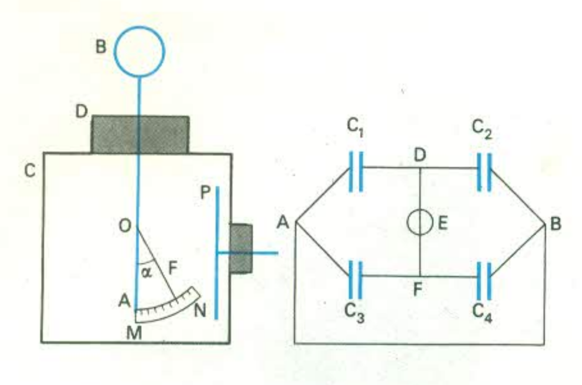


Fig. 319 *Fig. 320*

que se opone a las fuerzas electrostáticas es el peso de la lámina de oro, conviene que ésta sea lo más ligera posible para que la sensibilidad sea mayor. Las desviaciones son aproximadamente proporcionales a los cuadrados de las diferencias de potencial. Con este electrómetro sólo pueden apreciarse diferencias de potencial inferiores a 30 voltios.

Procedimientos electrométricos modernos. — Actualmente se utilizan las lámparas tríodos. Como la corriente de placa es proporcional a la diferencia de potencial entre la rejilla y el cátodo, esta última puede evaluarse mediante una simple medición de corriente. Se llega de esta forma a una sensibilidad de una millonésima de voltio.

Medida de capacidades. — Existen diferentes montajes que permiten medir las capacidades, pero uno de los más sencillos y precisos consiste en utilizar el anterior (*fig.* 320), donde C_1, C_2 y C_3 designan condensadores de capacidades conocidas y variables, C_4 la capacidad desconocida, S una fuente eléctrica cualquiera y E un electrómetro. Sean V_1 y V_2 los potenciales de A y B, y v_1 y v_2 los de D y F. Como los condensadores C_1 y C_2 están asociados en serie, se tendrá $C_1(V_1 - v_1) = C_2(v_1 - V_2)$ y, análogamente, $C_3(V_1 - v_2) = C_4(v_2 - V_2)$.

Varíense las capacidades C_1, C_2 y C_3 de forma que $v_1 = v_2$, resultado que se conseguirá cuando el electrómetro permanezca en cero. Dividiendo miembro a miembro las ecuaciones anteriores se tendrá

$$\frac{C_1}{C_3} = \frac{C_2}{C_4}, \quad \text{de donde} \quad C_4 = C_3 \frac{C_2}{C_1}$$

lo que permite calcular fácilmente la capacidad desconocida C_4.

La medida de las constantes dieléctricas se deduce fácilmente de la de las capacidades.

Energía eléctrica. — En un campo eléctrico creado por un sistema cualquiera S y en un punto donde el potencial es V_1, se coloca una carga eléctrica q, que se traslada a un segundo punto de potencial V_2. El trabajo que realizan durante este trayecto las fuerzas electrostáticas es $T = q(V_1 - V_2)$.

Si el trabajo es motor o positivo, la energía del sistema S ha disminuido en una cantidad T; si, en cambio, es resistente, la energía de S ha aumentado en la misma cantidad T. Algebraicamente se dice que la cantidad $-T$ representa la variación de energía del sistema S. De esta forma sólo se define una variación de energía, por la misma razón que únicamente pueden definirse diferencias de potencial. Pero, de igual modo que se tomó un origen de potenciales (el potencial eléctrico es nulo en todos los puntos situados a una distancia infinita de cualquier carga eléctrica), se dirá que la energía de un sistema se mide por el trabajo que puede obtenerse alejando indefinidamente todas las cargas eléctricas del sistema, o, inversamente, el trabajo que hay que proporcionar para llevar a los lugares que ocupan en el sistema S las cargas que se han supuesto al principio a distancias mutuas infinitas. O también, lo que viene a ser lo mismo, se afirmará que la energía de un sistema es igual a la cantidad de trabajo producido cuando todas las cargas del sistema descienden al potencial cero.

Energía de un condensador. — Sea un condensador, de capacidad C, cuya diferencia de potencial entre armaduras es V. Si se unen éstas por un hilo conductor (*fig.* 321), las cargas $+Q$ y $-Q$ de ambas se neutralizan. La carga del conductor único así formado será nula, y, por consiguiente, también lo será su potencial.

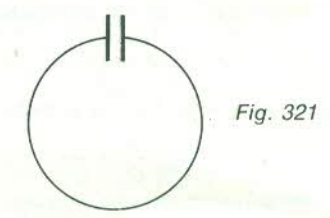


Fig. 321

Como las cargas de las armaduras han pasado del potencial V al potencial 0, debe obtenerse un trabajo igual a la energía eléctrica que poseía el condensador. Éste aparece en forma de calor y su medida permite conocer por deducción la energía del condensador. RIESS encontró de esta forma, para la energía de un condensador, la expresión $W = \frac{1}{2} CV^2$.

Este resultado se puede conseguir también mediante cálculo, lo que constituye una verificación indirecta de la ley de Coulomb.

Máquinas electrostáticas. — Las *máquinas electrostáticas*, aparatos capaces de proporcionar en forma continua electricidad con un potencial elevado, dejaron de utilizarse durante cierto tiempo, hasta que la Física nuclear, que necesita potenciales elevados y constantes, requirió de nuevo su empleo.

La electricidad se produce mediante estas máquinas por frotamiento o influencia. Las del primer tipo son las únicas que todavía se utilizan y se describirá, como ejemplo de estas últimas, la de Van der Graaf, que se emplea en Física nuclear. Entre dos poleas A y B (*fig.* 322) gira una correa aisladora de algodón engomado o de papel especial, que se carga por un peine P_1 unido a un generador de corriente continua que suministra, por ejemplo, 10 000 voltios. En la parte exterior de la esfera metálica S, concéntrica con la polea A, aparecen, por influencia, cargas del mismo signo, mientras que en la

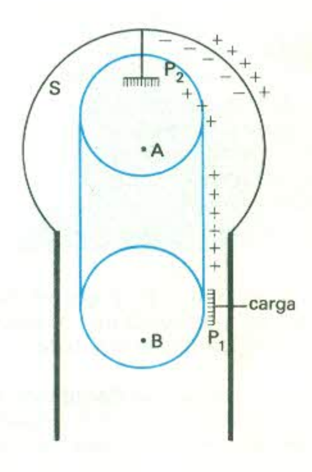


Fig. 322

parte inferior se producen cargas de signo contrario. Un peine P_2 permite neutralizar estas últimas por la carga de la correa. Para aumentar el potencial explosivo y el poder inductor específico, todo el aparato está lleno de un gas a presión. Con objeto de incrementar aún más la diferencia de potencial, se suelen emplear al mismo tiempo dos aparatos semejantes, uno de los cuales tiene una esfera cargada positivamente y el otro negativamente. Unas esferas de nueve metros de radio han permitido alcanzar diez millones de voltios con una potencia del orden de cincuenta kilovatios.

Piezoelectricidad. — Cuando se ejerce una presión o una tracción en dirección del eje binario (*fig.* 323) de una lámina de cuarzo paralelepipédica, tallada según los ejes del cristal, se producen en ambas caras de esta última cargas eléctricas iguales y de signos contrarios, que son proporcionales a la presión o a la tracción ejercida. Para un kilogramo por centímetro cuadrado se tiene una carga de 0,062 unidad electrostática C. G. S. Si la presión se ejerce perpendicularmente al eje del cuarzo y a su eje binario, la carga que se adquiere con una presión de un kilogramo por centímetro cuadrado es de $0{,}062\,\frac{l}{e}$, en donde e es el espesor de la lámina en la dirección del eje binario y l la dimensión de esta lámina en la dirección perpendicular al plano definido por el eje binario y el eje del cuarzo (*fig.* 323). Al tallar el cuarzo puede darse el valor que se quiera a la cantidad $\frac{1}{e}$, pero se suele tomar e muy pequeño y l lo mayor posible. La lámina está cubierta por dos hojas metálicas (*fig.* 324) y la diferencia de potencial entre ellas se mide para pesos diferentes colocados en el platillo P.

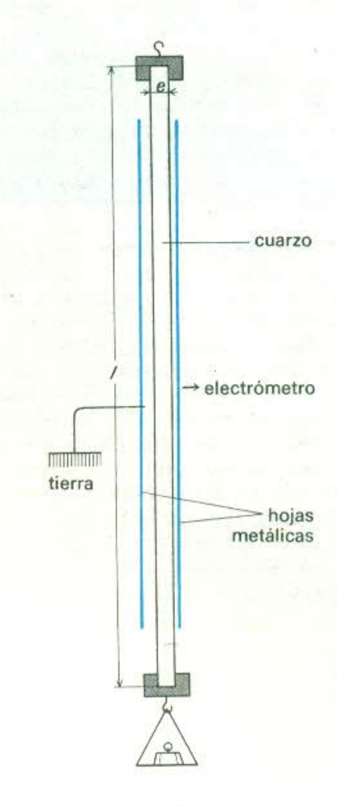


Fig. 323

Cuando, sin someter el cuarzo a una acción mecánica, se cargan las dos hojas metálicas, el cuarzo se deforma. Si se utilizan tensiones alternas de alta frecuencia, las deformaciones siguen esta frecuencia y se producen sonidos de frecuencias muy elevadas (ultrasonidos), que no capta el oído. El fenómeno de *piezoelectricidad* no se emplea para la producción de electricidad, sino para la obtención de ultrasonidos, para transformar las modulaciones de una corriente eléctrica en sonidos audibles (altavoces) o para transformar estos últimos en modulaciones eléctricas (micrófonos). Además del cuarzo, otros cuerpos, como la turmalina, el fosfato de amonio y el titanato de bario, presentan asimismo el fenómeno de la piezoelectricidad que se acaba de describir.



Fig. 324

31. — Magnetismo

Imanes. *Polos de los imanes. Las dos clases de polos.* Campo y masa magnéticos. *Ley de Coulomb.* Unidades magnéticas. Líneas y tubo de fuerza, potencial y flujo magnéticos. *Unidad de flujo magnético.* Espectros magnéticos. Experimento del imán seccionado. *Doblete magnético.* Acción de un campo uniforme sobre un imán. *Momento magnético.* Intensidad de imantación. Campo magnético terrestre. Declinación magnética. Inclinación magnética. Causas del magnetismo terrestre.

Imanes. — *Polos de los imanes.* — Los *imanes* son generalmente artificiales, aunque algunos de ellos, llamados *piedra de imán,* son naturales. Suelen tener forma de herradura, de barra o de rombo muy alargado, y gozan de propiedades *magnéticas.* Atraen los objetos de hierro o de acero, pero la fuerza de atracción que ejercen no es la misma en todos los puntos. Si se hace rodar, por ejemplo, una barra imantada entre limaduras de hierro, éstas se adhieren casi sólo a los extremos (*fig.* 325). Se observa, por consiguiente, que la propiedad magnética parece concentrarse en unos puntos determinados, los *polos,* en número de dos en los imanes que se van a estudiar. Éstos están situados en los extremos tanto en una barra o en una aguja imantada como en aquellos otros imanes que tienen forma de herradura.

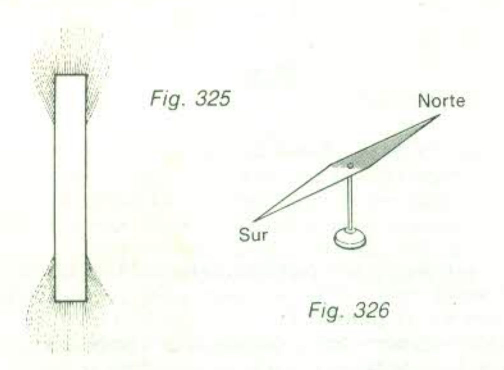


Fig. 325

Fig. 326

Las dos clases de polos. — Una brújula está constituida por una aguja imantada en forma de rombo muy alargado, móvil alrededor de un eje vertical, que se coloca, cuando está bastante alejada de cualquier masa de hierro, en la dirección Norte-Sur, es decir, con un polo dirigido hacia el Norte y el otro hacia el Sur (*fig.* 326). Existen, por consiguiente, dos clases de polos, que se designan como *polo norte* el primero y como *polo sur* el segundo. Si se suspende de un hilo sin torsión una barra imantada, se obtiene una brújula cuyos polos norte y sur se determinan fácilmente. Al aproximar el polo norte de un imán al polo norte de una brújula, se observa que este último es rechazado; pero, si se acerca el polo sur del imán, el polo norte de la brújula es atraído. Haciendo el mismo tipo de experimento con imanes de toda clase, incluso con aquellos que tengan más de dos polos, se comprueba que sólo existen dos clases de polos magnéticos : los que son rechazados por el polo norte de un imán y los que son atraídos por él. Se puede decir, por tanto, que *sólo existen dos clases de polos magnéticos y que los polos de igual nombre se repelen, mientras que los de nombre contrario se atraen.*

Campo y masa magnéticos. — Las nociones de *masa magnética* y de *campo magnético* se deducen directamente de la existencia de fuerzas magnéticas en el espacio que rodea un imán. El polo P_1 de un imán es repelido por el polo P_2 de otro porque este último crea un campo magnético $\vec{H}$ en el punto P_1 y que el polo P_1 posee una masa magnética *m.* La fuerza de repulsión $\vec{F}$, el campo $\vec{H}$ y la masa magnética *m* están ligados por la relación vectorial $\vec{F} = m \cdot \vec{H}$.

Se distinguen dos clases de masas magnéticas : las masas positivas o norte, que corresponden a los polos norte, y las negativas o sur, que corresponden en este caso a los polos sur.

Ley de Coulomb. — Esta ley, establecida por Coulomb para explicar la acción mutua de dos masas magnéticas, es la siguiente :

Dos masas magnéticas puntuales se atraen o se repelen en razón inversa del cuadrado de su distancia.

Como esta ley se formuló a partir de experimentos poco precisos, que no constituyen una verdadera demostración, se la considera como un principio cuyo valor queda establecido por algunas de las consecuencias que de ella se derivan.

Por consideraciones análogas a las expuestas en Electrostática, se encontrará para la expresión de la fuerza $\vec{f}$ que dos masas magnéticas *m* y *m'* ejercen una sobre otra la atracción representada por la fórmula $f = k\,\dfrac{mm'}{r^2}$ · donde *r* es la distancia entre las dos masas y *k* una constante que sólo depende de las unidades elegidas.

Unidades magnéticas. — Las fórmulas $f = k\,\dfrac{mm'}{r^2}$ y $\vec{F} = m\vec{H}$ permiten definir las unidades magnéticas.

La unidad C. G. S. de masa magnética es la masa magnética que colocada en el vacío a 1 cm de una masa magnética idéntica es repelida con una fuerza de una dina.

Con esta unidad la constante *k* de la fórmula $f = k\,\dfrac{mm'}{r^2}$ es igual a 1 para el vacío.

La unidad de campo magnético es el campo que ejerce sobre una masa magnética igual a la unidad una fuerza de una dina. Recibe el nombre de *oersted.*

Líneas y tubo de fuerza, potencial y flujo magnéticos. — Estas expresiones pueden definirse de la misma forma que en Electrostática.

Con arreglo a la ley de Coulomb, se observa que el campo magnético es un campo newtoniano. Por consiguiente, éste deriva de un potencial, el flujo magnético procedente de una superficie cerrada es igual al producto por 4 π de las masas magnéticas contenidas en su interior y, en todo punto del espacio donde no existen masas magnéticas, este flujo es conservativo y el potencial no puede presentar máximo ni mínimo.

Unidad de flujo magnético. — *La unidad C. G. S. de flujo magnético es el flujo que atraviesa una superficie de* 1 cm^2 *colocada en el vacío perpendicularmente a un campo uniforme de un oersted.* Recibe el nombre de *maxwell.*

La unidad M. K. S. A. es el *weber,* que tiene el valor de 10^8 maxwells.

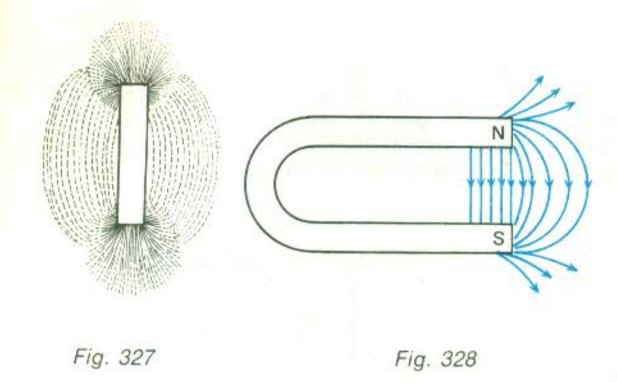


Fig. 327 *Fig. 328*

Espectros magnéticos. — Las líneas de fuerza de un campo magnético pueden ponerse en evidencia de la manera siguiente : se coloca horizontalmente sobre una mesa un imán que se cubre con una hoja de cartón rígido; se salpica esta última con limaduras de hierro y se observa que, cuando se dan unos ligeros golpes, las limaduras se disponen en líneas regulares, que son las líneas de fuerza del campo creado por el imán. Se dice entonces que se ha creado un *espectro magnético*. Las figuras 327 y 328 representan los espectros magnéticos de un imán recto y de otro en forma de herradura. Estas líneas van del polo norte al polo sur, lo que significa que una masa magnética norte que pudiese desplazarse libremente describiría una línea de fuerza al alejarse del polo norte y al aproximarse al polo sur. En el espacio situado entre los dos brazos del imán, las líneas de fuerza son paralelas, lo que indica que el campo es uniforme, es decir, de magnitud, sentido y dirección constantes.

Experimento del imán seccionado. — *Doblete magnético.* — Aunque el magnetismo presenta, como se ha visto anteriormente, numerosas analogías con la Electrostática, también existen diferencias. Así, en magnetismo no se han definido conductores y aisladores y no hay cuerpos que contengan únicamente masas magnéticas norte y masas magnéticas sur, mientras que en Electrostática los cuerpos se cargan de electricidad positiva o negativa. Puede parecer sencillo aislar los dos polos de un imán dividiéndolo en trozos, pero, si se efectúa esta separación (*fig.* 329), se comprueba que los pedazos resultantes siguen siendo imanes con un polo norte y un polo sur. Como, al multiplicar indefinidamente las divisiones, se observa que nunca se consigue aislar un polo único, se llega a la conclusión de que el átomo de la materia imantada es un imán de dos polos.

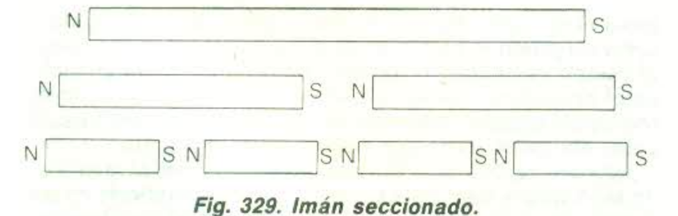


Fig. 329. Imán seccionado.

La ley de conservación de la electricidad enunciada en Electrostática no se aplica en el caso del magnetismo, pero, si se miden las masas magnéticas de los dos polos de un imán, se comprueba que son iguales en valor absoluto y se puede formular la siguiente ley : *la masa magnética total de un imán es nula*. Esta regla se aplica también para el átomo de la sustancia imantada, que es asimismo un imán y que, desde el punto de vista magnético, puede considerarse, por tanto, como formado por dos masas magnéticas puntuales, iguales en valor absoluto, de signo contrario e invariablemente ligadas una a otra. Este imán elemental ha recibido el nombre de *doblete magnético*. El experimento anteriormente descrito permite decir que un imán está constituido por la yuxtaposición de gran número de filas de dobletes idénticos que están colocados en cada una de éstas de forma que el polo norte de uno coincida con el polo sur del otro (*fig.* 330). Si se supone, como sería lógico según la ley de Coulomb, que dos masas magnéticas iguales y de signo contrario situadas en un mismo punto crean un campo nulo, las propiedades magnéticas de un imán sólo aparecerán en los puntos donde cesan las filas de dobletes, es decir, en los lugares que se han denominado polos. Puesto que los dobletes son todos idénticos, las masas magnéticas de cada punto son iguales en valor absoluto.

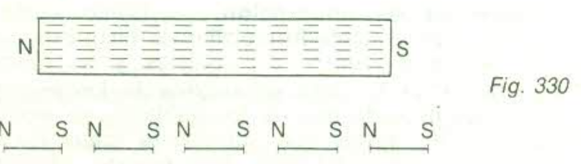


Fig. 330

Acción de un campo uniforme sobre un imán. — *Momento magnético.* — Si se considera un imán colocado en un campo $\vec{H}$ uniforme (*fig.* 331), es decir, de magnitud y sentido constantes, cada masa positiva libre m está sometida a una fuerza paralela al campo y de igual sentido, de valor $m \cdot \vec{H}$. Todas las fuerzas que se ejercen sobre las masas positivas son paralelas y admiten, por consiguiente, la resultante $\vec{F}$, cuyo punto de aplicación estará en N. Análogamente, las masas negativas están sometidas a estas fuerzas que admiten una resultante $\vec{F'}$ paralela al campo y de sentido contrario, cuyo punto de aplicación se situará en S. Los puntos N y S son, respectivamente, los centros de gravedad de las masas positivas y negativas, y la posición que ocupan es independiente del campo $\vec{H}$ considerado. Estos puntos son los que se denominarán en lo sucesivo polos del imán.

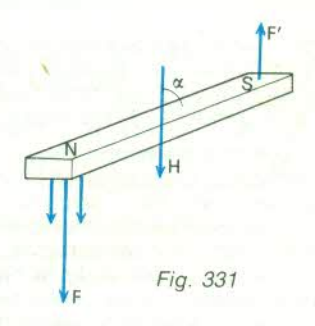


Fig. 331

Sea M la masa magnética positiva total del imán; según la ley de composición de fuerzas paralelas, se tendrá

$$\vec{F} = M \cdot \vec{H}$$
$$\vec{F'} = \overline{MH}$$

Las dos fuerzas $\vec{F}$ y $\vec{F'}$ son iguales y opuestas y forman un par cuyo momento C es expresado por la fórmula $C = F \cdot NS \cdot \text{sen}\ \alpha$, siendo α el ángulo que forman los vectores $\vec{SN}$ y $\vec{H}$. Podrá escribirse $C = M \cdot H \cdot NS \cdot \text{sen}\ \alpha$, fórmula que pone de manifiesto que las propiedades magnéticas del imán sólo intervienen por medio del producto M · NS. Este hecho es general : un imán se caracteriza desde el punto de vista magnético por el producto M · NS, cantidad que suele introducirse en los cálculos en forma de vector, llamado *momento magnético del imán*, que se dirige del polo sur al polo norte y cuyo

valor es el producto de la distancia de los polos por la carga positiva libre del imán. Esta definición queda reflejada en la fórmula $\vec{P} = P \cdot \overrightarrow{SB}$.

$\vec{P}$ designa el momento magnético del imán y P representa el valor algebraico de este vector. Con esta definición se tendrá $C = MH$ sen α.

Si el imán considerado puede girar libremente alrededor de un punto fijo, se orientará de tal forma que el momento del par C será nulo, lo que ocurrirá cuando lo sea sen α; el vector $\overrightarrow{SN}$ será entonces paralelo al campo $\vec{H}$ y, por lo tanto, también el vector $\vec{P}$. Se observa de este modo que un imán que puede girar libremente alrededor de un punto fijo se orienta de tal forma que su momento magnético es paralelo al campo en el que está situado.

Intensidad de imantación. — Como según las hipótesis anteriormente formuladas un imán está constituido por gran número de dobletes y su momento magnético $\vec{P}$ es la suma geométrica de los momentos magnéticos de cada uno de los dobletes, se medirá la imantación del mismo por el momento magnético de la unidad de volumen del imán. Si v es este volumen, se definirá un *vector intensidad de imantación media* $\vec{I}$ por la fórmula

$$\vec{I} = \frac{\vec{P}}{v}$$

y la *intensidad de imantación en un punto* de la materia imantada como la relación entre el momento magnético $\overrightarrow{dP}$ de un pequeño volumen de materia que rodea el punto y el valor dv de este volumen :

$$\vec{I}' = \frac{\overrightarrow{dP}}{dv}$$

La intensidad de imantación $\vec{I}'$ es *uniforme* si es la misma en todos los puntos, es decir, si en cada punto de la materia imantada el vector $\vec{I}'$ tiene igual magnitud, dirección y sentido. Puede verse fácilmente que en estos casos $\vec{I} = \vec{I}'$.

Si se considera una barra imantada cuya intensidad de imantación es uniforme y paralela al lado mayor (*fig.* 332), ésta sólo podrá estar constituida por filas de dobletes que sean paralelos a los lados de la barra y

Fig. 332

N S

equidistantes, y la densidad de las masas magnéticas σ en las caras terminales será, por consiguiente, uniforme. Si s es el valor de la sección normal de la barra que posee masas magnéticas libres $+m$ y $-m$, respectivamente iguales a $s\sigma$ y $-s\sigma$, y l es la longitud de la barra, su momento magnético será $P = \sigma \cdot s \cdot l$.

Pero, como $s \cdot l$ es el volumen de la barra, se tendrá $P = \sigma \cdot v$, de donde se deduce $I = \sigma$.

Cuando una barra imantada tiene una imantación uniforme en el sentido de su longitud, la densidad magnética sobre una sección normal es igual al valor absoluto de su imantación.

Campo magnético terrestre. — El *campo magnético terrestre* es uniforme y para comprobarlo basta demostrar que su acción sobre un imán se reduce a un par. Como un par tiene componentes nulas en todas las direcciones, se va a demostrar que un imán colocado en el campo terrestre no está sometido a ninguna fuerza vertical ni horizontal.

El campo terrestre no ejerce ninguna fuerza vertical sobre una barra imantada, puesto que el peso de ésta no aumenta ni disminuye después de la imantación. Un hilo del que cuelga un imán permanece completamente vertical, lo que no ocurriría si estuviera sometido a una fuerza horizontal. El campo terrestre es, por consiguiente, uniforme, por lo menos en un espacio bastante reducido, como, por ejemplo, el de la sala en la cual se realizan los experimentos descritos.

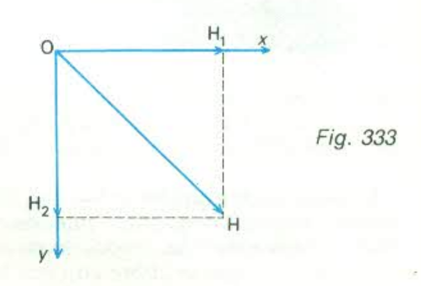


Fig. 333

Se considera en un punto O de la Tierra (*fig.* 333) el plano vertical que contiene la dirección del campo magnético terrestre en este punto y que se denomina *plano meridiano magnético del punto* O, o, más sencillamente, meridiano magnético. Si se trazan dos ejes en este plano, uno horizontal O_x y otro vertical O_y, las componentes OH_1 y OH_2 del campo terrestre sobre éstos son la componente horizontal y la componente vertical del campo terrestre.

Declinación magnética. — Se dijo anteriormente que la aguja de una brújula adopta la dirección Norte-Sur, pero esta afirmación no es rigurosamente exacta porque dicha aguja forma con la dirección Norte-Sur un pequeño ángulo llamado *ángulo de declinación magnética* o *declinación*. Con más precisión, *la declinación es el ángulo que forman el meridiano magnético y el meridiano geográfico del lugar considerado*. Ésta será Oeste o Este según que el meridiano magnético esté situado al Oeste o al Este del meridiano geográfico.

El conocimiento de la declinación reviste naturalmente gran importancia para la navegación y para medirla se emplea una aguja imantada, denominada *aguja de declinación* (*fig.* 334), que gira alrededor de un eje vertical en un plano horizontal. Esto se consigue haciendo

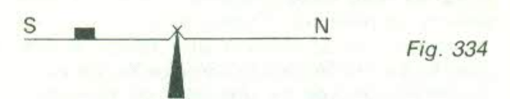


Fig. 334

pasar el eje vertical por el centro de gravedad de la aguja y sobrecargando la parte sur de la misma. En efecto, como el campo magnético terrestre está dirigido hacia el suelo en el hemisferio boreal, el polo norte de la aguja tendría tendencia a seguir la misma dirección, pero la sobrecarga colocada en la parte sur neutraliza este efecto.

Una vez realizada la brújula de declinación, se procede de tal manera que sus extremidades se desplacen en un círculo dividido y, si se sabe cuáles son las divisiones por las que pasa el meridiano geográfico, basta una simple lectura para conocer la declinación.

Para efectuar medidas de precisión, se combina la brújula de declinación con un teodolito, que permite determinar muy exactamente el meridiano geográfico.

La declinación varía con el espacio y el tiempo y es muy diferente de un lugar a otro.

Inclinación magnética. — *La inclinación magnética es el ángulo que forma el campo magnético terrestre con*

un plano horizontal. Para medirla se utiliza una *brújula de inclinación,* constituida por una aguja imantada móvil alrededor de un eje horizontal que pasa exactamente por su centro de gravedad. La aguja tiene extremos que se desplazan ante un círculo graduado (*fig.* 335) y, cuando se la lleva al meridiano magnético, se orienta en la dirección del campo.

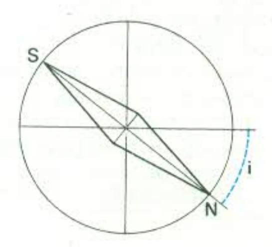
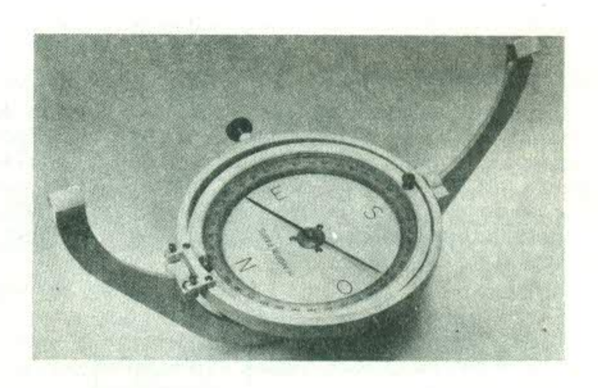


Fig. 335

El valor de la inclinación cambia con el tiempo y el espacio. En este último varía regularmente a lo largo de líneas denominadas *meridianos magnéticos,* que son tangentes en cada uno de sus puntos a la dirección de la brújula en ese punto.



Brújula de declinación.

Causas del magnetismo terrestre. — Las *causas del magnetismo terrestre* son, al parecer, múltiples, pero algunas de ellas se desconocen. No cabe duda, sin embargo, que el Sol ejerce una acción, así como el magnetismo de ciertas rocas, y se sabe que la Tierra está atravesada por corrientes eléctricas, denominadas *corrientes telúricas,* que crean un campo magnético.

32. — Electrodinámica

Definición de la corriente eléctrica. Obtención de corrientes continuas. Propiedades de la corriente eléctrica. Unidad de intensidad de corriente. *Amperio.* Ley de Ohm. *Resistencia.* Suma de resistencias. Resistividad y conductancia. Unidades de resistencia y de resistividad. Reóstatos. *Cajas de resistencias.* Variación de la resistividad con la temperatura y diferentes agentes. Teoría de la resistencia. Efectos caloríficos de la corriente. *Ley de Joule. Aplicaciones.* Amperímetros térmicos. Características de una fuente de electricidad. *Fuerza electromotriz.* Receptores. *Fuerza contraelectromotriz.* Generalización de la ley de Ohm. Corrientes derivadas. Shunts. Leyes de Kirchhoff. Medición de resistencias. *Puente de Wheatstone.* Medición de las fuerzas electromotrices por el método de oposición.

Definición de la corriente eléctrica. — En Electrostática se estudió el equilibrio de la electricidad en los conductores y se vio como en ciertos experimentos la electricidad se transmite a tierra o pasa de un conductor a otro, pero no se establecieron las leyes de estos desplazamientos, porque esto corresponde a la *Electrodinámica.*

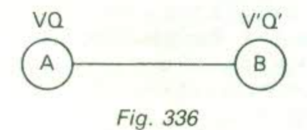


Fig. 336

Sean dos conductores A y B (*fig.* 336) de potenciales V y V' y cargas Q y Q', unidos por un hilo también conductor. En el espacio que rodea A y B se crea un campo eléctrico; si $V > V'$, las líneas de fuerza irán desde A hacia B y las cargas positivas de A se desplazarán, por consiguiente, en el hilo conductor para llegar hasta B, mientras que las cargas negativas de B se dirigirán hacia A. Este desplazamiento de electricidad se interrumpe sólo cuando el conductor único formado por AB y el hilo tiene el mismo potencial V_1, comprendido entre V y V', en todos sus puntos y se dice que se ha producido entre A y B una *corriente eléctrica.* Si la capacidad del hilo es despreciable y Q_1 y Q'_1 son las nuevas cargas de A y B, se tendrá, de acuerdo con la ley de conservación de la electricidad, $Q + Q' = Q_1 + Q'_1$.

La carga de A ha disminuido, puesto que así lo ha hecho su potencial, en una cantidad $q = Q - Q_1$.

La carga de B ha aumentado en una cantidad $q' = Q' - Q'_1$. Ahora bien, $Q - Q_1 = Q' - Q'_1$, puesto que $Q + Q' = Q_1 + Q'_1$, y de ello resulta que $q = q'$.

Puede decirse que la corriente eléctrica ha transportado una carga eléctrica cuya *suma algebraica* es igual a q, pero el experimento no permite saber si la corriente ha transportado la carga $+q$ de A a B o la carga $-q$ desde B hacia A, ni si se han transportado ambas clases de electricidad. Se observa únicamente que se ha realizado un transporte de la carga q. El conocimiento de q y de los potenciales es suficiente para calcular la energía liberada por esta corriente eléctrica. Como sólo puede someterse a experimentos esta energía, cabe formular la siguiente hipótesis : *la corriente eléctrica ha transportado de* A *a* B *una carga positiva igual a* q.

En adelante se considerará siempre una corriente eléctrica como un transporte de electricidad positiva y se denominará sentido de la corriente a aquel en el que el transporte se efectúa. Éste, en el ejemplo anterior, se realizaba de A hacia B y puede decirse, por consiguiente, que *la corriente eléctrica va de los potenciales más elevados a los potenciales menos elevados.*

El conocimiento de q no basta para caracterizar completamente la corriente, sino que hay que saber a qué velocidad se efectúa el transporte de electricidad. Esta magnitud se denomina *intensidad de la corriente.* Si durante un tiempo muy breve dt se ha transportado una

cantidad de electricidad dq, la intensidad de la corriente en ese instante es $i = \frac{dq}{dt}$.

Al principio se estudiarán únicamente las corrientes de *intensidad constante,* es decir, las que transportan a cada segundo la misma cantidad de electricidad y que se califican de *continuas*. Sea i la intensidad de una corriente de este tipo; al cabo de un tiempo t habrá transportado una cantidad de electricidad q y se tendrá entonces $q = i \cdot t$.

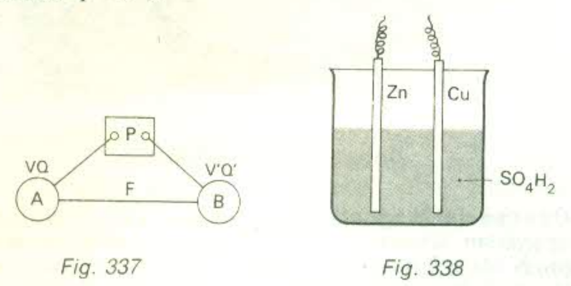


Fig. 337 Fig. 338

Obtención de corrientes continuas. — Únanse los conductores A y B (*fig.* 337) a una fuente de electricidad P que mantenga constantes los potenciales V y V′ de A y B y que puede estar constituida por una máquina electrostática o una pila, formada a su vez por una lámina de cinc y otra de cobre sumergidas en ácido sulfúrico (*fig.* 338). Si se conecta ahora A con B por un hilo conductor F, se tendrá, como anteriormente, una corriente eléctrica a lo largo de F, pero ésta se mantendrá en vez de cesar al cabo de cierto tiempo, ya que el potencial de A no puede nunca igualarse con el de B. La causa que produce la corriente es la diferencia de potencial V − V′, diferencia que permanece constante, por lo cual la corriente será siempre idéntica a sí misma y de intensidad constante. Se obtiene de este modo una corriente continua.

Sea i la intensidad de la corriente; A pierde una cantidad de electricidad por segundo igual a i, pero, como su potencial sigue siendo el mismo, su carga es constante y recibe, por consiguiente, de la fuente P una cantidad de electricidad por segundo igual a i. Análogamente, P sustrae a B una cantidad de electricidad por segundo i. Puede decirse, por tanto, que cualquier punto del *circuito cerrado* A, F, B, P, A es recorrido a cada segundo por la cantidad de electricidad i : *la intensidad de la corriente es la misma en todos los puntos del circuito*.

La fuente P difiere de los demás elementos del circuito únicamente porque eleva la electricidad que la atraviesa del potencial V′ al potencial V. Esta corriente eléctrica puede compararse con una corriente de agua en la que A y B serían depósitos, los hilos conductores las tuberías y P una bomba que hiciese ascender el agua del nivel V′ del depósito B al nivel V del depósito A.

Al unir los conductores A y B mediante el hilo F transcurre un intervalo de tiempo muy breve que se denomina período de establecimiento de la corriente y que se explica parcialmente por la capacidad del hilo F, que empieza por cargarse para conservar luego una carga constante. Aunque se ha supuesto que la capacidad del hilo F es despreciable, cabe prescindir de esta hipótesis, ya que, una vez transcurrido el período de establecimiento de la corriente, el hilo no puede adquirir más carga y cada sección del hilo es atravesada cada segundo por la cantidad de electricidad i. En los fenómenos estudiados a continuación se considera siempre superado el período transitorio de establecimiento de la corriente, puesto que éste no excede nunca 1/100 de segundo para los circuitos corrientes.

Propiedades de la corriente eléctrica. — Cuando se produce una corriente eléctrica se libera energía, porque a cada segundo una cantidad de electricidad i pasa del potencial V al potencial V′ y se sabe que en estas condiciones la energía liberada es $i(V - V')$ y al cabo de t segundos se habrá liberado la energía $W = (V - V')it$.

Al observar que un conductor se calienta al ser recorrido por una corriente, que una sal, una base o un ácido son descompuestos por la misma y que ésta crea un campo magnético, se llega a la conclusión de que la energía eléctrica aparece en forma de energía calorífica, química o magnética, separadamente o de modo simultáneo. Se estudiarán sucesivamente los tres fenómenos que proporcionarán cada uno un método de medición de la intensidad de una corriente, pero se empezará por definir la unidad de intensidad de corriente y por imaginar un método de medición.

Unidad de intensidad de corriente. — *Amperio.* — Con arreglo a la fórmula $i = \frac{q}{t}$ se define *la unidad electrostática de intensidad de corriente como la intensidad de una corriente que transporta cada segundo una cantidad de electricidad igual a la unidad electrostática C. G. S. de cantidad de electricidad.*

Se determinó anteriormente como unidad práctica de cantidad de electricidad el *culombio*, que vale $3 \cdot 10^9$ unidades electrostáticas C. G. S.; puede definirse, por consiguiente, como unidad práctica de intensidad de corriente, el *amperio*, que es *la intensidad de la corriente que transporta un culombio por segundo* y que es, por tanto, igual a $3 \cdot 10^9$ unidades electrostáticas C. G. S.

La energía liberada por la corriente eléctrica en el tiempo t es $W = (V - V')it$.

Si toda esta energía aparece en forma de calor, la cantidad producida Q se expresará por la fórmula $JQ = W = (V - V')it$, donde J es el equivalente mecánico del calor. Como se conocen los métodos necesarios para medir Q, (V − V′) y t, el valor de i puede obtenerse por deducción. Este procedimiento no suele utilizarse, dada su dificultad, pero permite exponer las leyes de la corriente eléctrica en un orden lógico.

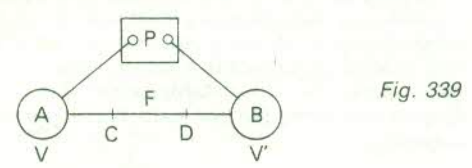


Fig. 339

Ley de Ohm. — *Resistencia.* — Si se vuelve a considerar el experimento que llevó a la producción de una corriente continua, pero se toman diferentes fuentes, P, P_1 y P_2 (*fig.* 339), que establecen entre A y B diferencias de potencial $V - V'$, $V_1 - V'_1$, $V_2 - V'_2$, al medir las intensidades I, I_1 e I_2, se encuentra que

$$\frac{V - V'}{I} = \frac{V_1 - V'_1}{I_1} = \frac{V_2 - V'_2}{I_2} = \text{constante} = R$$

Esto significa que *la intensidad de la corriente que recorre un conductor lineal es proporcional a la diferencia de potencial en sus extremos*. Es la llamada *ley de Ohm*.

$$I = (V - V')\frac{1}{R}$$

$$I_1 = (V_1 - V'_1)\frac{1}{R}, \text{ etc.}$$

Si se sustituye el hilo F por otro F′, se observa que la constante R varía; ésta caracteriza, por consiguiente, al hilo F y recibe el nombre de *resistencia*.

Sea el trozo CD del conductor F; si V_C y V_D son los potenciales de los puntos C y D, se tendrá, al aplicar la ley anteriormente enunciada,

$$r \cdot I = (V_C - V_D)$$

la constante r es, por definición, la resistencia del trozo CD del conductor F. Puede decirse, por tanto, que *la resistencia de un conductor lineal es el cociente de la diferencia de potencial entre sus extremidades por la intensidad de la corriente que lo recorre.*

$$R = \frac{V - V'}{I}$$

Suma de resistencias. — Sean tres conductores AB, BC y CD (*fig.* 340), acoplados en serie, es decir colocados

A B C D

Fig. 340

uno a continuación de otro, cuyas resistencias son r_1, r_2, r_3. Si V_A, V_B, V_C y V_D son los potenciales de los puntos A, B, C y D, e I la intensidad de la corriente, se tendrá

$$V_A - V_B = r_1 I$$
$$V_B - V_C = r_2 I$$
$$V_C - V_D = r_3 I$$

Sumando miembro a miembro estas igualdades se tendrá

$$V_A - V_B + V_B - V_C + V_C - V_D = (r_1 + r_2 + r_3) I$$

o

$$V_A - V_D = (r_1 + r_2 + r_3) I$$

lo que significa que la resistencia de AD es la suma de las resistencias de los hilos que lo constituyen. Por consiguiente, *dos resistencias colocadas en serie se suman,* y *la resistencia de una serie de conductores es igual a la suma de las resistencias de cada uno de ellos.*

Los resultados de este párrafo y del anterior sólo son válidos si el circuito está perfectamente aislado y si todos los puntos del circuito están a la misma temperatura.

No obstante, la ley de adición de resistencias sigue siendo aplicable cuando no se satisface el segundo requisito enunciado, pero entonces deja de verificarse que $V_A - V_D = (r_1 + r_2 + r_3) I$.

Resistividad y conductancia. — Se comprueba experimentalmente que la resistencia de un conductor lineal es proporcional a su longitud e inversamente proporcional a su sección y que depende de la naturaleza del mismo. Si l es la longitud, s la sección y R la resistencia, se tendrá $R = \rho \frac{l}{s}$.

El coeficiente ρ, característico de la naturaleza del conductor, se llama *resistividad* y varía con la temperatura. El valor $\sigma = \frac{1}{\rho}$ recibe el nombre de *conductancia*.

Unidades de resistencia y de resistividad. — La fórmula $V - V' = RI$ permite definir la unidad electrostática C.G.S. y la unidad práctica de resistencia.

La unidad electrostática C.G.S. de resistencia es la resistencia recorrida por una corriente de intensidad igual a la unidad, cuando la diferencia de potencial entre sus extremos es también igual a la unidad.

La unidad práctica de resistencia u ohmio es la resistencia recorrida por una corriente de un amperio, cuando la diferencia de potencial entre sus extremos es un voltio.

Como el voltio vale $\frac{1}{300}$ de unidad electrostática y el amperio $3 \cdot 10^9$ unidades electrostáticas, el ohmio es igual a $\frac{1}{9 \cdot 10^{11}}$ de unidad electrostática.

La representación de la unidad de resistencia es el *ohmio patrón,* que se ha definido como *la resistencia que ofrece a una corriente eléctrica constante una columna de mercurio, a la temperatura del hielo fundente, de sección constante, de masa* 14,4521 *gramos y de longitud* 106,300 *centímetros.* Existen copias de este patrón.

La unidad de resistividad electrostática C.G.S. se define de la forma siguiente: *un cuerpo posee una resistividad igual a la unidad cuando un conductor de la misma naturaleza que éste, de un centímetro de longitud y un centímetro cuadrado de sección, posee una resistencia igual a la unidad electrostática C.G.S.*

Los técnicos utilizan el *ohmio centímetro* o el *microohmio centímetro.* El primero corresponde a *la resistividad de un cuerpo tal que un conductor de la misma materia, de un centímetro de longitud y un centímetro cuadrado de sección, posee una resistencia de* 1 *ohmio;* el segundo es la millonésima parte del anterior.

Estas unidades, como no pertenecen a ningún sistema, sólo pueden utilizarse en la fórmula $R = \rho \frac{l}{s}$.

Se indican a continuación los valores de la resistividad ρ para algunos metales y aleaciones usuales, así como para ciertos aisladores, a la temperatura ordinaria.

CUERPOS	ρ EN MICROOHMIOS-CM
Plata	1,5
Cobre	1,6
Hierro	11
Aluminio	2,8
Mercurio	94,076
Plata alemana	30
Constantán	49
Petróleo	$2 \cdot 10^{22}$
Caucho	10^{21}

La unidad práctica es el *ohmio metro.*

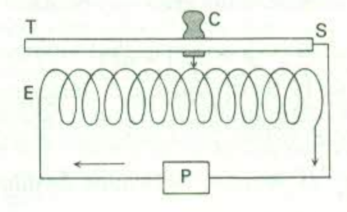


Fig. 341

Reóstatos. — *Cajas de resistencias.* — Para que varíe la intensidad de una corriente, basta, con arreglo a la ley de Ohm, cambiar la resistencia del circuito que ésta recorre. Con este objeto se han construido resistencias variables, denominadas *reóstatos.* La figura 341 representa el esquema de uno de estos aparatos, constituido por una resistencia arrollada en espiral en un cilindro de materia aislante. Encima de este último y paralelamente a su eje se dispone una reglilla conductora, por la cual se desliza un cursor C, cuya punta se apoya en la resistencia. La corriente entra en el reóstato por E y sale por S, pasando por el cursor y una parte de la reglilla. La resistencia disminuye cuando se desliza el cursor hacia la izquierda y aumenta en el caso contrario. En la figura 342

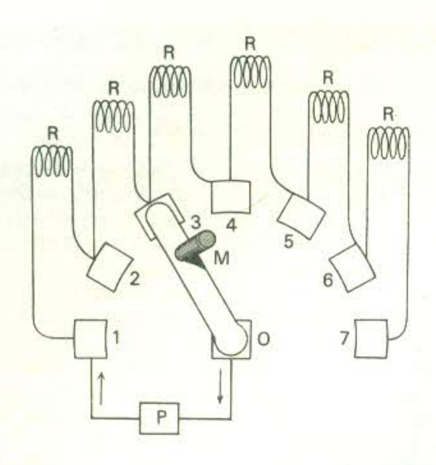


Fig. 342

se ve el esquema de otro tipo de reóstato denominado *potenciómetro*. Las clavijas (1, 2, 3, etc.) son pequeñas piezas de cobre, entre las cuales se colocan las resistencias R_1, R_2, R_3, etc. Una palanca conductora M, móvil alrededor de un eje O, puede apoyarse sucesivamente en cada una de dichas piezas. La corriente entra por la pieza 1 y sale por el eje O, atravesando la palanca. La resistencia aumenta cuando M se desplaza hacia la derecha y disminuye en el caso contrario.

Como las resistencias de los reóstatos no se conocen con exactitud y además son variables, para efectuar mediciones de precisión se utilizan resistencias graduadas, reunidas en *cajas de resistencias*. Se quitan las clavijas una tras otra y se ponen en el circuito resistencias de 1 ohmio, 1 + 2 ohmios, 1 + 2 + 2 ohmios, 1 + 2 + 2 + 5 ohmios, etc., de modo análogo a lo que se haría con las pesas de una balanza. Estas resistencias están hechas con una aleación cuya resistividad varía poco con la temperatura.

Variación de la resistividad con la temperatura y diferentes agentes. — La resistividad de un cuerpo varía con la temperatura, como ya se ha indicado. En el caso de los metales puros, la variación de resistividad a temperaturas sensiblemente superiores a $-273\,^0$C puede expresarse, aunque sin gran precisión, mediante la ecuación

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha t)$$

en donde ρ es la resistividad a la temperatura t, ρ_0 la resistividad a cero grado y α un coeficiente que es *prácticamente el mismo para todos los metales* y que es próximo a $\frac{1}{273}$, es decir al coeficiente de dilatación de los gases a presión constante.

Si se quiere obtener una mayor precisión, debe emplearse la ecuación

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha t + \beta t^2)$$

o incluso

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha t + \beta t^2 + \gamma t^2)$$

Cualquiera que sea la ecuación utilizada, puede medirse la resistividad de un metal para diversas temperaturas u obtener por deducción la temperatura cuando se conoce la resistividad. Éste es el principio de los *termómetros de resistencias*.

Para temperaturas muy bajas, próximas al cero absoluto, la resistividad de ciertos cuerpos es tan reducida que no puede medirse. Este fenómeno se denomina *supraconductividad* y, cuando se produce, la corriente que atraviesa un conductor cerrado sólo desaparece al cabo de varias horas. Se verifica a una temperatura que varía con el conductor empleado; el nitruro de niobio es supraconductor a − 259 grados, el plomo a − 266 y el cinc a − 272.

La variación de la resistividad de las aleaciones con la temperatura no obedece a las mismas leyes que las de los metales puros. El constantán, por ejemplo, que consiste en un 60 por ciento de cobre y un 40 por ciento de níquel, tiene una resistividad que depende poco de la temperatura y se emplea para hacer las resistencias graduadas.

La resistividad de algunos cuerpos disminuye mucho con la elevación de la temperatura. Es el caso de las mezclas de óxido magnético de hierro con cuerpos como el cromato de magnesio, cuya resistividad puede dividirse por tres cuando la temperatura aumenta en $30\,^0$C.

La resistividad también varía con otros agentes; así, por ejemplo, la resistencia del selenio disminuye cuando se le ilumina fuertemente, y la del bismuto aumenta si se le coloca en un campo magnético.

Teoría de la resistencia. — La corriente eléctrica se debe a un desplazamiento de electrones, cargas eléctricas elementales que constituyen los átomos, y se cree que el paso de la corriente se manifiesta por una traslación de electrones de un átomo a otro. Como la agitación molecular dificulta este desplazamiento, la resistividad debe aumentar cuando se eleva la temperatura y ser nula cuando cesa la agitación molecular, es decir, en el cero absoluto. Puesto que los electrones están cargados negativamente, el sentido adoptado para la circulación de la corriente es el contrario del que ésta tiene realmente.

Efectos caloríficos de la corriente. — *Ley de Joule.* — Se pone fácilmente de manifiesto el hecho ya mencionado de que un conductor se calienta al ser recorrido por una corriente eléctrica; en efecto, cuando una corriente de unos pocos amperios atraviesa un alambre de hierro, éste se pone al rojo y puede llegar a fundirse.

La energía calorífica que aparece de este modo se debe a la transformación de la energía eléctrica y es fácil de calcular. Sea un conductor lineal AB (*fig.* 343) recorrido

i
A B

Fig. 343

por una corriente de intensidad i, entre cuyos extremos hay una diferencia de potencial $V_A - V_B$. De V_A a V_B pasa una cantidad de electricidad i por segundo, y la energía liberada vale $(V_A - V_B)i$; en t segundos la energía liberada es

$$W = (V_A - V_B)it$$

y la cantidad de calor que se desprendre es

$$Q = \frac{W}{J} = \frac{(V_A - V_B)it}{J}$$

siendo J el equivalente mecánico de la caloría. Como, en virtud de la ley de Ohm, $V_A - V_B = Ri$, siendo R la resistencia de AB, se tendrá

$$Q = \frac{R \cdot i \cdot it}{J} = \frac{Ri^2t}{J} \quad \text{o} \quad JQ = W = Ri^2t$$

lo que se expresa diciendo : *la cantidad de calor que desprende un conductor al ser atravesado por una corriente continua es proporcional a la resistencia del conductor, al tiempo que emplea la corriente en atravesarlo y al cuadrado de la intensidad de esta corriente*. Ésta es la *ley de Joule*.

Si se expresa R en ohmios, i en amperios y t en segundos, la energía se formulará en joules. Si se utilizan las unidades electrostáticas C.G.S., la energía se expresará en ergios, ya que el joule, que vale 10^7 ergios, es la unidad práctica de trabajo.

Aplicaciones. — Entre las numerosas aplicaciones del efecto calorífico de la corriente pueden mencionarse :

1.ª Las lámparas eléctricas, constituidas por un filamento de tungsteno encerrado en una bombilla que contiene un gas inerte (nitrógeno, argón). El paso de la corriente hace que el filamento se ponga incandescente a causa de la gran resistencia que éste le ofrece. Se utiliza el tungsteno, por ser un metal que sólo se funde a temperaturas superiores a 3 000 °C, y se expulsa el aire de la bombilla para evitar la formación de óxido, que podría romper el filamento.

2.ª Los radiadores, hervidores y planchas eléctricas, que están provistos de resistencias perfectamente adaptadas a las necesidades que deben satisfacer.

3.ª Los fusibles, conductores hechos con una aleación de resistencia adecuada, que se funden cuando la intensidad de una corriente llega a ser muy elevada a causa de la disminución brusca de una resistencia (cortocircuito) y cortan la corriente, evitando de este modo que se incendie la instalación eléctrica.

4.ª Los amperímetros térmicos, que se describen a continuación.

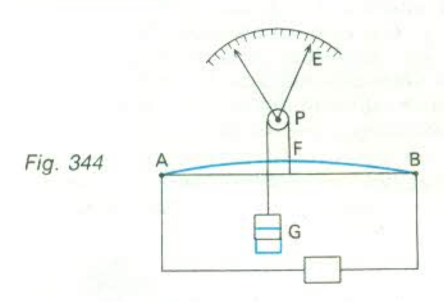


Fig. 344

Amperímetros térmicos. — Los *amperímetros térmicos*, cuyo esquema está representado en la figura 344, se fundamentan en el principio según el cual la corriente provoca el calentamiento y la dilatación de los conductores. Estos dos fenómenos aumentan con la intensidad de la corriente y permiten, por tanto, medirla. En el punto medio del conductor AB se fija un hilo F no conductor, que pasa por una polea P, solidaria de la aguja E, y que se mantiene tenso a causa de la acción ejercida por un peso G.

Cuando se alarga el hilo conductor, el peso G desciende y hace que la polea gire en el sentido inverso de las agujas de un reloj, lo cual provoca el desplazamiento de la aguja E. Este aparato se convierte en un instrumento de medida si se coloca ante la aguja E una escala graduada que se establece al hacer pasar por AB corrientes de intensidades conocidas.

El calor que se desprende es proporcional al cuadrado de la intensidad, el alargamiento del hilo es también función de este cuadrado, y lo mismo ocurre con el desplazamiento de la aguja. El inconveniente de este aparato es que las divisiones están muy próximas en el lado de las intensidades pequeñas. Se suele graduar un amperímetro poniéndolo en circuito con un voltámetro de nitrato de plata, una batería de acumuladores y un reóstato; en este caso, se señala el punto donde se detiene la aguja y se mide la intensidad de la corriente en amperios según la masa de plata depositada en un tiempo dado. Con un amperímetro graduado, puede hacerse fácilmente lo propio para otro, colocando estos dos instrumentos en serie en un mismo circuito.

Características de una fuente de electricidad. — Fuerza electromotriz. — Una fuente de electricidad puede considerarse como una parte cualquiera del circuito, con la diferencia de que eleva las cantidades de electricidad que la atraviesan del potencial V' al potencial V. Se denominan *polos* de la misma, o *bornes,* los puntos de entrada y de salida de la corriente; el *positivo* es el de potencial más elevado y el *negativo* el otro. En el exterior de la fuente, llamada también *generador,* la corriente va del polo positivo P al negativo N (*fig.* 345) y en el interior sigue el camino inverso. La fuente debe tener una resistencia, que recibe el nombre de resistencia interior del generador, para distinguirla de la resistencia exterior del circuito. La fuente de electricidad, que tiene una resistencia, se calienta y, a cada segundo, la energía ri^2 aparece en forma de calor; al mismo tiempo, en el circuito

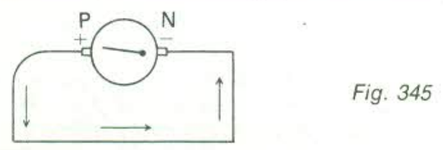


Fig. 345

exterior se produce la energía Ri^2, siendo R la resistencia de este circuito. La energía total por segundo es, por consiguiente, $Ri^2 + ri^2$ y es naturalmente suministrada por la fuente. Como es proporcionada por segundo, se dirá que la potencia P de la fuente es $P = Ri^2 + ri^2$, o, empleando una expresión más sencilla, $P = ei$. La letra e representa la *fuerza electromotriz* de la fuente, o abreviadamente *f. e. m.,* que se define como *el cociente entre la potencia proporcionada por el generador y la intensidad de la corriente que lo atraviesa.* También se tiene $e = (R + r)i$, fórmula que presenta una gran analogía con la ley de Ohm, $V_A - V_B = Ri$, de donde se deduce que la f. e. m. se expresa con las mismas unidades que una diferencia de potencial. La ley que corresponde a la fórmula anterior se conoce con el nombre de *ley de Ohm generalizada para un circuito cerrado* y se enuncia de la manera siguiente : *la f. e. m. de un generador es igual al producto de la intensidad de la corriente que lo atraviesa por la resistencia total del circuito.*

La noción de f. e. m. presenta un gran interés porque muy frecuentemente es independiente de la intensidad de la corriente que atraviesa el generador y constituye, por tanto, una magnitud característica de este último. Cuando se conoce su valor, así como el de la resistencia interior, puede calcularse la intensidad de la corriente que atraviesa una resistencia determinada.

La diferencia de potencial en los bornes $V_P - V_N$ no es, como la f. e. m., una cantidad característica del generador, puesto que

$$V_P - V_N = Ri$$

de donde, dado que $e = Ri + ri$,

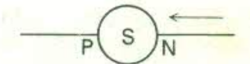
$$V_P - V_N = e - ri$$

e y r caracterizan el generador e i es una cantidad variable. La diferencia de potencial en los bornes es inferior a la f. e. m. y sólo le es igual cuando la intensidad i es nula. Esta última observación se aplica al medir las f. e. m. por el método de oposición.

Para calcular la diferencia de potencial entre los puntos N y P, se considera la parte de circuito que incluye la fuente S de electricidad (*fig.* 346); no es posible aplicar la ley de Ohm más sencilla, pero, como $V_P - V_N = e - ri$, se tendrá

$$V_N - V_P = ri - e$$

Fig. 346



Esta fórmula corresponde a la *ley de Ohm generalizada para una parte del circuito que contiene una fuente de electricidad.*

La resistencia r del generador produce una caída de potencial ri, pero, por otra parte, este generador eleva el potencial en una cantidad e, y la caída de potencial es, por consiguiente, igual a $ri - e$.

Receptores. — *Fuerza contraelectromotriz.* — Algunos aparatos transforman la energía eléctrica en otra diferente de la calorífica y reciben el nombre de *receptores*. Es el caso, por ejemplo, de los motores eléctricos que absorben energía eléctrica y proporcionan energía mecánica.

Fig. 347

Sea un motor M (*fig.* 347); la corriente penetra en él por un borne, A, y sale por el otro, B. Si $V_A - V_B$ es la diferencia de potencial entre ambos e i la intensidad de la corriente, el receptor M absorberá una potencia $P' = (V_A - V_B)i$.

Esta potencia se utiliza con dos fines : una parte de ella aparece en forma de calor debido a la resistencia R' del receptor y es igual a $R'i^2$; otra es restituida en forma de energía mecánica o de otro tipo. Por analogía con los generadores, esta segunda fracción puede ponerse en la forma $e'i$ y se tendrá entonces $P' = (V_A - V_B)i = e'i + R'i^2$. e' se designa con el nombre de *fuerza contraelectromotriz* del receptor, que se abrevia en *f. c. e. m.* Puede definirse como el *cociente entre la potencia eléctrica transformada por el receptor y la intensidad de la corriente.*

En virtud de la fórmula anterior se tiene

$$V_A - V_B = R'i + e'$$

lo que expresa *la ley de Ohm generalizada a una parte del circuito que contiene un receptor.*

Fig. 348

Sean e y e' dos generadores de f. e. m. en un mismo circuito (*fig.* 348); como cada uno de ellos tiende a hacer pasar la corriente en sentido inverso del otro, se dirá que están montados en *oposición*. Se supone más elevada la corriente del primero y se calcula la diferencia de potencial $V_{P'} - V_{N'}$ en los bornes del segundo. Como la f. e. m. de este último es e', cualquier cantidad de electricidad que lo atraviese sufrirá una caída de potencial e'; si i es la intensidad de la corriente, el generador en oposición absorbe una potencia $e'i$, además de la potencia $r'i$ debida a su resistencia. *El generador en oposición se conduce como un receptor y tiene una f. c. e. m. igual a su f. e. m.* Por consiguiente, $V_{P'} - V_{N'} = e' + r'i$.

Estas consideraciones demuestran que una f. c. e. m. se expresa con las mismas unidades que una f. e. m.

Generalización de la ley de Ohm. — La diferencia de potencial entre dos puntos de un circuito se expresa por $V_A - V_B = Ri$, cuando la parte del circuito considerada sólo tiene una resistencia; por $V_A - V_B = ri - e$, cuando contiene un generador; y por $V_A - V_B = R'i + e'$, cuando contiene un receptor o un generador en oposición. Estas tres fórmulas pueden condensarse en una sola si se *cuentan positivamente las f. e. m. y negativamente las f. c. e. m.* Esta fórmula única es $V_A - V_B = Ri - e$.

Puede comprobarse fácilmente que ésta da las tres anteriores si se hace $e = 0$, $e = e$ y $e = -e'$.

Fig. 349

Considérese una parte del circuito que contenga las resistencias AB, CD y EF (*fig.* 349), respectivamente iguales a R_1, R_2 y R_3, una fuente de electricidad S de f. e. m. e y de resistencia r, y un receptor M de f. c. e. m. e' y de resistencia r'. Para calcular la diferencia de potencial $V_A - V_F$, se tiene

$$V_A - V_B = R_1 i,$$

$$V_B - V_C = ri - e\ ,\ V_C - V_D = R_2 i,$$

$$V_D - V_E = r'i + e' \quad \text{y} \quad V_E - V_F = R_3 i$$

De donde, sumando miembro a miembro,

$$V_A - V_F = R_1 i + R_2 i + R_3 i + ri + r'i + e' - e$$

Esta fórmula puede generalizarse para una parte cualquiera del circuito escribiendo $V_A - V_F = \Sigma Ri - \Sigma e$. El signo Σ (sigma) significa que deben sumarse todas las cantidades análogas a las que siguen a dicho signo. Así, ΣRi quiere decir que se suman todos los productos de las resistencias por la intensidad; Σe indica que se suman todas las f. e. m. y f. c. e. m., contando las primeras positivamente y las segundas negativamente. Esta fórmula es la *ley de Ohm generalizada* y permite calcular la diferencia de potencial entre dos puntos, cualesquiera que sean, de un circuito.

Corrientes derivadas. — Sólo se han considerado anteriormente circuitos sencillos, es decir, tales que entre dos puntos A y B de los mismos existe un conductor único, pero ahora se va a estudiar lo que sucede si se colocan entre A y B varios conductores lineales, que pueden ser, por ejemplo, ACB, ADB, AEB (*fig.* 350); se dice en este caso que los tres conductores están *en derivación*. Si r_1, r_2 y r_3 son las resistencias de estos últimos, i_1, i_2 e i_3 las intensidades e I la intensidad en la parte del circuito que no está bifurcada, llegará por segundo al punto A una cantidad I de electricidad, que saldrá por B; por los tres conductores pasa en total, por consiguiente, una cantidad I de electricidad; como por el primero pasa i_1, por el segundo i_2 y por el tercero i_3, se tendrá $I = i_1 + i_2 + i_3$.

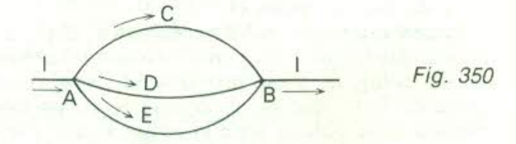


Fig. 350

Puesto que la ley de Ohm puede aplicarse a cada uno de estos conductores en derivación, se tendrá

$$V_A - V_B = r_1 i_1,$$

$$V_A - V_B = r_2 i_2 \quad \text{y} \quad V_A - V_B = r_3 i_3$$

de donde

$$r_1 i_1 = r_2 i_2 = r_3 i_3$$

ó

$$\frac{i_1}{\frac{1}{r_1}} = \frac{i_2}{\frac{1}{r_2}} = \frac{i_3}{\frac{1}{r_3}} = \frac{i_1 + i_2 + i_3}{\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3}} = \frac{I}{\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3}}$$

lo que permite calcular las intensidades de cada uno de los conductores :

$$i_1 = \frac{I \cdot \frac{1}{r_1}}{\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3}}, \text{etc.}$$

Estas fórmulas muestran que *las intensidades de la corriente eléctrica en conductores en derivación son inversamente proporcionales a las resistencias de los conductores*. Por ejemplo, si las resistencias tienen entre sí la misma relación que los números 1, 2 y 3, las intensidades tendrán entre sí la misma relación que los números 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$.

Suele ser muy cómodo utilizar *la resistencia equivalente* a las tres (o más) resistencias en derivación, es decir, *la resistencia que, colocada entre A y B, no modificaría la diferencia de potencial entre estos dos puntos*.

Sea R esta resistencia equivalente; es recorrida por la corriente I y se tendrá $V_A - V_B = RI$

de donde $RI = r_1 i_1 = \frac{I}{\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3}}$

de donde $R = \frac{1}{\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3}}$

o también $\frac{1}{R} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3}$

La inversa de la resistencia equivalente es igual a la suma de las inversas de las resistencias en derivación.

Si se da el nombre de *conductancia* a la inversa de la resistencia, podrá decirse que *la conductancia equivalente es la suma de las conductancias en derivación.*

Shunts. — Si quiere medirse una corriente de unos 100 amperios con un amperímetro (de tipo térmico, por ejemplo), cuya graduación no llega más allá de los 20 amperios, se pondrá una resistencia (*fig.* 351) en derivación con este aparato para que sólo pase por él una fracción de la corriente que hay que determinar. La resistencia, así colocada respecto a un instrumento de medida, se denomina *shunt*. Si la resistencia de este último es igual a 1 ohmio y la del amperímetro a 9 ohmios, la intensidad de la corriente que atraviesa el amperímetro es nueve veces más pequeña que la que atraviesa el shunt y corresponderá, por consiguiente, a $\frac{1}{10}$ de la intensidad que debe medirse. Si el amperímetro marca 10 amperios, la intensidad total será de 100 amperios. Si se colocan shunts cuyas resistencias son 99,999, etc. veces menores que las del amperímetro, éste sólo recibirá una centésima o una milésima parte de la intensidad total.

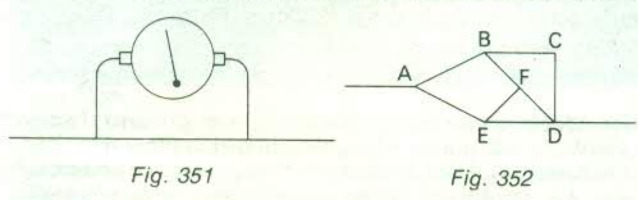


Fig. 351 Fig. 352

Los amperímetros de precisión son aparatos frágiles y están siempre provistos de estos shunts.

Leyes de Kirchhoff. — Pueden imaginarse circuitos más complicados, como el de la figura 352. Los puntos A, B, etc., a los cuales llegan varios conductores, se llaman *nudos*, y los circuitos cerrados como BCD, ABFE, etc., se denomian *mallas*. Las intensidades de la corriente en cada parte del circuito, por muy complejo que éste sea, pueden calcularse gracias a dos leyes sencillas establecidas por Kirchhoff.

En un nudo del circuito, algunas corrientes traen electricidad, mientras que otras se la llevan. Es evidente que la cantidad aportada es igual a la sustraída, lo que constituye la primera ley de Kirchhoff, según la cual *la suma de las intensidades de las corrientes que llegan a un nudo es igual a la suma de las intensidades de las que parten del mismo*. Ésta puede expresarse por una fórmula algebraica muy sencilla, contando positivamente las intensidades de las corrientes que se alejan del nudo y negativamente las de las corrientes que se dirigen hacia él. Podrá escribirse $\Sigma i = 0$.

El signo Σ significa que las intensidades de las corrientes se suman algebraicamente.

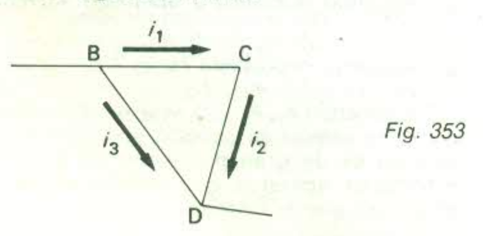


Fig. 353

Si se considera una malla como BCD (*fig.* 353), se tendrá naturalmente

$$V_B - V_C + V_C - V_D + V_D - V_B = 0$$

Si r_1, r_2 y r_3 son las resistencias de los conductores BC, CD y DB e i_1, i_2 e i_3 las intensidades de las corrientes que circulan como lo indica la figura, se tendrá

$V_B - V_C = r_1 i_1$, $V_C - V_D = r_2 i_2$ y $V_D - V_B = -r_3 i_3$

de donde $r_1 i_1 + r_2 i_2 - r_3 i_3 = 0$

Si se decide que el recorrido de la malla se hace en el sentido BCD, por ejemplo, y si se cuentan positivamente los productos *ri* cuando se va en el sentido de la corriente y negativamente en el caso contrario, la relación anterior podrá escribirse $\Sigma ri = 0$.

Es la segunda ley de Kirchhoff, que se enuncia de la manera siguiente : *la suma algebraica de los productos de la resistencia de cada conductor de una malla por la intensidad de la corriente que lo atraviesa es nula.*

Si la malla considerada anteriormente es recorrida en el sentido BDC, se obtendrá $r_3 i_3 - r_2 i_2 - r_1 i_1 = 0$, lo que corresponde a la igualdad que ya se había encontrado.

Esta segunda ley de Kirchhoff sólo se aplica cuando la malla no contiene generador ni receptor, ya que de lo contrario habría que recurrir a la ley de Ohm generalizada, es decir, $\Sigma ri - \Sigma e = 0$.

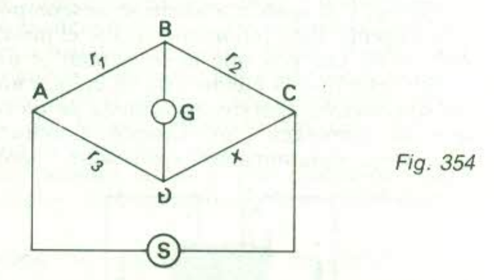


Fig. 354

Medición de resistencias. — *Puente de Wheatstone.* — Para medir una resistencia se realiza el circuito esquematizado en la figura 354, en el cual las resistencias r_1, r_2 y r_3 de los conductores AB, BC y AD se conocen, y

la del conductor CD, representada por x, se tiene que determinar; entre los puntos B y D se establece un puente formado por un conductor en el que se ha colocado un aparato G de medida de las intensidades y S es un generador de electricidad. Este sistema se denomina ***puente de Wheatstone***. Con objeto de efectuar la medición se varían las resistencias r_1, r_2 y r_3 hasta que la intensidad en el puente BD sea nula, lo que se comprueba con el aparato G. Si esta condición está satisfecha y si i_1, i_2, i_3 e i_4 son las intensidades de la corriente en los diversos conductores, se observa que $i_1 = i_2$ y que $i_3 = i_4$, puesto que la intensidad en BD es nula, y que la diferencia de potencial $V_B - V_D$ lo es también por la misma razón. Se tendrá, por consiguiente,

$$V_A - V_B = V_A - V_D \quad y \quad V_B - V_C = V_D - V_C$$
$$ó \quad r_1 i_1 = r_3 i_3 \quad y \quad r_2 i_1 = x i_3$$

y dividiendo miembro a miembro se tendrá $\frac{r_1}{r_2} = \frac{r_3}{x}$,

de donde $x = r_2 \cdot \frac{r_3}{r_1}$.

Conociendo r_1, r_2 y r_3 se deduce x. Las resistencias r_1, r_2, r_3 se toman en general en cajas de resistencias. El método es de gran precisión, ya que más adelante se estudiarán aparatos que permiten averiguar con toda exactitud que la corriente en BD es nula.

Medición de las fuerzas electromotrices por el método de oposición. — Para medir una f. e. m. se realiza el circuito representado en la figura 355. S es una fuente de f. e. m. constante; S' es la fuente cuya f. e. m. quiere medirse, montada en oposición con S; G es un aparato de medida de intensidades y C un punto móvil sobre el conductor AB. Para efectuar la medición, se desplaza el punto C hasta que el aparato G indique una

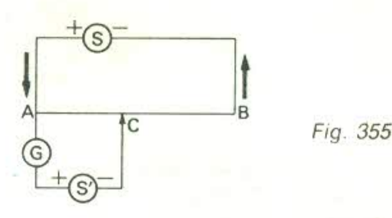


Fig. 355

intensidad nula. Como la intensidad es nula en el circuito AS'C, la diferencia de potencial en los bornes de S' es igual a su f. e. m. e_1, con arreglo a la observación anteriormente hecha, así como a $V_A - V_C$, puesto que las diferencias de potencial entre los bornes y los puntos A y C son nulas, al serlo la corriente (ley de Ohm). Se tendrá, por consiguiente, $e_1 = V_A - V_C$.

Sean R_1 la resistencia de AC e I la intensidad de la corriente; se tendrá $V_A - V_C = R_1 I$, de donde $e_1 = R_1 I$.

Si se sustituye la fuente S' por otra S" de f. e. m. conocida e_2, se tendrá, de modo análogo, $e_2 = R_2 I$. La intensidad es la misma en este caso que en el primero, ya que en ambos el generador S alimenta el mismo circuito SAB. Dividiendo miembro a miembro las dos igualdades obtenidas, se tendrá

$$\frac{e_1}{e_2} = \frac{R_1}{R_2} \quad \text{de donde} \quad e_1 = e_2 \frac{R_1}{R_2}$$

El conocimiento de los valores de R_1 y R_2 proporciona el de e_1. En las medidas de precisión, las resistencias R_1 y R_2 se toman en cajas de resistencias de forma que la de AB permanezca constante.

Este método, como el del puente de Wheatstone, requiere que la intensidad de la corriente sea nula en ciertas partes del circuito, y ambos se denominan, por este motivo, *métodos de cero*.

33. — Electrólisis, acumuladores y pilas

Electrólisis. *Leyes cualitativas. Leyes cuantitativas o de Faraday.* Amperio internacional. Aplicaciones de la electrólisis. Teoría iónica. Polarización de los electrodos. Electrólisis invisible. Acumuladores. Pilas. *De Volta. Pila Leclanché. Pilas impolarizables.* Asociación de generadores. Efectos Peltier y Thomson. Pilas termoeléctricas.

Electrólisis. — *Leyes cualitativas.* — Los experimentos muestran que una sal, una base o un ácido, fundidos o disueltos en agua, son conductores de la corriente eléctrica y que al mismo tiempo son descompuestos por ella. Por ejemplo, el cloruro de sodio fundido se descompone en cloro y sodio, bajo el efecto de la corriente, y el agua acidulada se descompone en oxígeno e hidrógeno. Este fenómeno recibe el nombre de *electrólisis* y los cuerpos que lo presentan el de *electrólitos*.

Para efectuar la electrólisis se coloca un electrólito en un *voltámetro*, aparato que consta de un recipiente en el que se sumergen dos láminas conductoras A y C (*fig.* 356), denominadas *electrodos*, que sirven para

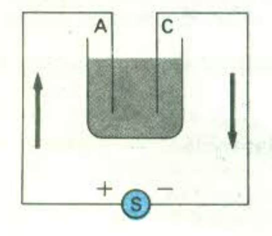


Fig. 356

introducir la corriente; ésta llega por el primero, llamado *ánodo*, y sale por el otro, que recibe el nombre de *cátodo*. Cualquiera que sea el electrólito empleado, se comprueba que *los productos de descomposición de la electrólisis aparecen siempre en los electrodos y nunca en el propio líquido*.

Al estudiar los productos de descomposición se observa que en el cátodo aparece siempre un metal o hidrógeno, porque la molécula del electrólito se descompone en dos partes : una constituida por el metal de la sal o de la base, o por el hidrógeno del ácido, y la otra por el resto de la molécula. Así, el cloruro de sodio ($ClNa$) se descompone en sodio (Na) y cloro (Cl), y el ácido sulfúrico (SO_4H_2) en hidrógeno (H_2) y en el radical (SO_4).

Estas dos partes del electrólito se denominan *iones*, siendo el *catión* el que se acumula en la superficie del cátodo y el *anión* el que aparece en el ánodo.

Los aniones y los cationes tienen frecuentemente reacciones llamadas *secundarias* con la molécula entera o con el solvente; en este caso, no se ven aparecer en los electrodos los iones primitivos, sino el cuerpo que resulta de dichas reacciones. Por ejemplo, la electrólisis del cloruro de sodio fundido da sodio y cloro, sin que se

produzca una reacción secundaria, pero, si se electroliza el cloruro de sodio disuelto, el sodio actúa sobre el agua con arreglo a la ecuación $Na + H_2O \longrightarrow NaOH + H$ y se está en presencia de una reacción secundaria en la que no aparece sodio en el cátodo, sino hidrógeno. Análogamente, en la electrólisis del ácido sulfúrico, el ion SO_4 actúa sobre el agua : $SO_4 + H_2O \longrightarrow SO_4H_2 + O$. Así que lo que se ve aparecer en el ánodo es oxígeno. Lo mismo ocurre en la electrólisis del sulfato de sodio : los dos iones primitivos son el radical SO_4 y el sodio; el primero produce en el ánodo ácido sulfúrico y oxígeno, y el segundo da en el cátodo sodio e hidrógeno. Con un papel de tornasol se puede comprobar que el líquido es ácido en el ánodo y básico en el cátodo.

Los electrodos intervienen algunas veces en las reacciones secundarias. Si se electroliza, por ejemplo, sulfato de cobre con un ánodo de cobre, los iones primitivos son SO_4 y Cu. El segundo se deposita en el cátodo, pero el primero ataca el ánodo y produce sulfato de cobre $SO_4 + Cu \longrightarrow SO_4Cu$.

El ánodo, en el que no aparece ningún producto, desaparece poco a poco, mientras que la masa del cátodo aumenta y puede decirse que el ánodo se ha transportado al cátodo. Esto constituye el principio de la *galvanoplastia* y del *afinado electrolítico* de los metales.

Leyes cuantitativas o de Faraday. — Faraday comprobó que la masa del electrólito descompuesto sólo depende de la naturaleza química del mismo, de la intensidad de la corriente y del tiempo durante el cual actúa esta última, y no cambia con la forma de los voltámetros ni, en particular, con la de los electrodos. Al hacer variar sucesivamente la intensidad de la corriente y el tiempo durante el cual ésta actúa, llegó a la siguiente conclusión : *la masa de un electrólito determinado descompuesto por el paso de una corriente es proporcional a la intensidad de dicha corriente y al tiempo durante el cual actúa.* Esto puede expresarse, si se designa por m la masa del electrólito descompuesto, por i la intensidad de la corriente, por t el tiempo y por k una constante, de la siguiente manera : $m = k \cdot i \cdot t$.

El producto $i \cdot t$ representa la cantidad de electricidad que ha atravesado el electrólito. Podrá decirse, por consiguiente, que *la masa de un electrólito determinado descompuesto por el paso de una corriente es proporcional a la cantidad de electricidad que ha atravesado el electrólito.*

Las masas de los productos de descomposición son naturalmente proporcionales a la masa del electrólito descompuesto; si m_1 es la masa de metal (o de hidrógeno) liberada por la corriente, se tendrá $m_1 = k_1 it$.

Faraday comprobó que la constante k_1 es proporcional al átomo-gramo del metal, o del hidrógeno, e inversamente proporcional a su valencia : $k_1 = K \cdot \frac{M}{v}$, en donde M es la masa atómica del metal expresada en gramos, v su valencia y K una constante que sólo depende de las unidades escogidas. El cociente $\frac{M}{v}$ ha recibido el nombre de *equivalente-gramo* y se dice que una corriente libera un equivalente-gramo de metal cuando ha descompuesto un equivalente-gramo en la molécula del electrólito.

Eliminando k_1 entre las dos igualdades anteriores, se tendrá $m_1 = K \cdot \frac{M}{v} \cdot it$.

Para que la masa de metal liberada sea igual a $\frac{M}{v}$ habrá que hacer pasar por el electrólito una cantidad de electricidad *it* igual a $\frac{1}{K}$, lo que significa que, para liberar por electrólisis un equivalente-gramo de un metal, es necesario que pase una cantidad de electricidad $\frac{1}{C}$, que es la misma cualquiera que sea el metal. Esto constituye la segunda ley de Faraday, que se enuncia de la manera siguiente : *la cantidad de electricidad necesaria para descomponer por electrólisis un equivalente-gramo es independiente de la naturaleza del electrólito.*

Si se toma como unidad el culombio, el valor de K es $\frac{1}{96\,490}$, lo que equivale a decir que 96 490 culombios liberan un equivalente-gramo de cualquier metal. Así, 96 490 culombios liberan $\frac{63,5}{2}$ gramos de cobre, 108 gramos de plata, etc. Cuando un metal tiene varias valencias, se debe tomar naturalmente en el cálculo del equivalente-gramo la que aquél tiene en el electrólito utilizado.

Se designa frecuentemente con el nombre de *equivalente electroquímico* de un metal a la masa de este metal que se deposita por el paso de un culombio. Si se le representa por E, se tendrá $E = \frac{1}{96\,490} \cdot \frac{M}{v}$.

Amperio internacional. — Dada la importancia del *amperio*, unidad práctica de intensidad de corriente, se ha procurado dar de él una fácil representación mediante la electrólisis. Como unas mediciones precisas han mostrado que el equivalente electroquímico de la plata, es decir, la cantidad de plata liberada por un culombio, es igual a 0,001 118 gramos, se ha definido el *amperio internacional* como *la intensidad de una corriente invariable que, al pasar a través de una solución acuosa de nitrato de plata, deposita 0,001 118 gramos de plata por segundo,* lo cual permite constituir, en cierto modo, un amperio patrón.

Aplicaciones de la electrólisis. — La electrólisis se utiliza para depositar sobre ciertos cuerpos capas de diversos metales, como el cobre, níquel, oro, cromo y plata, por el procedimiento llamado *galvanoplastia*. Algunos metales se purifican por electrólisis y, en este caso, el metal impuro constituye el ánodo, el metal puro el cátodo y una sal del metal el electrólito. Durante la operación, el metal se deposita sobre el cátodo y las impurezas en el fondo del aparato. Este proceso es el *afinado electrolítico* de los metales.

La electrólisis se emplea también para pulir ciertos metales. El que debe pulimentarse es un ánodo soluble y el baño electrolítico se hace muy viscoso mediante la adición de sustancias diversas con objeto de impedir las corrientes de convección; en estas condiciones, la corriente pasa esencialmente por las pequeñas asperezas del metal, que se disuelven y, de este modo, desaparecen.

El aluminio puede colorearse por electrólisis mediante el depósito sobre el metal de una capa delgada de alúmina que, después de haber absorbido un colorante, se endurece y fija el color por caldeo.

La industria química prepara por electrólisis cierto número de cuerpos como el sodio, el cloro, el hidrógeno y el aluminio.

Teoría iónica. — Para explicar las leyes de la electrólisis, Arrhenius partió de la hipótesis de que un electrólito disuelto o fundido está ya disociado en iones, por lo menos parcialmente, antes de que pase la corriente. Así, una solución de sal marina contendría iones sodio, iones cloro y moléculas completas de sal. El físico sueco admitió también que cada ion es portador de una carga

eléctrica y que, naturalmente, la suma algebraica de las cargas de todos los iones es nula. Se supone, por último, que los cationes están cargados positivamente y los aniones negativamente. La electrólisis se explica entonces así. Cuando se hace pasar la corriente, se establece una diferencia de potencial entre los electrodos del voltámetro y se crea entre los mismos un campo eléctrico que va del ánodo al cátodo; los iones, que están electrizados, se desplazarán, yendo los aniones hacia el ánodo y los cationes hacia el cátodo. Al llegar a los electrodos, los iones se descargan, se vuelven neutros y las propiedades químicas que tienen se manifiestan, lo que explica que los productos de descomposición sólo aparezcan en los electrodos; por otra parte, el transporte de las cargas eléctricas por los iones explica el paso de la corriente.

Polarización de los electrodos. — Un voltámetro absorbe energía eléctrica y restituye energía química; es un receptor y tiene, por consiguiente, una fuerza contraelectromotriz *e*, siendo la diferencia de potencial $V_A - V_C$ entre sus electrodos $V_A - V_C = ri + e$.

Si se interrumpe la corriente, se observa que la diferencia de potencial $V_A - V_C$ no es nula, sino que conserva un valor próximo a *e*, fenómeno que se pone de manifiesto al comprobar que, cuando se unen los electrodos por un hilo conductor, se establece una corriente. El voltámetro se ha convertido en un generador cuyos electrodos son los polos y se da, por este motivo, el nombre de *polarización de los electrodos* a este fenómeno. La corriente así obtenida es de sentido inverso a la que atraviesa inicialmente el voltámetro y es bastante breve, porque anula la diferencia de potencial $V_A - V_C$, es decir, despolariza los electrodos y se denomina, por tanto, *corriente de despolarización*. La polarización de los electrodos se explica si se admite que éstos o, por lo menos, su superficie sufren una modificación; en el caso de desprendimientos gaseosos, se supone que una parte de los gases la absorben los electrodos. El valor de estas hipótesis puede demostrarse de la siguiente forma : si se saca un electrólito de un voltámetro polarizado y se sustituye por un electrólito que no se haya utilizado, la polarización subsiste, lo cual indica que está localizada en los electrodos. Si se insufla aire cerca del cátodo de un voltámetro de agua acidulada polarizada, se observa que la polarización disminuye, porque el oxígeno del aire insuflado oxida el hidrógeno retenido por el cátodo. Este fenómeno se produce lentamente cuando se abandona un voltámetro, ya que hay *despolarización espontánea* de los electrodos.

Algunos voltámetros no tienen f. c. e. m. (fuerza contraelectromotriz) y tampoco se polarizan todos. En efecto, se explicó anteriormente que la electrólisis del sulfato de cobre, con dos electrodos de cobre, se reduce al transporte del ánodo al cátodo, sin manifestación de energía (si los electrodos se encuentran al mismo nivel) y, por consiguiente, sin fuerza contraelectromotriz ni polarización.

Electrólisis invisible. — Si entre los electrodos de un voltámetro polarizable se establece una diferencia de potencial inferior a la f. c. e. m., la corriente que pasa es nula, pero aquél se polariza. La electrólisis sólo ha podido modificar los electrodos y proporcionarles una f. e. m. de polarización igual a la diferencia de potencial establecida entre ambos. En realidad, la despolarización espontánea produce el paso de una corriente muy reducida que es capaz únicamente de mantener constante la f. e. m. de polarización; ha habido, por consiguiente, una electrólisis muy pequeña que, por no ser perceptible, recibe el nombre de *electrólisis invisible*.

Acumuladores. — La polarización de los electrodos permite almacenar electricidad en un voltámetro, y se da el nombre de *acumuladores* a los voltámetros polarizados. Los que se emplean corrientemente están constituidos, en general, por electrodos de plomo sumergidos en ácido sulfúrico diluido. Al pasar la corriente, el ánodo, por la formación de óxidos de plomo mal conocidos, toma un color parduzco y el cátodo sigue siendo gris.

La polarización se debe en este caso a una modificación química de los electrodos, que absorbe gran cantidad de energía. Esta última reaparece, en forma de electricidad, en la corriente de despolarización. Se da los nombres de *capacidad del acumulador* a la cantidad de electricidad que éste es capaz de restituir, de *corriente de carga* a la que produce la polarización, y de *corriente de descarga* a la que provoca la despolarización. La capacidad aumenta cuando se repite la carga y la descarga, y el ánodo se vuelve cada vez más poroso. Se incrementa todavía más si se hace también poroso el cátodo cambiándolo con el ánodo. Este aumento de la capacidad se denomina *formación* de los acumuladores.

Como el procedimiento empleado inicialmente es largo y costoso, se utiliza asimismo en la actualidad la formación artificial, tomando como electrodos rejillas de plomo cuyos alvéolos se llenan con minio (Pb_3O_4) para el ánodo y con óxido de plomo (PbO) para el cátodo. Se usa ácido sulfúrico de 22° Baumé, y una carga basta para formar el acumulador.

Durante la carga, la f. c. e. m. de un acumulador alcanza en poco tiempo 2,1 voltios y pasa después lentamente a 2,2 voltios. El desprendimiento tumultuoso de los productos de la electrólisis (hidrógeno y oxígeno), que ya no son fijados por los electrodos, indica que el acumulador está cargado.

Durante la descarga, la f. e. m. baja rápidamente a 2 voltios, conservando durante mucho tiempo este valor, para disminuir después hasta 1,8 voltios; vuelve a cargarse entonces el acumulador. La mayor ventaja que presentan los acumuladores de plomo es la constancia de la f. e. m.

La capacidad de estos aparatos se expresa en amperios-hora, unidad que no pertenece a ningún sistema. Si se dice que un acumulador tiene una capacidad de 10 amperios-hora, esto significa que, una vez cargado, puede suministrar 10 amperios en una hora o un amperio durante 10 horas. Cabe indicar también que un amperio-hora vale 3 600 culombios.

El *rendimiento en cantidad* de un acumulador es la relación entre la cantidad de electricidad que restituye y la que recibe. El *rendimiento en energía* es la relación entre la energía que proporciona y la que es necesaria para cargarlo. Por ejemplo, si un acumulador ha requerido para cargarse el paso de una corriente de *i* amperios a *e* voltios, durante *t* segundos, y restituye una corriente de *i'* amperios a *e'* voltios, durante *t'* segundos, el rendimiento en cantidad es $r = \frac{i't'}{it}$ y el rendimiento en energía $r' = \frac{e'i't'}{eit}$.

Los acumuladores corrientes tienen una capacidad de unos 11 amperios-hora por kilogramo de plomo utilizado, un rendimiento en cantidad del orden del 90 por ciento y un rendimiento en energía de un 70 por ciento, porque $e > e'$ ($e = 2{,}5$ voltios, como mínimo; $e' = 2$ voltios).

Un acumulador no debe nunca dejarse descargado, porque, si su f. e. m. desciende por debajo de 1,8 voltios, se forma sulfato de plomo que lo deteriora irremediablemente; se dice que el acumulador se ha *sulfatado* y este fenómeno se manifiesta por el color blancuzco que toman los electrodos.

Pilas. — De Volta. — Una *pila eléctrica* es un generador de corriente que transforma energía química o calorífica en energía eléctrica. La primera (*fig.* 357), construida por Volta en 1795, estaba formada por un apilamiento de arandelas de cinc, cobre y fieltro impregnado de ácido sulfúrico, regularmente alternadas,

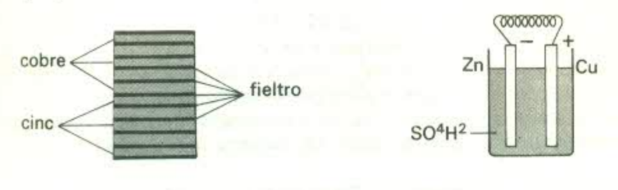


Fig. 357 *Fig. 358*

de donde se deriva el nombre que lleva. Pero puede construirse de modo más sencillo sumergiendo en ácido sulfúrico una lámina de cinc puro y otra de cobre (*fig.* 358). Se comprueba entonces que existe entre el cinc y el cobre una diferencia de potencial y que el primero tiene el potencial más bajo, de manera que, si se unen las láminas por un alambre conductor, éste es atravesado por una corriente eléctrica, que va del cobre al cinc; el cobre es el *polo positivo* y el cinc el *polo negativo*.

La corriente pasa también en la pila del cinc al cobre, porque se produce una electrólisis; el hidrógeno se dirige hacia el cobre (cátodo), en donde se desprende; los iones SO_4 van hacia el cinc, con el cual dan sulfato de cinc, y el polo negativo se disuelve poco a poco. Cabe señalar que el cinc puro no es atacado por el ácido sulfúrico, de forma que, cuando la corriente no circula, el polo negativo de la pila permanece inalterado, pero lo contrario ocurre en el momento en que pasa la corriente. Esto explica que el cinc impuro sea atacado por el ácido sulfúrico, ya que contiene metales extraños que forman pilas con él. Como estos metales (el plomo, en particular) están en contacto con el cinc, se cierra el circuito, se establece una corriente y el cinc se disuelve en el ácido sulfúrico.

Las reacciones químicas que se verifican en la pila pueden expresarse por la ecuación global :

$$SO_4H_2 + Zn \longrightarrow SO_4Zn + H_2$$

Esta reacción libera energía y es la que proporciona en su mayor parte la energía de la corriente.

La electrólisis que se produce en la pila polariza los electrodos y crea una f. c. e. m. de polarización que tiende a anular la f. e. m. de aquélla. Esta polarización, debida a la absorción de una pequeña cantidad de hidrógeno por el cobre, es muy perjudicial, porque al cabo de cierto tiempo la corriente proporcionada por la pila llega a ser muy débil. Para evitar este inconveniente se rodea el polo positivo de la pila con una mezcla oxidante que, por su acción sobre el hidrógeno, impide la polarización, constituyendo así pilas con *despolarizante*. Casi todas las de este tipo han dejado de utilizarse, excepto la llamada *pila Leclanché*.

Pila Leclanché. — El polo negativo de la *pila Leclanché* es una barra de cinc, el positivo un cilindro de carbón rodeado de bióxido de manganeso (MnO_2), que actúa como despolarizante (*fig.* 359), y el electrólito es

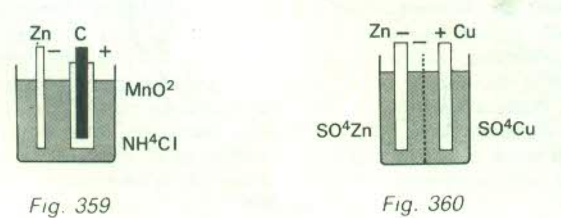


Fig. 359 *Fig. 360*

cloruro de amonio ($ClNH_4$) disuelto en el agua. Al pasar la corriente, los iones Cl van hacia el cinc, dando cloruro de cinc, y los iones NH_4 se dirigen hacia el carbono, donde se descomponen en amoniaco (NH_3) e hidrógeno. El despolarizante no actúa muy rápidamente, de forma que, si la pila funciona durante mucho tiempo, se polariza; pero si ésta sólo se utiliza de modo intermitente, para accionar un timbre por ejemplo, aquél produce su efecto entre las dos veces en que se emplee.

En el mismo principio se fundan la *pila Féry*, en la cual el carbón es poroso y el aire atmosférico actúa como despolarizante, y las *pilas secas* para linternas, en las cuales el electrólito está inmovilizado en gelatina.

Pilas impolarizables. — Cuando se coloca un electrodo de un metal determinado en una solución de una de sus sales, es impolarizable, de tal modo que, si se sumerge cada uno de los electrodos de metales diferentes en la solución salina que le corresponde, se obtienen *pilas impolarizables*. La más conocida de éstas es la *pila Daniell* (*fig.* 360), en la cual el polo negativo, constituido por cinc, está sumergido en una solución de sulfato de cinc, y el positivo, de cobre, en una solución de sulfato de cobre. Un tabique poroso permite el paso de la corriente y evita que se mezclen las soluciones. Durante el funcionamiento de la pila se electrolizan ambas soluciones; los iones SO_4 se dirigen hacia el cinc y producen sulfato de cinc, el ion cobre se deposita en el polo positivo y el ion cinc forma sulfato de cinc al encontrar los iones SO_4. Ninguno de los electrodos se modifica por la formación de gases, pero la disolución del cinc hace que se enriquezca la solución en sulfato de cinc y el cobre que se deposita empobrece la solución en sulfato de cobre. Estos fenómenos no ejercen ninguna influencia en la f. e. m. de la pila, que permanece constante e igual a 1,1 voltio.

La f. e. m. puede alcanzar 1,36 voltio si se utiliza el circuito de cinc, potasa y óxido de mercurio (*pila Aron*) y, cuando se sustituye la potasa por el cincato de potasio, se obtiene una pila (*pila Ruben*) frecuentemente empleada durante la Segunda Guerra mundial por conservarse muy bien. Se usaron también con fines militares las pilas de magnesio, que se fabrican al sustituir por este metal el cinc de las anteriormente descritas, pero que sólo sirven una vez porque el magnesio es atacado por el electrólito y éste se debe verter en el momento mismo del empleo.

Cabe asimismo señalar que actualmente se intenta obtener pilas que utilicen metales alcalinos (sodio o potasio) para aprovechar la gran energía química de los compuestos de estos metales con los halógenos (cloro, bromo, yodo).

Otra pila impolarizable es la *pila de Weston*, constituida por un polo positivo de mercurio, en contacto con una solución saturada de sulfato mercurioso, y por un polo negativo de cadmio, en contacto con una solución de sulfato de cadmio, que tiene una f. e. m. tan constante que ha hecho que se escoja como pila patrón. El valor de la f. e. m., a 20 °C, es de 1,0183 voltio y, de modo semejante a lo que se hizo para el amperio internacional, se ha definido el *voltio internacional* como la $\frac{1}{1,0183}$ parte de la f. e. m., a 20 °C, de una pila de Weston.

Asociación de generadores. — Debe indicarse en primer lugar que en los esquemas suele representarse una pila o un acumulador por dos trazos paralelos, uno grueso y corto para el polo negativo, y otro largo y delgado para el positivo.

Cuando se desea obtener una f. e. m. superior a la que puede suministrar un solo generador, se asocian varios de

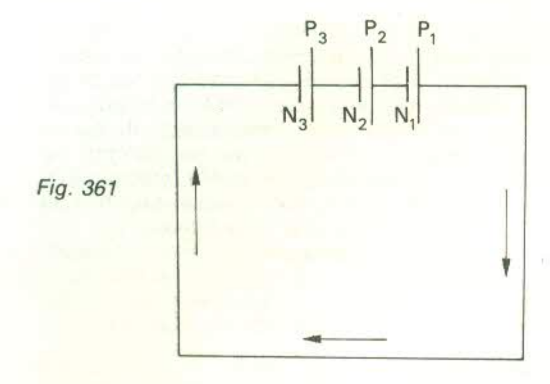


Fig. 361

ellos *en serie* (*fig.* 361), es decir, se une directamente el polo positivo P_1 del primer generador con el negativo del segundo, el positivo del segundo con el negativo del tercero, y así sucesivamente. Los dos polos extremos que quedan libres se unen con los bornes del circuito. Si P_1N_1, P_2N_2, P_3N_3 son los polos de tres generadores en serie, r_1, r_2, r_3 sus resistencias, e_1, e_2, e_3 sus f. e. m., e I la intensidad de la corriente, se tendrá

$$V_{N_3} - V_{P_3} + V_{N_2} - V_{P_2} + V_{N_1} - V_{P_1} = V_{N_3} - V_{P_1}$$

sin tomar en consideración las diferencias de potencial a lo largo de los conductores que unen dos polos, porque son siempre mínimas. Por otra parte, la ley de Ohm da

$$V_{N_3} - V_{P_3} = r_3 I - e_3$$
$$V_{N_2} - V_{P_2} = r_2 I - e_2$$
$$V_{N_1} - V_{P_1} = r_1 I - e_1$$

De donde $V_{N_3} - V_{P_1} = (r_1 + r_2 + r_3) I - (e_1 + e_2 + e_3)$.

La asociación de generadores en serie se conduce como un generador único *cuya resistencia es la suma de las resistencias de cada uno de los generadores y cuya f. e. m. es la suma de las f. e. m. respectivas*.

Puede obtenerse, por consiguiente, la f. e. m. deseada si se asocia en serie un número adecuado de generadores.

Como una corriente muy intensa suele deteriorar el generador por el cual pasa, para obtener corrientes de intensidad elevada se asocian varios generadores *en*

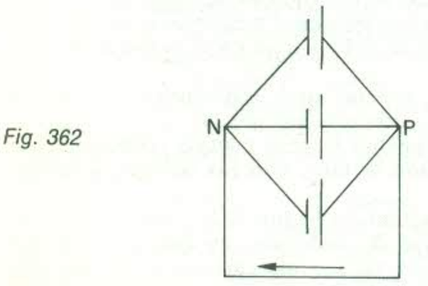


Fig. 362

derivación o *en paralelo,* es decir, se reúnen todos los polos positivos a un mismo punto P y todos los negativos a otro punto N (*fig.* 362), uniendo los bornes del circuito a P y N. En general, se utilizan en este caso generadores idénticos. Si e es la f. e. m. común, r la resistencia común e I la intensidad en el circuito, cada una de las derivaciones colocadas entre P y N es recorrida por la misma corriente; si se emplean tres generadores, la intensidad de una de estas corrientes será, por consiguiente, la tercera parte de la intensidad total I. Al asociar un número adecuado de estos aparatos puede disponerse de una intensidad I muy elevada con generadores que estén recorridos cada uno por una corriente muy reducida. Para calcular la f. e. m. de este sistema, se tendrá :

$$V_N - V_P = r \cdot \frac{I}{3} - e$$

o también

$$V_N - V_P = I \cdot \frac{r}{3} - e$$

Un sistema de generadores idénticos en derivación se conduce como un generador único cuya f. e. m. es igual a la de uno de ellos y cuya resistencia es el cociente de la resistencia de un generador por el número de los mismos.

Existen otras clases de asociaciones, que son combinaciones de las que acaban de mencionarse.

Efectos Peltier y Thomson. — Si se ponen en contacto dos metales diferentes M y M' (*fig.* 363), se

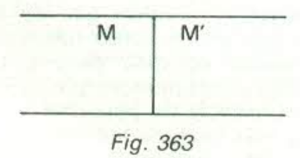


Fig. 363

establece entre ellos una diferencia de potencial llamada *diferencia de potencial de contacto* o *f. e. m. de contacto,* como lo demuestra el experimento siguiente. Supongamos que el metal M tiene el potencial más elevado, y que v es el valor de la diferencia de potencial de contacto; al pasar de M a M', una cantidad de electricidad q sufrirá una caída de potencial v y aparecerá una energía $v \cdot q$; en cambio, si q se dirige en sentido contrario, es decir, de M' a M, se perderá una energía $v \cdot q$. Cuando se hace pasar una corriente de M a M' y luego de M' a M, se observa que los dos metales en contacto se calientan en el primer caso y se enfrían en el segundo, lo que significa que ha habido producción de energía y, después, desaparición de la misma. Este fenómeno, estudiado por Peltier, lleva el nombre de este físico francés y se suma naturalmente al efecto Joule, pero, si los conductores utilizados son gruesos, o sea, poco resistentes, este último es muy reducido comparado con el efecto Peltier.

Los valores de las f. e. m. de contacto son bajos : una barra de bismuto en contacto con otra de cobre tiene un potencial superior al de este último en 0,021 voltios.

Si, en vez de poner en contacto dos metales distintos, se emplean dos trozos del mismo metal a temperaturas diferentes, aparece también una diferencia de potencial de contacto, que corresponde al *efecto Thomson.*

El conocimiento de estos dos efectos permite comprender fácilmente el funcionamiento de las pilas termoeléctricas.

Pilas termoeléctricas. — Sea un circuito cerrado, formado por tres conductores de metales diferentes M, M' y M'' (*fig.* 364), que están todos a la misma temperatura. Si S_1, S_2 y S_3 son las superficies de contacto, AB, CD y EF pares de puntos a ambas partes de S_1, S_2 y S_3, y $V_{MM'}$, $V_{M'M''}$ y $V_{MM''}$ las diferencias de potencial de contacto, se tendrán los resultados indicados más adelante.

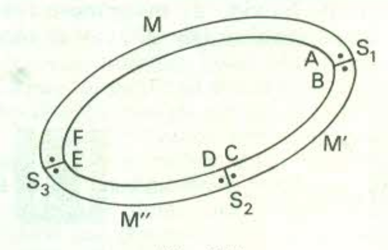


Fig. 364

$$V_A - V_B = V_{MM'}; \quad V_B - V_C = 0; \quad V_C - V_D = V_{M'M''};$$
$$V_D - V_E = 0; \quad V_E - V_F = V_{M''M}; \quad y \quad V_F - V_A = 0$$

y, sumando miembro a miembro,

$$V_A - V_A = 0 = V_{MM'} + V_{M'M''} + V_{M''M}$$

Si se corta el circuito en S_1, no se produce cambio alguno y subsiste la igualdad anterior; se tendrá, por consiguiente,

$$V_A - V_B = V_{MM'} = -V_{M''M} - V_{M'M''} = V_{MM''} + V_{M''M'}$$

lo que se expresa diciendo que *la f. e. m. de contacto de dos metales es la misma, ya estén dichos metales en contacto directo o unidos por uno o varios conductores metálicos.*

Esta ley permite, sin alterar el efecto Peltier, soldar dos metales diferentes.

La igualdad $V_{MM'} + V_{M'M''} + V_{M''M} = 0$ muestra que, *en un circuito metálico compuesto por metales diferentes a la misma temperatura, la suma de las f. e. m. de contacto es nula y no circula corriente alguna.*

Podrían demostrarse dos resultados análogos para las f. e. m. de temperatura correspondiente al efecto Thomson.

Si se quiere saber lo que ocurre cuando en un circuito formado por metales diferentes todos los puntos no están a la misma temperatura, se puede considerar, por ejemplo, un circuito de este tipo, compuesto por dos metales M, M', que se supone interrumpido en EF (*fig.* 365).

Se tiene

$$V_A - V_B = v_1, \quad V_B - V_E = v_2, \quad V_F - V_C = v_3$$
$$V_C - V_D = v_4 \quad y \quad V_D - V_A = v_5$$

v_1 y v_4 son f. e. m. de contacto; v_2, v_3 y v_5 corresponden a f. e. m. de temperatura y, como los puntos B, E, F, C, D y A no están a la misma temperatura, no se tendrá

$$v_1 = -v_4 \quad \text{ni tampoco} \quad v_2 = v_3 = v_5 = 0$$

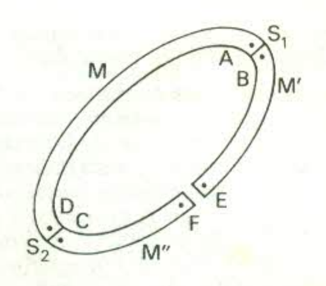


Fig. 365

De forma que $V_F - V_E = v_1 + v_2 + v_3 + v_4 + v_5$ no es nula. Si se coloca entre E y F un circuito completo a la misma temperatura que E y F, pasará una corriente. Éste es el principio de las *pilas termoeléctricas* o *pares termoeléctricos*. De conformidad con un resultado anteriormente enunciado, el fenómeno no se altera si se sueldan los dos metales en S_1 y S_2 en la medida en que la soldadura se mantenga en cada uno de los puntos a una temperatura uniforme. En virtud de la misma ley puede establecerse el circuito exterior tanto entre los puntos A y B como entre E y F. Los pares termoeléctricos tienen una f. e. m. pequeña y suelen agruparse en serie (*fig.* 366) mediante soldaduras alternativamente frías y calientes.

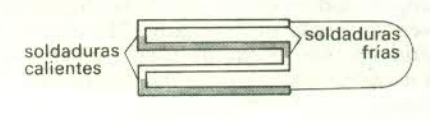


Fig. 366

Las pilas termoeléctricas no se utilizan como generadores de corriente, sino que se emplean esencialmente para la determinación de temperaturas.

34. — Electromagnetismo

Experimento de Oersted y regla de Ampère. Estudio experimental del campo de una corriente. *Campo de una corriente rectilínea. Campo magnético de una corriente circular. Campo magnético de un solenoide.* Ley de Laplace. *Aplicaciones.* Unidades electromagnéticas. Acción de un campo magnético sobre una corriente. Expresión de la ley de Laplace. Acción de un campo sobre un circuito cerrado. Momento magnético de un circuito. Acción mutua de dos corrientes. Teoría del magnetismo. Inducción magnética. Electroimanes. Inducción. *Estudio experimental.* F. e. m. de inducción. *Ley fundamental.* Cantidad de electricidad inducida. Autoinducción. Aparatos de mediciones eléctricas. *Galvanómetros de cuadro móvil. Amperímetros y voltímetros de cuadro móvil. Galvanómetros balísticos.* Dinamos. *Funcionamiento.* Motores de corriente continua.

Experimento de Oersted y regla de Ampère. — Una corriente eléctrica crea a su alrededor un campo magnético. Esta propiedad, de importancia capital, fue descubierta en 1819 por OERSTED, quien observó que una aguja imantada NS (*fig.* 367), situada cerca de un conductor rectilíneo, se desvía de su posición de equilibrio Norte-Sur cuando éste es atravesado por una corriente. Esta última crea, por consiguiente, un campo magnético que actúa sobre la aguja. El físico danés comprobó que la desviación de la aguja cambiaba de sentido cuando se invertía la corriente, y AMPÈRE precisó la relación que existe entre la dirección del campo y el sentido de la corriente en la regla que lleva su nombre y que se enuncia de la manera siguiente : *el polo norte de la aguja imantada se desvía siempre hacia la izquierda de la corriente.*

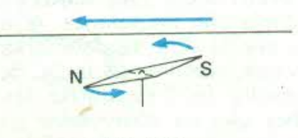


Fig. 367

Para comprender el sentido de « hacia la izquierda » se debe suponer a un observador colocado en la dirección del circuito y mirando la aguja imantada de tal forma que la corriente entre por los pies y salga por la cabeza.

Estudio experimental del campo de una corriente. — El campo magnético de una corriente se estudia del mismo modo que el creado por un imán y se puede incluso

obtener su espectro. Se verán a continuación los campos creados por algunos circuitos particulares.

Campo de una corriente rectilínea. — Se demuestra experimentalmente que una corriente rectilínea crea en un punto M un campo perpendicular al plano definido por M y la corriente, y dirigido en el sentido indicado por la regla de Ampère (*fig.* 368). Las líneas de fuerza son, por tanto, circunferencias centradas en la corriente y cuyos planos son perpendiculares a la misma. Para comprobar este resultado se forma el espectro magnético del campo haciendo pasar una corriente rectilínea a través de un

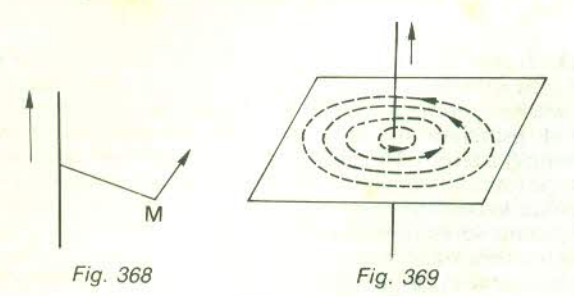


Fig. 368 *Fig. 369*

cartón horizontal muy rígido (*fig.* 369). Si se salpica este último con limaduras de hierro, se observa que éstas dibujan circunferencias centradas en la corriente. La regla de Ampère indica el sentido de las líneas de fuerza, pero también se puede utilizar la de MAXWELL, según la cual el *sentido de las líneas de fuerza es el que se debe imprimir a un sacacorchos para que avance en el sentido de la corriente.*

Campo magnético de una corriente circular. — El espectro del campo creado por una corriente circular (*fig.* 370) se compone de líneas cerradas que rodean la corriente y de una línea recta, que es el eje del círculo que aquélla recorre. La regla de Ampère permite comprobar que todas las líneas de fuerza salen por la misma cara de

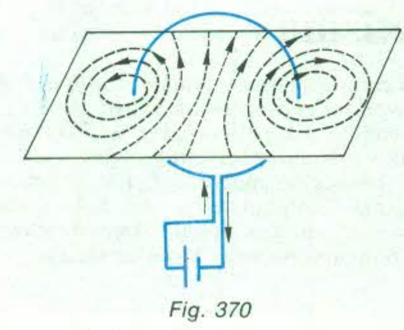


Fig. 370

la corriente, es decir, la que está detrás en la figura y que recibe, por analogía con los imanes, el nombre de *cara norte,* mientras que la otra se denomina *cara sur.* Las líneas de fuerza van, como en un imán, de la cara norte a la cara sur. Resulta fácil encontrar las caras de una corriente al saber que *un observador colocado ante la cara sur ve girar la corriente en el sentido de las agujas de un reloj.*

Campo magnético de un solenoide. — Un *solenoide* está constituido por un hilo conductor que forma un circuito helicoidal. Las líneas de fuerza del campo creado por una corriente que atraviesa un solenoide presentan el aspecto de la figura 371 y recuerdan las del campo creado por una barra imantada. El solenoide reviste gran importancia porque, en su interior, las líneas de fuerza son paralelas y el *campo uniforme.*

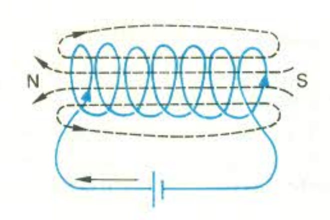


Fig. 371

Para estudiar la similitud que tiene con un imán, se aproxima a la cara representada por N en la figura 371 el polo norte de uno de estos instrumentos y se observa que éste es rechazado, mientras que resulta atraído por la cara S. La analogía no es completa, aunque lo parezca, porque en el interior del solenoide existe un campo fácilmente medible, pero, en cambio, no se puede definir el campo en el interior de un imán.

La regla anteriormente indicada para una corriente circular permite encontrar los polos, o caras, norte y sur del solenoide.

Ley de Laplace. — A partir de los resultados de mediciones hechas sobre los campos magnéticos creados por las corrientes, LAPLACE enunció la siguiente ley :

a) *El campo producido por una corriente en un punto se calcula al efectuar la suma geométrica de los campos creados en dicho punto por todos los elementos en los cuales puede descomponerse la corriente.*

b) *El campo producido en un punto* M *por un elemento*

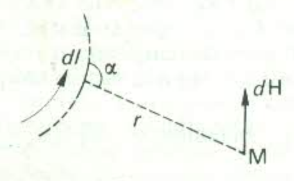


Fig. 372

de corriente rectilínea de longitud dl *es perpendicular al plano definido por el punto* M *y el elemento de corriente, y está dirigido como lo indica la regla de Ampère. Su intensidad* dH *es proporcional a la intensidad* i *de la corriente, a la longitud* dl *del elemento de corriente y al seno del ángulo* α *que forma el elemento de corriente con la recta que lo une con el punto* M, *e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia del punto* M *al elemento de corriente.*

Esta ley queda resumida en la figura 372 y por la fórmula

$$dH = K\,\frac{idl \text{ sen } \alpha}{r^2}$$

donde el coeficiente K sólo depende de las unidades escogidas.

Como una corriente siempre puede descomponerse en elementos suficientemente pequeños para que se consideren como rectilíneos, la ley de Laplace permite calcular el campo creado por una corriente de forma cualquiera.

A veces, en la fórmula anterior se supone que el coeficiente K = 1, escogiendo adecuadamente la unidad de intensidad de corriente y tomando para las demás magnitudes las unidades C.G.S. Esta unidad de intensidad de corriente es la *unidad electromagnética,* determinada cronológicamente antes que el amperio, que se definió luego como $\frac{1}{10}$ de la unidad electromagnética (abreviadamente u.e.m.). Si se toma como unidad de

intensidad de corriente el amperio, la fórmula precedente se convierte en $dH = \frac{1}{10} \cdot \frac{idl \text{ sen } \alpha}{r^2}$.

La ley de Laplace es lo que se llama una *equivalencia matemática* y permite calcular el campo producido por una corriente, pero no expresa un hecho físico.

Aplicaciones. — Se aplica la ley de Laplace al cálculo del campo producido en su centro por una corriente circular de I amperios de intensidad. Es evidente, por razones de simetría, que el eje de la corriente circular soporta el campo total. Si se considera un elemento

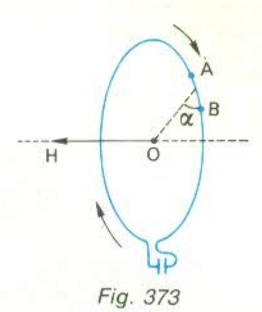


Fig. 373

pequeño de corriente AB (*fig.* 373), la distancia del mismo al punto O es el radio de círculo R, el ángulo α de la ley de Laplace vale 90^0, sen $\alpha = 1$ y se tendrá, por consiguiente, $dH = \frac{1}{10} \cdot \frac{I \cdot dl}{R^2}$ y el eje de la corriente soporta el campo elemental dH; se obtiene el campo total H efectuando la suma aritmética de todos los campos elementales dH. En la expresión de este último, los factores $\frac{1}{10}$, I y $\frac{1}{R^2}$ permanecen constantes y el campo H será, por tanto, el producto de la suma de todos los elementos de longitud dl por $\frac{1}{10} \cdot \frac{I}{R^2}$; esta suma es la longitud $2\pi R$ del círculo. Por consiguiente, $H = \frac{1}{10} \cdot \frac{I \cdot 2\pi R}{R^2} = \frac{2\pi I}{10R}$.

Si se arrolla la corriente N veces sobre sí misma de forma que se obtengan N círculos prácticamente confundidos, el campo en el centro será $H = N \cdot \frac{2\pi I}{10R}$.

Se demostraría análogamente que el campo de una corriente rectilínea en un punto M situado a una distancia R de la corriente tiene un valor de $H = \frac{2I}{10R}$ y que el campo en un punto del eje de un solenoide muy largo es $H = \frac{4\pi n I}{10}$, siendo n el número de espiras por centímetro de longitud.

Unidades electromagnéticas. — Una vez definida la u. e. m. de intensidad de corriente, puede hacerse lo mismo para todas las demás unidades.

La u. e. m. de cantidad de electricidad es la cantidad de electricidad transportada por segundo por una corriente cuya intensidad es igual a la u. e. m.

La u. e. m. de diferencia de potencial es la diferencia de potencial que existe entre dos puntos tales que una carga eléctrica que se desplace de un punto al otro efectúe un trabajo de 1 *ergio.*

El amperio se ha definido como el $\frac{1}{10}$ de la u. e. m. y de esto se deduce fácilmente que el voltio vale 10^8 u. e. m.

La relación entre las unidades electromagnéticas y electrostáticas sólo puede hallarse experimentalmente, ya que estos dos sistemas de unidades se han definido independientemente. Se ha encontrado que la u. e. m. de cantidad de electricidad vale $3 \cdot 10^{10}$ unidades electrostáticas. Cabe señalar que el número $3 \cdot 10^{10}$ expresa la velocidad de la luz en centímetros por segundo.

Acción de un campo magnético sobre una corriente. — Una masa magnética situada en la proximidad de una corriente está sometida a una fuerza; el principio de la acción y la reacción implica que aquélla ejerza a su vez en la corriente otra fuerza igual y de signo contrario. Los campos magnéticos deben, por consiguiente, actuar sobre las corrientes, como se va a demostrar en el experimento siguiente.

Sea un conductor vertical móvil alrededor de un punto O y cuya parte inferior está sumergida en un recipiente de mercurio G (*fig.* 374); colóquese un imán de herradura de forma que el conductor esté situado entre sus brazos y, por tanto, en un campo magnético y se observará que, si se hace pasar una corriente por el conductor, éste se desplaza y se pone oblicuo siguiendo un sentido que depende de los sentidos respectivos de la corriente y del campo magnético, y que queda determinado por la regla

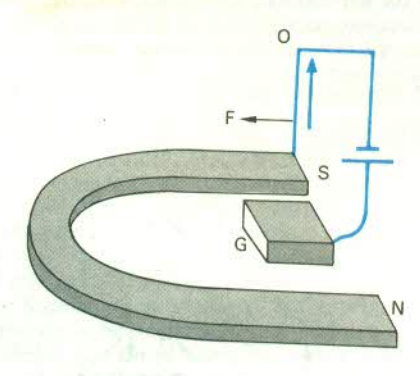


Fig. 374

de Ampère, según la cual *un elemento rectilíneo de corriente situado en un campo magnético está sometido a una fuerza perpendicular al plano definido por el campo y el elemento de corriente y dirigida hacia la izquierda de un observador que mira en la dirección del campo y está colocado en la dirección de la corriente de forma que ésta le entre por los pies y le salga por la cabeza* (*fig.* 375).

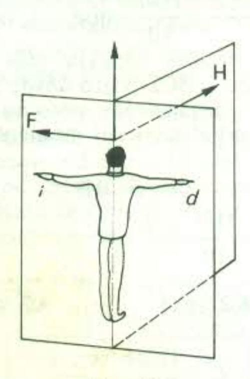


Fig. 375

Expresión de la ley de Laplace. — Un elemento de corriente AB (*fig.* 376), de longitud dl, recorrido por una corriente de I amperios, crea en un punto M situado a una

distancia R un campo H dado por la fórmula

$$H = \frac{\mathrm{I}dl \text{ sen } \alpha}{10\mathrm{R}^2}$$

Fig. 376

Una masa magnética m colocada en M está sometida a una fuerza $F = m\mathrm{H} = \frac{m\,\mathrm{I}dl \text{ sen } \alpha}{10\mathrm{R}^2}$. El principio de la acción y de la reacción indica que la masa m ejerce sobre el elemento AB una fuerza $F' = F$: $F' = \frac{m}{\mathrm{R}^2} \cdot \frac{\mathrm{I}dl \text{ sen } \alpha}{10}$.

Esta fórmula expresa la ley de Laplace relativa a la acción de los campos sobre las corrientes, que se enuncia de la manera siguiente : *un elemento de corriente situado en un campo magnético está sometido a una fuerza proporcional a dicho campo, a la intensidad de la corriente, a la longitud del elemento de la corriente y al seno del ángulo que forman el campo y la corriente.*

Acción de un campo sobre un circuito cerrado. — Sea un circuito rectangular ABCD vertical, de lados $AC = a$ y $AB = b$, situado en un campo uniforme H horizontal que forme un ángulo $\frac{\pi}{2} - \alpha$ con el plano del circuito (o un ángulo α con la normal al plano del circuito) [*fig.* 377]. Los lados CD y AB están sometidos a fuerzas

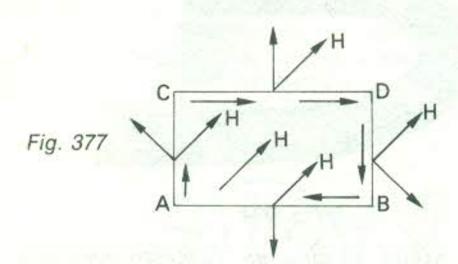


Fig. 377

verticales iguales a $\frac{\mathrm{HI}b \cos \alpha}{10}$ que, por ser opuestas, se destruyen. Los lados AC y BD están sometidos a fuerzas iguales a $\frac{\mathrm{HI}a \text{ sen } \frac{\pi}{2}}{10} = \frac{\mathrm{HI}a}{10}$, que, al no ser opuestas, forman un par. Resulta todavía más evidente si se considera el circuito ABCD visto desde arriba (*fig.* 378); las fuerzas F y F′ son paralelas, pero no tienen el mismo soporte. El valor aritmético del momento C de este par será

$$C = F \cdot BE$$

o, puesto que $F = \frac{\mathrm{HI}a}{10}$

y $$BE = AB \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = AB \text{ sen } \alpha$$

$$C = \frac{\mathrm{HI}ab \text{ sen } \alpha}{10}$$

Teniendo en cuenta que ab est igual a la superficie S del circuito, se tendrá $C = \frac{\mathrm{HIS} \text{ sen } \alpha}{10}$.

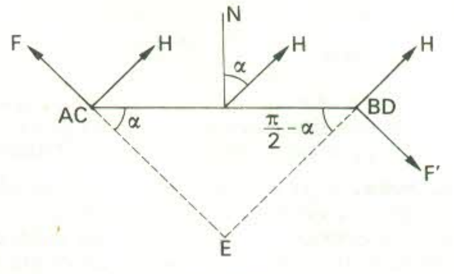


Fig. 378

El circuito tiende a girar, al estar sometido a un par, y se encontrará en equilibrio cuando C sea nulo, es decir, cuando también lo sea sen α, lo que ocurrirá para $\alpha = 0$ y para $\alpha = \pi$ (*fig.* 379 y 380). Se ve claramente que sólo la primera posición corresponde a un equilibrio estable; si se supone que el cuadro se aparta un poco de su posición de equilibrio, se observa que las fuerzas que se producen tienden, en el primer caso, a hacerle volver a su posición y, en el segundo, a alejarle de la misma.

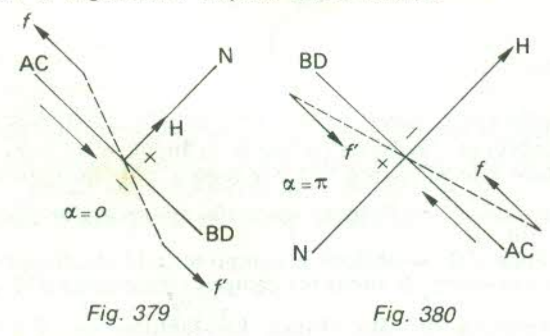


Fig. 379 Fig. 380

El flujo φ que atraviesa el cuadro es $\varphi = \mathrm{HS} \cos \alpha$ y se tendrá, por consiguiente,

$$C = \frac{1}{10} \frac{d\varphi}{d\alpha}$$

El par es nulo y el cuadro está en equilibrio cuando $\frac{d\varphi}{d\alpha} = 0$, es decir, cuando el flujo es máximo o mínimo.

Si se cuentan positivamente los flujos cuando el campo entra por la cara negativa del circuito, es decir, si se dirige la seminormal como se hizo en las figuras anteriores, se comprobará que la primera posición de equilibrio ($\alpha = 0$) corresponde al máximo del flujo ($\varphi = \mathrm{HS}$) y la segunda a un mínimo del flujo ($\varphi = -\mathrm{HS}$).

El cuadro tiende, por consiguiente, a colocarse de forma que reciba la mayor cantidad de flujo por su cara negativa, puesto que sólo es estable la primera posición de equilibrio. Este hecho, establecido para un caso particular (circuito rectangular y campo uniforme), es válido en todos los demás y puede decirse que *un circuito cerrado situado en un campo magnético tiende a colocarse de forma que su cara negativa admita el máximo de flujo.*

La fórmula $C = \frac{1}{10} \frac{d\varphi}{d\alpha}$, que puede variar de signo, es aplicable a un circuito cualquiera situado en un campo uniforme : *un circuito cerrado situado en un campo uniforme está sometido a un par, cuyo momento será*

$$C = \frac{1}{10} \frac{d\varphi}{d\alpha}$$

siendo las unidades empleadas el amperio, el maxwell y la dina-centímetro.

Momento magnético de un circuito. — Un solenoide móvil alrededor de un eje vertical (*fig.* 381) y situado en el

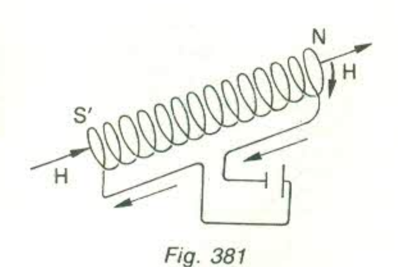


Fig. 381

campo terrestre se orientará en la dirección del mismo, de forma que éste penetre por su cara sur y salga por su cara norte. En otras palabras, el solenoide se orientará, como un imán, en la dirección norte-sur. Si se calcula el par que actúa sobre el solenoide, podrá determinarse el momento magnético $\vec{P}$ de una barra imantada equivalente al solenoide, y decirse que el solenoide tiene un momento magnético $\vec{P}$.

Acción mutua de dos corrientes. — Una corriente que crea un campo magnético ejerce una acción sobre otra corriente y recíprocamente; las dos acciones deben ser iguales y de sentidos contrarios.

Se ha visto anteriormente que la acción de un campo sobre un circuito cerrado se calcula a partir del flujo que atraviesa este último y se deben determinar, por consiguiente, los flujos que cada circuito envía al otro.

Sean dos circuitos C y C' por los cuales circulan las corrientes I e I'; el campo creado por C es proporcional a I y el flujo φ que envía a través de este circuito es $\varphi = \mathrm{MI}$.

Análogamente, el flujo φ' que atraviesa el circuito C es proporcional a I' : $\varphi' = \mathrm{M'I'}$.

Si las acciones se reducen a dos pares (iguales), sus momentos Γ y Γ' son

$$\Gamma = \frac{1}{10}\frac{d\varphi'}{d\alpha} = \frac{1}{10}\cdot\frac{d(\mathrm{M'I'})}{d\alpha} \quad \text{y} \quad \Gamma' = \frac{\mathrm{I'}}{10}\frac{d\varphi}{d\alpha} = \frac{\mathrm{I'}}{10}\cdot\frac{d(\mathrm{MI})}{d\alpha}$$

Como I e I' son independientes de α, se tendrá

$$\Gamma = \frac{\mathrm{II'}}{10}\cdot\frac{d\mathrm{M'}}{d\alpha} \quad \text{y} \quad \Gamma' = \frac{\mathrm{II'}}{10}\cdot\frac{d\mathrm{M}}{d\alpha}$$

Como $\Gamma = \Gamma'$ necesariamente, M es igual a M'. Este factor recibe el nombre de *coeficiente de inducción mutua de los dos circuitos.*

En unidades electromagnéticas las anteriores igualdades se expresarían de la manera siguiente :

$$\varphi = \mathrm{MI}, \quad \varphi' = \mathrm{MI'} \quad \text{y} \quad \Gamma = \Gamma' = \mathrm{II'}\,\frac{d\mathrm{M}}{d}$$

Las primeras igualdades permiten definir la unidad de coeficiente de inducción mutua (abreviadamente c. i. m.).

La unidad de c. i. m. es el c. i. m. de dos circuitos cuyos contornos son tales que, si uno de ellos es recorrido por una corriente igual a una unidad e. m., el otro es atravesado por un flujo de 1 *maxwell.*

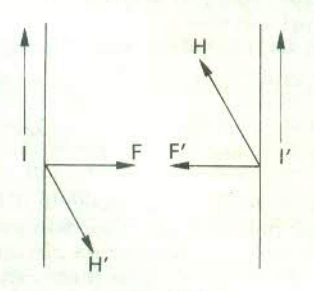


Fig. 382

Se puede ver fácilmente que dos corrientes rectilíneas y del mismo sentido se atraen (*fig.* 382), mientras que dos corrientes paralelas y de sentido contrario se repelen.

Teoría del magnetismo. — Un electrón que recorre una órbita en un átomo constituye una corriente eléctrica que engendra un campo magnético. Si las órbitas están dispuestas de forma que los momentos magnéticos se anulen, el átomo carecerá de momento magnético. Si este último se sitúa en un campo magnético, se modificará la velocidad de los electrones y se producirá un momento magnético opuesto al campo (ley de Lenz), por el fenómeno llamado *diamagnetismo.*

Se supone ahora que el átomo tiene, en ausencia de todo campo magnético, un momento magnético permanente. Como no existe campo alguno, los momentos de los diferentes átomos tienen diversas orientaciones y la resultante es nula para un trozo de sustancia que contenga gran número de átomos. Si se coloca esta sustancia en un campo magnético, los momentos de los diferentes átomos tenderán a orientarse en el sentido de éste y habrá un momento magnético resultante no nulo y en el sentido del campo, según el fenómeno denominado *paramagnetismo.* La agitación molecular dificulta la orientación de los momentos magnéticos.

Queda por estudiar el *ferromagnetismo.* Se considera que en pequeños volúmenes que contienen de diez mil a un millón de átomos los momentos magnéticos de estos últimos son paralelos entre sí. Cuando se hace actuar un campo magnético, todos estos momentos siguen siendo paralelos y se orientan en el sentido del campo, por lo cual se obtiene un momento magnético resultante mucho mayor que en el caso del paramagnetismo simple.

Inducción magnética. — Cuando se dice que el flujo que atraviesa una superficie ferromagnética queda multiplicado por μ, esto significa que equivale al flujo a través de esta superficie de un vector $\vec{B}$ producto del campo $\vec{H}$ por el coeficiente μ. Este vector ha recibido el nombre de *inducción magnética;* se tiene $\vec{B} = \mu\vec{H}$, donde μ corresponde a la *permeabilidad magnética.*

Cabe señalar que en el vacío (o, aproximadamente, en el aire) $\mu = 1$ y, por consiguiente, $\vec{B} = \vec{H}$, de forma que para mayor sencillez se hablará únicamente de *flujo de inducción magnética,* ya esté la superficie considerada en el vacío o en una materia imantada.

Las líneas de fuerza del campo del vector $\vec{B}$ se denominan *líneas de fuerza de la inducción magnética* y pueden trazarse tanto en el aire, donde se confunden con las del campo, como en la materia imantada. Se demuestra que, por el valor elevado de la permeabilidad, las líneas de inducción son, en el aire, perpendiculares a la superficie de la materia imantada. Como el flujo de inducción es conservativo, su valor es el mismo a través de todas las secciones de un mismo tubo de fuerza.

Electroimanes. — Un *electroimán* está constituido por una culata o armazón de hierro en la cual se ha arrollado un circuito eléctrico. Al pasar la corriente, el hierro se imanta y el campo producido se suma al creado por la corriente. Los electroimanes tienen una forma que varía con la utilización que se hace de los mismos. Entran en la

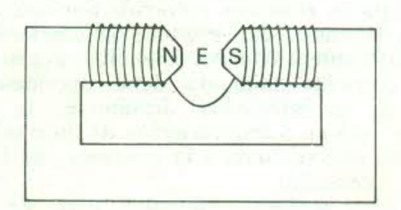


Fig. 383

composición de las dinamos, del telégrafo y de los timbres eléctricos y se emplean también para levantar grandes objetos de hierro o de acero y para producir campos magnéticos intensos. En este último caso se les da una forma curva, como se puede ver en la figura 383. N y S son los polos del electroimán y el espacio E, llamado *entrehierro,* se hace lo más estrecho posible para que en él aumente la intensidad del campo.

Inducción. — Las corrientes inducidas fueron descubiertas por FARADAY y pueden definirse como *corrientes producidas, en un circuito cerrado, por una variación cualquiera del flujo de inducción magnético que lo atraviesa.* Se comprueba que *la corriente tiene la misma duración que la variación del flujo.* El sentido de la corriente se obtiene por la *ley de Lenz,* según la cual *el sentido de la corriente inducida es tal que ésta se opone a la causa que la produce.*

Estudio experimental. — Aproxímese el polo norte N de un imán a una bobina B que contiene en su circuito un galvanómetro, aparato capaz de detectar una corriente pequeña. El flujo que atraviesa la bobina aumenta, y pasa una corriente, cuyo sentido está indicado en la figura 384, que recorre una bobina equivalente a un imán con el polo

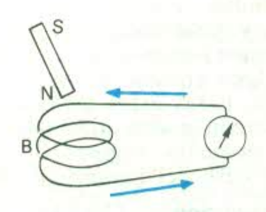


Fig. 384

norte dirigido hacia el polo norte N del imán y este último es rechazado. Si se aleja el imán, la bobina es atravesada por una corriente de sentido inverso y resulta atraído el polo norte del imán. En ambos casos se comprueba perfectamente que el sentido de la corriente inducida se opone a la causa que la ha originado, es decir, el desplazamiento del imán. También puede decirse que *el desplazamiento relativo de un imán y de un circuito cerrado crea una corriente inducida tal que las fuerzas que de ella se derivan se oponen a este desplazamiento.*

Si se sustituye el imán NS por un solenoide recorrido por una corriente o por un circuito de forma cualquiera, la naturaleza de los fenómenos permanece invariable. También puede llenarse la bobina B con hierro dulce y, en este caso, la corriente inducida, en igualdad de condiciones, es mayor, lo que demuestra que lo que interviene es la variación del flujo de inducción y no la del flujo magnético.

Es posible obtener variaciones de flujo sin desplazamiento, colocando, por ejemplo, sobre una bobina B (*fig.* 385), análoga a la que ya se ha utilizado, un solenoide S recorrido por una corriente y dispuesto en serie con un reóstato R. Por medio de este último se varía la intensidad I del solenoide y, por consiguiente, el campo magnético creado, así como el flujo de inducción a través de la bobina B; ésta es entonces recorrida por una corriente. Puesto que la causa que produce la corriente es una variación de la intensidad del solenoide, según la ley de Lenz, la corriente inducida debe oponerse a esta variación. Si la intensidad disminuye, la corriente inducida provoca en S una variación de flujo tal que crea una corriente que se suma a la existente, de forma que aumenta la intensidad.

Podrían darse múltiples ejemplos, pero, en todos los casos, el sentido de la corriente inducida viene dado por la

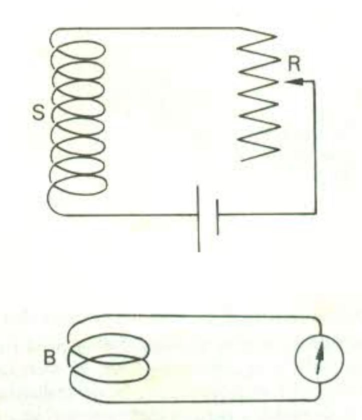


Fig. 385

ley de Lenz, aunque algunas veces es mejor utilizar la *regla de Maxwell,* según la cual *el sentido de la corriente inducida es el que se debe imprimir a un sacacorchos para que avance, es decir, el de las líneas de inducción si el flujo disminuye y el inverso al de las líneas de inducción cuando el flujo aumenta.*

F. e. m. de inducción. — *Ley fundamental.* — Las corrientes inducidas se deben a una f. e. m., denominada *f. e. m. de inducción,* y se demuestra experimentalmente que ésta *es proporcional a la derivada con respecto al tiempo del flujo de inducción magnética.* Es independiente de la resistencia del circuito y de la intensidad de la corriente que lo recorre.

Esto se expresa por la fórmula $e = k \frac{d\Phi}{dt}$.

El coeficiente k depende de las unidades empleadas y es siempre negativo. En la figura 386 se han contado positivamente las f. e. m. de inducción cuando la corriente

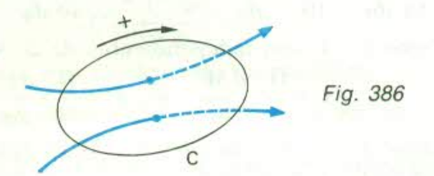


Fig. 386

inducida recorre el circuito en un sentido escogido de modo arbitrario y se han indicado el sentido positivo y las líneas de inducción. Con las convenciones adoptadas sobre el signo del flujo, éste será positivo en el caso considerado ($\Phi > 0$). Si aumenta $\frac{d\Phi}{dt} > 0$, se producirá una corriente inducida que recorrerá el circuito en el sentido negativo y se tendrá $e < 0$; e y $\frac{d\Phi}{dt}$ son, por consiguiente, de signos contrarios. Se puede comprobar que ocurre así en todos los casos, cualquiera que sea el sentido positivo escogido sobre el circuito.

Si se utilizan las unidades voltio y maxwell, el valor absoluto del coeficiente k es $\frac{1}{10^8}$. Se tendrá, por tanto,

$$e = -\frac{1}{10^8}\frac{d\Phi}{dt} = -10^{-8}\frac{d\Phi}{dt}$$

En el sistema M. K. S. A., se escoge $k = 1$, relación que define la unidad práctica de flujo, llamada *weber,* que equivale al *flujo que, al atravesar un circuito de una sola espira, produce en el mismo una fuerza electromotriz de 1 voltio si su valor pasa a ser nulo en 1 segundo.*

Cantidad de electricidad inducida. — Se deduce de la ley anterior que la intensidad de la corriente inducida en un circuito de resistencia de r ohmios es, en amperios,

$$i = +\frac{e}{r} = -10^{-8}\frac{1}{r}\frac{d\Phi}{dt}$$

La *cantidad de electricidad* inducida durante un tiempo dt es

$$dq = idt = -10^{-8}\frac{1}{r}\,d\Phi$$

Luego, si entre dos instantes t_1 y t_2 el flujo ha pasado del valor Φ_1 al valor Φ_2, el circuito ha sido recorrido por la cantidad de electricidad

$$q = -10^{-8}\frac{1}{r}(\Phi_2 - \Phi_1) = 10^{-8}\frac{\Phi_1 - \Phi_2}{r}$$

Los flujos Φ_1 y Φ_2 son los flujos totales que han atravesado el circuito, es decir, que comprenden tanto el flujo inductor como el creado por la corriente inducida. Puede dejarse de lado este último tomando instantes t_1 y t_2 en que la corriente inducida sea nula. Por ejemplo, t_1 es anterior a la variación del flujo inductor y t_2 posterior.

La fórmula antes establecida permite calcular una variación del flujo midiendo una cantidad de electricidad, y recíprocamente.

Autoinducción. — Una corriente eléctrica es siempre atravesada por el flujo del campo que crea. Este campo es proporcional a la intensidad, y lo mismo ocurre para el flujo, pudiendo escribirse $\Phi = \mathrm{L}\cdot\mathrm{I}$.

L es un coeficiente que depende de la forma del circuito. Si la intensidad de la corriente variara, lo mismo ocurriría con el flujo y en el circuito se crearía una corriente inducida de sentido contrario o del mismo sentido que la corriente inicial, según que la intensidad aumentara o disminuyera. Esta inducción de una corriente sobre sí misma lleva el nombre de *autoinducción* o *selfinducción*, y el coeficiente L de la fórmula anterior el de coeficiente de autoinducción, o más sencillamente, el de *self*.

La f. e. m. de autoinducción es, en unidades electromagnéticas,

$$e = -\frac{d(\mathrm{LI})}{dt}$$

o, si el circuito es indeformable,

$$e = -\mathrm{L}\frac{d\mathrm{I}}{dt}$$

Para que esta fórmula conserve su aspecto sencillo en unidades prácticas, se define la unidad práctica de autoinducción, llamada *henrio*, como el *coeficiente de autoinducción de un circuito tal que una variación de corriente de un amperio por segundo produzca en él una f. e. m. de inducción de un voltio*.

Cuando se corta una corriente, la intensidad pasa bruscamente del valor I al valor 0 y $\frac{d\mathrm{I}}{dt}$ es grande; lo mismo ocurrirá con la f. e. m. inducida si el coeficiente de autoinducción es elevado. En el circuito se produce una corriente inducida que tiene el mismo sentido que la corriente inicial y que puede ser lo suficientemente fuerte como para hacer saltar una chispa en el interruptor. En algunos casos, por ejemplo en el de los circuitos de los grandes electroimanes, la corriente sólo se corta gradualmente porque el fenómeno puede llegar a ser peligroso.

Cuando se cierra un circuito, se produce una corriente inducida que tiende a impedir el establecimiento de la corriente.

Aparatos de mediciones eléctricas. — Aunque podría distinguirse, como en electrostática, entre los instrumentos de mediciones absolutas y los aparatos que permiten efectuar medidas relativas, sólo se estudiarán ahora estos últimos, que son aplicaciones del electromagnetismo y comprenden los *galvanómetros* y los *amperímetros* para las intensidades de corrientes, los *voltímetros* para las diferencias de potencial y los *galvanómetros balísticos* para las cantidades de electricidad. Los galvanómetros se diferencian de los amperímetros por tener una mayor sensibilidad, es decir, porque miden o detectan corrientes muy pequeñas.

Galvanómetros de cuadro móvil. — Los aparatos de cuadro móvil son instrumentos de medición que utilizan la acción de un campo sobre una corriente de la manera siguiente: se pone un circuito rectangular ABCD, colgado de un hilo de torsión EF (*fig.* 387), en un campo

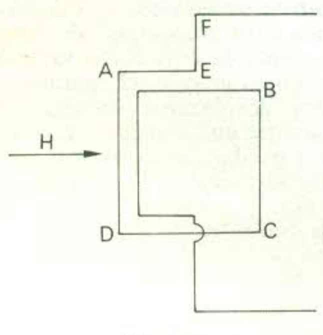


Fig. 387

magnético; el cuadro, en reposo, permanece paralelo al campo, pero, a partir del momento en que pasa una corriente, el cuadro tiende a colocarse perpendicularmente a las líneas de fuerza del campo y, como se lo impide la torsión del hilo EF, adopta una posición tal que el par electromagnético de momento C resulta igual al par de torsión de momento C′. El momento C′ es

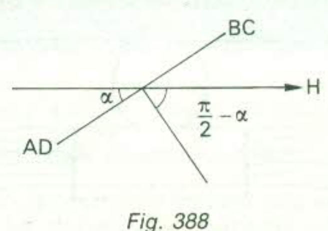


Fig. 388

sensiblemente proporcional al ángulo α que ha girado el cuadro (*fig.* 388) y se tiene $C' = K\alpha$.

El momento C se expresa por la fórmula $C = \frac{I}{10}\frac{d\varphi}{d\alpha}$.

Sea φ_0 el flujo máximo ($\alpha = 90^0$), se tiene $\varphi = \varphi_0$ sen α, de donde

$$C = \frac{I}{10}\cdot\varphi_0 \cos\alpha$$

Para desviaciones pequeñas se tiene prácticamente $\cos\alpha = 1$ y la condición de equilibrio del cuadro $C = C'$ se convierte en

$$K\alpha = \frac{I}{10}\varphi_0$$

de donde

$$\alpha = \frac{1}{10}\cdot\frac{\varphi_0}{K}\cdot I$$

La desviación es sensiblemente proporcional a la intensidad de la corriente.

El cuadro no toma inmediatamente su posición de equilibrio, sino que oscila, pero, al desplazarse en un campo magnético, produce corrientes de inducción que se oponen al movimiento, de forma que las oscilaciones son de muy corta duracción, lo cual no es el caso con los imanes móviles.

Un buen galvanómetro de cuadro móvil detecta una corriente de 10^{-10} amperios.

Amperímetros y voltímetros de cuadro móvil. — Estos aparatos siguen el mismo principio que los galvanómetros, pero son menos sensibles y más sólidos. El cuadro, al que se ha fijado una aguja, está montado sobre ejes y se desplaza en el entrehierro de un imán curvo. El par de torsión lo proporciona un muelle de espiral de bronce no magnético.

Galvanómetros balísticos. — Cuando se hace pasar por un galvanómetro cualquiera, de imán o de cuadro móvil, una corriente de muy corta duración, si la inercia de la parte móvil es grande, el aparato no tiene tiempo suficiente para desplazarse durante el paso de la corriente, pero sufre una impulsión y, cuando la corriente cesa, se pone a oscilar. Se demuestra que la desviación máxima es proporcional a la cantidad de electricidad transportada por la corriente y se puede, por consiguiente, medir con este tipo de galvanómetros, llamados *balísticos*, una cantidad de electricidad transportada por una corriente de corta duración.

Dinamos. — Para producir corriente continua, además de las pilas, existen aparatos basados en los fenómenos de inducción y compuestos de un circuito móvil que se desplaza en un campo magnético. Estas máquinas se denominan *magnetos*, si el campo está creado por un imán permanente, y *dinamos* cuando lo está por un electroimán, pero, en ambos casos, funcionan según el mismo principio. Por ser las más importantes, sólo se estudiarán las segundas.

Una dinamo consta de un electroimán, llamado *inductor*, cuyo entrehierro es cilíndrico (*fig.* 389), de un

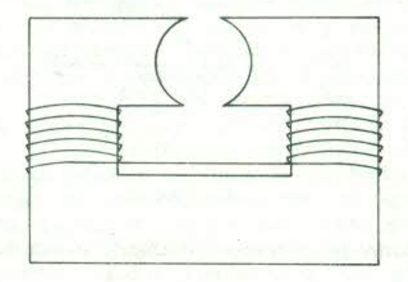


Fig. 389

circuito móvil, de forma también cilíndrica, que recibe el nombre de *inducido* y que gira en el entrehierro, y de órganos de conexión constituidos por el *colector* y las *escobillas*.

El inducido está formado por muchas bobinas de numerosas espiras, que están reunidas en serie y enrolladas en un anillo (*fig.* 390) o, más frecuentemente, en un cilindro de hierro dulce, llamado *tambor* (*fig.* 391).

En las figuras sólo se ha representado un pequeño número de bobinas, reducidas todas a una espira, y se ha supuesto que el enrollado se hacía siempre en un anillo.

El colector está constituido por un cilindro de materia aislante, solidario del inducido y concéntrico, que lleva en la superficie láminas de cobre dispuestas a lo largo de las generatrices del cilindro y aisladas unas de otras. Cada

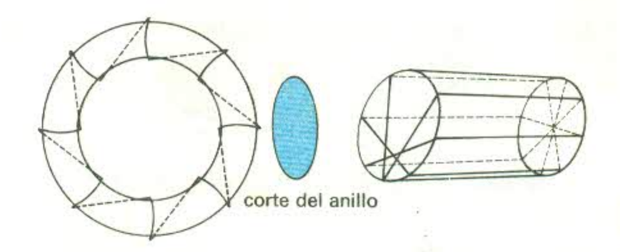


Fig. 390 *Fig. 391*

espira del inducido está unida a una lámina del colector (*fig.* 392).

Las escobillas son dos piezas de carbón conductor, inmóviles con respecto al electroimán (*fig.* 392), que se apoyan en dos láminas diametralmente opuestas del colector y que están unidas eléctricamente a los polos de la dinamo.

En el esquema de la figura 392 se ven las relaciones existentes entre los diferentes órganos y se ha representado una línea de inducción que muestra cómo el hierro dulce del inducido canaliza estas líneas.

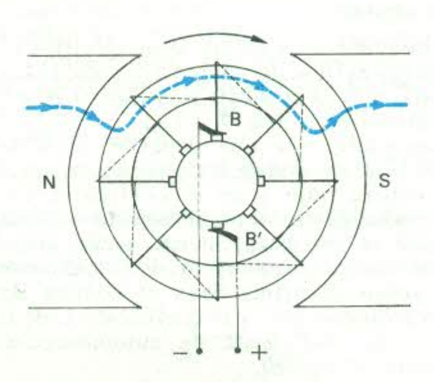


Fig. 392

Funcionamiento. — Si se hace girar el inducido en el sentido de las agujas de un reloj (*fig.* 393), se observa que el flujo de inducción aumenta en las bobinas de los cuadrantes inferior derecho y superior izquierdo (bobinas B_4 y B_8) y disminuye en las de los demás (B_2 y B_6). La regla del sacacorchos de Maxwell da inmediatamente el sentido de las corrientes inducidas, que está señalado por

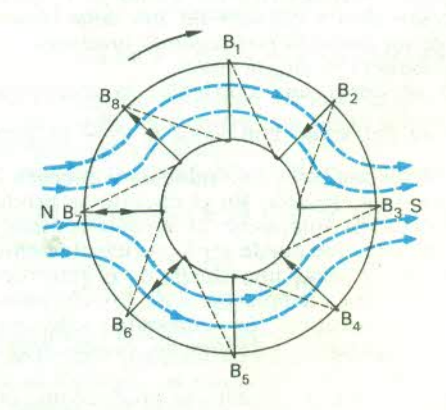


Fig. 393

flechas. La corriente tiene igual sentido en todas las bobinas situadas del mismo lado del plano diametral B_1B_5, normal a las líneas de inducción, y es de sentido contrario en dos bobinas que se encuentran a ambas partes de este plano. La corriente de las bobinas B_1 y B_5 es nula, porque para estas bobinas el flujo es máximo y, por consiguiente, varía poco. Las dos mitades del inducido se asemejan a dos pilas montadas en derivación.

Para obtener una corriente en un circuito exterior, basta con unir los extremos del mismo a las bobinas B_1 y B_5, lo cual se consigue, a pesar de la rotación del inducido, gracias al colector y a las escobillas; estas últimas son fijas y se apoyan constantemente en las láminas del colector situadas en el plano perpendicular a las líneas de inducción (*fig.* 392), constituyendo los polos de la dinamo. Como las bobinas y, por consiguiente, las láminas del colector son numerosas, la corriente puede considerarse continua.

Motores de corriente continua. — Cuando se envía al inducido de una dinamo una corriente por medio de las escobillas, se observa que ésta se divide entre las dos mitades del inducido y que cada espira es recorrida por una corriente. Como dicha espira está situada en un campo magnético, tiende a desplazarse de manera que el flujo máximo entre por su cara negativa. En la figura 394 se han indicado el sentido de la corriente y los signos de las caras de las espiras. Se ve fácilmente que las espiras B_2, B_3 y B_4 tienden a desplazarse hacia arriba, mientras que las B_6, B_7 y B_8 tienden a moverse hacia abajo. El

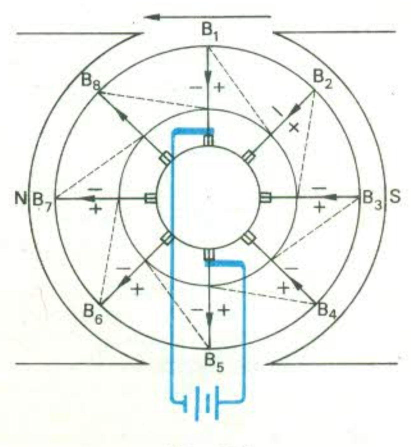


Fig. 394

inducido empezará, por consiguiente, a girar de manera continua en el sentido de la flecha, ya que siempre hay espiras que se encuentran en las posiciones B_2, B_3, B_4, B_6, B_7 y B_8. Se ha obtenido de este modo un motor eléctrico de corriente continua, que es en realidad una dinamo. Cabe señalar que el sentido de rotación del motor es inverso al sentido en que habría de girar el inducido para conseguir con él una corriente del mismo sentido.

35. — Corrientes alternas

Intensidad de corriente y de fuerza electromotriz. *Resumen de las definiciones.* Generadores alternos. Corrientes alternas sinusoidales. Efectos caloríficos de una corriente alterna. Intensidad de la corriente en función del tiempo. Potencia media consumida entre dos puntos de un circuito recorrido por una corriente alterna. Resolución geométrica de los problemas fundamentales. Resonancia eléctrica. Transformadores. Utilización de los transformadores.

Intensidad de corriente y de fuerza electromotriz. — *Resumen de las definiciones.* — Las pilas y los acumuladores son generadores de electricidad, cuya fuerza electromotriz es constante en el tiempo. Suministran a los conductores unidos a sus polos corrientes continuas tales que la cantidad de electricidad que atraviesa el circuito es proporcional al tiempo que tarda en pasar la corriente : $\frac{Q}{t} = C$; esta constante, denominada *intensidad de la corriente*, se calcula en amperios cuando se evalúa en culombios la cantidad de electricidad y en segundos el tiempo, haciéndose $i = \frac{Q}{t}$·

Cuando la f. e. m. del generador varía con el tiempo, la cantidad de electricidad que atraviesa el circuito ya no es proporcional al tiempo, sino que es una función más complicada : $Q = f(t)$.

También se define la *intensidad media* de la corriente, en un intervalo de tiempo t a $t + \Delta t$, como el cociente $i_m = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$ entre la cantidad de electricidad transportada y el tiempo, y la intensidad en un instante dado t como el límite de la intensidad media cuando Δt tiende hacia cero. Esto significa que la intensidad en el instante t es la derivada de la función $f(t)$ y se escribirá, por tanto, $i = f'(t)$, o bien $i = \frac{dQ}{dt}$· Como la intensidad de la corriente cambia a cada momento, se dice que la corriente es *variable*.

Los generadores de corriente variable son más fáciles de construir que las dinamos de corriente continua y su fuerza electromotriz se obtiene utilizando los fenómenos de inducción. Si, en efecto, se hace variar el flujo de inducción Φ que atraviesa un circuito, en este último se establece, como se sabe, una f. e. m. de inducción, cuyo valor en el instante t es

$$e = \frac{1}{10^8} \frac{d\Phi}{dt} \quad \begin{cases} \text{voltios} \\ \text{maxwells} \\ \text{segundo} \end{cases}$$

Generadores alternos. — Si se tiene en cuenta que no se puede obtener un funcionamiento indefinido de una máquina cualquiera sin que éste sea periódico, es decir, formado por ciclos idénticos, se comprende que en todos los generadores de corriente variable la f. e. m. es una función periódica del tiempo; si, además, la f. e. m. del generador cambia periódicamente de sentido, lo mismo ocurrirá con las corrientes llamadas *alternas*, que son producidas por unos generadores denominados *alternadores*.

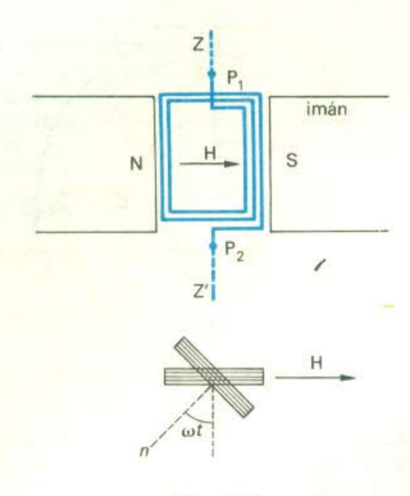


Fig. 395

Puesto que toda función periódica puede considerarse como la suma de funciones sinusoidales, la más sencilla de aquéllas es la función sinusoidal. Los alternadores industriales son generadores cuya f. e. m. es sinusoidal.

Se supone, por ejemplo, que en un campo magnético uniforme se dispone (*fig.* 395) un cuadro rectangular, alrededor del cual se arrolla un hilo que forma N espiras, y se hace girar este cuadro con un movimiento de rotación uniforme alrededor de un eje ZZ', perpendicular a las líneas de fuerza del campo, a razón de p revoluciones por minuto, es decir, con una velocidad angular $\omega = \frac{2p\pi}{60}$ radianes/s. Sea H el campo magnético y S la superficie de una espira; si, en el instante inicial, la perpendicular al plano de las espiras es normal a las líneas de fuerza, en el instante t, el cuadro habrá girado ωt y el flujo magnético valdrá

$$\Phi = \mathrm{NSH} \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = -\mathrm{NSH} \operatorname{sen} \omega t$$

y la f. e. m. de inducción que aparecerá en los extremos P_1 y P_2 del cuadro será

$$e = -\frac{1}{10^8}\frac{d\Phi}{dt} = +\frac{\mathrm{NSH}\omega}{10^8} \cos \omega t\,;$$

si se escribe

$$\mathrm{E}_0 = \frac{\mathrm{NSH}\omega}{10^8} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{voltios} \\ \text{centímetros cuadrados} \\ \text{gauss} \end{array} \right.$$

se tendrá $e = \mathrm{E}_0 \cos \omega t$.

Si los extremos P_1 y P_2 están unidos por un conductor, éste estará recorrido por una corriente alterna sinusoidal de período $\mathrm{T} = \frac{2\pi}{\omega}$, de frecuencia $\mathrm{N} = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{p}{60}$, es decir, la misma de la rotación del cuadro.

Con este dispositivo muy sencillo se transforma la energía mecánica de rotación del cuadro en energía eléctrica y se forma un alternador de fuerza electromotriz sinusoidal.

La frecuencia de las corrientes alternas industriales suele oscilar entre 50 y 100; se escoge una frecuencia de 50 para las corrientes destinadas, por lo menos parcialmente, a la iluminación por incandescencia porque esto permite evitar fluctuaciones sensibles de la intensidad luminosa de las lámparas; en las distribuciones reservadas a la fuerza motriz, puede emplearse una frecuencia más baja, de 25, por ejemplo.

Corrientes alternas sinusoidales. — La intensidad de una corriente alterna sinusoidal se expresará, por consiguiente, por $i = \mathrm{I}_0 \operatorname{sen} \omega t = \mathrm{I}_0 \operatorname{sen} 2\pi \mathrm{N}t$ (si la frecuencia es de 50, se tendrá $i = \mathrm{I}_0 \operatorname{sen} 100\,\pi t$); esta corriente queda completamente definida por su período $\mathrm{T} = \frac{2\pi}{\omega}$ $\left(\text{o por su frecuencia } \mathrm{N} = \frac{1}{\mathrm{T}}\right)$ y por su valor máximo I_0, dos magnitudes cuya determinación se estudiará más adelante.

Se llama *alternancia de la corriente* el tiempo durante el cual la corriente circula en un mismo sentido; el período se compone de dos alternancias iguales.

Efectos caloríficos de una corriente alterna. — El paso de una corriente alterna por un circuito produce un desprendimiento de calor que se utiliza en la iluminación o en la calefacción por incandescencia.

La cantidad de calor desprendido entre un instante t y el siguiente $t + dt$ es, según asegura la ley de Joule, $d\mathrm{Q} = \frac{1}{4{,}18}\, i^2\mathrm{R}dt$, y el calor desprendido en un período es, por definición, $\mathrm{Q} = \int_0^{\mathrm{T}} \frac{1}{4{,}18}\, i^2\mathrm{R}dt$. Se denomina *intensidad eficaz* de una corriente alterna la intensidad de la corriente continua que produciría, por período, la misma cantidad de calor que la corriente alterna; se tiene, por consiguiente,

$$\mathrm{Q} = \frac{1}{4{,}18}\, \mathrm{I}_{ef}^2 \mathrm{RT}$$

de donde se deduce

$$\mathrm{I}_{ef}^2 = \frac{1}{\mathrm{T}} \int_0^{\mathrm{T}} i^2 dt$$

Si la corriente alterna es sinusoidal, se obtendrá

$$\mathrm{I}_{ef} = \frac{\mathrm{I}_0}{\sqrt{2}}$$

Intensidad de la corriente en función del tiempo. — Se aplica a los extremos A y B de un circuito una diferencia de potencial alterna sinusoidal $v = \mathrm{V}_0 \cos \omega t$ y se busca la expresión de la intensidad de la corriente en función del tiempo.

1.° *Circuito sin autoinducción ni condensador intercalado* (*fig.* 396 [1]). Este caso se presenta, por ejemplo,

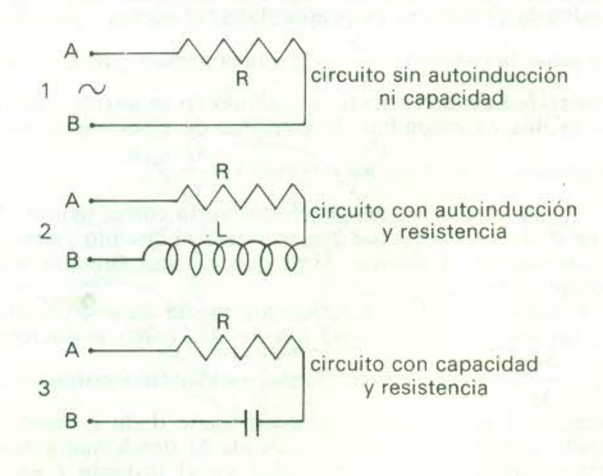


Fig. 396

cuando se conecta una lámpara de incandescencia con una toma de corriente alterna. En cada instante se aplica la ley de Ohm y se tendrá $i = \frac{v}{R}$, ó $i = \frac{1}{R} V_0 \cos \omega t$; por otra parte, se tendrá, por definición,

$$I_{ef}^2 = \frac{1}{T}\int_0^T i^2 \cdot dt = \frac{1}{R^2}\cdot\frac{1}{T}\int_0^T v^2\, dt$$

es decir, $I_{ef} = \frac{1}{R} \cdot V_{ef}$

Por consiguiente, cuando el circuito no contiene más que resistencias puras, la intensidad de la corriente es sinusoidal, en fase con la diferencia de potencial, y la intensidad eficaz se deduce de la tensión eficaz aplicando la ley de Ohm.

Más adelante se verá que la potencia media consumida tiene como expresión $W = I_{ef} \cdot V_{ef}$, fórmula análoga a la de la corriente continua, con la única diferencia de que se sustituyen la intensidad y la diferencia de potencial por sus valores eficaces.

2.° *Circuito con alguna autoinducción y ningún condensador intercalado* (*fig.* 396 [2]). La autoinducción de un circuito está definida por su coeficiente de autoinducción L, que se calcula en henrios. Cualquier variación de la intensidad de corriente en un circuito con autoinducción se manifiesta por la aparición de una fuerza electromotriz de autoinducción, expresada por la relación $e = -L \frac{di}{dt}$ (voltios, henrios, amperios, segundos), que se suma algebraicamente a la diferencia de potencial; al aplicarse la ley de Ohm generalizada, se tendrá

$$v - L\frac{di}{dt} = Ri \quad \text{ó} \quad L\frac{di}{dt} + Ri = V_0 \cos \omega t \qquad [1]$$

La intensidad de la corriente es una función del tiempo que satisface esta relación; puede comprobarse que i es de la forma $i = I_0 \cos(\omega t - \varphi)$; en efecto, se tiene

$$i = I_0(\cos\varphi \cos \omega t + \operatorname{sen}\varphi \operatorname{sen}\omega t)$$

$$\frac{di}{dt} = I_0(\omega \operatorname{sen}\varphi \cos\omega t - \omega\cos\varphi \operatorname{sen}\omega t)$$

de donde

$$L\frac{di}{dt} + Ri = I_0(L\omega \operatorname{sen}\varphi + R\cos\varphi)\cos\omega t + I_0(R \operatorname{sen}\varphi - L\omega\cos\varphi)\operatorname{sen}\omega t$$

Para escoger I_0 y φ de forma que esta cantidad se identifique con $V_0 \cos \omega t$, basta con que

$R \operatorname{sen}\varphi - L\,\omega \cos\varphi = 0$, es decir,

$$tg\ \varphi = \frac{L\omega}{R} \qquad [2]$$

e $I_0(L\omega \operatorname{sen}\varphi + R\cos\varphi) = V_0$

lo que, teniendo en cuenta **[2]**, dará

$$I_0 = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}}$$

o bien, puesto que

$$I_{ef} = \frac{I_0}{\sqrt{2}} \quad \text{y} \quad V_{ef} = \frac{V_0}{\sqrt{2}},$$

$$I_{ef} = \frac{V_{ef}}{\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}} \qquad [3]$$

la cantidad $Z = \sqrt{R^2 + L^2\omega^2}$ se llama *impedancia* del circuito y la relación **[3]** puede escribirse $I_{ef} = \frac{V_{ef}}{Z}$.

En resumen, cuando el circuito tiene autoinducción, la intensidad de la corriente es una función sinusoidal del tiempo, pero presenta con respecto a la diferencia de potencial un retraso de fase tal que $tg\,\varphi = \frac{L\omega}{R}$ o $\cos\varphi = \frac{R}{Z}$; la resistencia R se sustituye por la impedancia $Z = \sqrt{R^2 + L^2\omega^2}$; se tendrá $I_{ef} = \frac{V_{ef}}{Z}$ y, por consiguiente, $i = \frac{V_0}{Z}\cos(\omega t - \varphi)$.

La impedancia aumenta con la autoinducción y la frecuencia, puesto que $\omega - 2\pi N$.

3.° *Circuito sin autoinducción, con resistencia* R *y una capacidad* (*fig.* 396 [3]). Se demuestra experimentalmente que el circuito es atravesado por una corriente. Sea $v = V_0 \cos \omega t$ la tensión que se aplica entre los puntos A y B, v_1 la diferencia de potencial en el instante t entre las armaduras del condensador, e i la intensidad de la corriente. Se tendrá

$$v = v_1 + Ri \qquad [1]$$

Si, en el instante t, q es la carga del condensador y C su capacidad, se tendrá

$$q = Cv_1 \qquad [2]$$

además $i = \frac{dq}{dt} = C\frac{dv_1}{dt}$

Derivando los dos miembros de la ecuación **[1]** con respecto a t se tendrá

$$-\omega V_0 \operatorname{sen}\omega t = \frac{i}{C} + R\frac{di}{dt}$$

$$\text{o} \quad R\frac{di}{dt} + \frac{i}{C} + \omega V_0 \operatorname{sen}\omega t = 0 \qquad [3]$$

Se comprueba fácilmente, mediante un cálculo análogo al efectuado en el caso de un circuito con autoinducción, que la solución de esta ecuación es

$$i = I_0\cos(\omega t + \varphi)$$

$$\text{con} \quad I_0 = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{C^2\omega^2}}} \quad \text{o} \quad I_{ef} = \frac{V_{ef}}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{C^2\omega^2}}}$$

$$\text{y} \quad tg\ \varphi = \frac{1}{RC\omega}$$

La expresión de la corriente en el instante t será, por consiguiente,

$$i = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{C^2\omega^2}}}\cdot\cos(\omega t + \varphi)$$

Como en el problema anterior, se denomina *impedancia* la cantidad $Z = \sqrt{R^2 + \frac{1}{C^2\omega^2}}$ y se ve que ésta disminuye cuando aumentan la capacidad del condensador y la frecuencia de la corriente.

Ejemplo : Calcular la intensidad de la corriente que atraviesa un condensador de un microfaradio, cuyas armaduras están conectadas con los bornes de una toma de corriente alterna de 110 voltios y 50 períodos.

Como la resistencia se supone despreciable, se tendrá

$$I_{ef} = V_{ef} \cdot C\omega$$

es decir, $I_{ef} = 110 \cdot 10^{-6} \cdot 100\pi = 11\pi 10^{-3}$ amperios, o sea

$$I_{ef} = 34{,}1 \text{ miliamperios}$$

La intensidad de la corriente vendrá expresada por

$$i = 11\pi \cdot 10^{-3} \cdot \sqrt{2} \text{ sen } 100\pi t$$

o sea, sensiblemente $i = 47{,}7$ sen $100\pi t$ miliamperios.

La corriente y la tensión aplicada están en cuadratura, puesto que $\cos \varphi = 0$ y $\varphi = \frac{n}{2}$.

4.° *Circuito con autoinducción* L, *resistencia* R *y condensador de capacidad* C.

Se tendrá

$$v - L\frac{di}{dt} = v_1 + Ri \qquad [1]$$

$$q = Cv_1 \quad \text{de donde} \quad i = \frac{dq}{dt} = C\frac{dv_1}{dt} \qquad [2]$$

de donde, derivando la ecuación **[1]**,

$$L\frac{d^2i}{dt^2} + R\frac{di}{dt} + \frac{i}{C} = -\omega V_0 \text{ sen } \omega t$$

Esta ecuación admite como solución :

$$i = I_0 \cos(\omega t - \varphi)$$

$$\text{siendo } I_0 = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}}; \quad tg\,\varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{\omega C}}{R}$$

$$\text{o} \quad \cos\varphi = \frac{R}{Z} \quad \text{siendo} \quad Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$$

La cantidad Z es la impedancia.

Esta fórmula general proporciona los resultados obtenidos anteriormente si en ellos se anula L y se hace C infinito (suprimir un condensador equivale a poner un condensador de capacidad infinitamente grande).

Potencia media consumida entre dos puntos de un circuito recorrido por una corriente alterna. — Sean i e $i + di$ las intensidades de la corriente en los instantes t y $t + dt$, y v y $v + dv$ las diferencias de potencial; la energía dW consumida durante el tiempo dt estará comprendida, por consiguiente, entre $i \cdot v \cdot dt$ e $(i + di) \cdot (v + dt) \cdot dt = i \cdot v \cdot dt + v \cdot di \cdot dt + i \cdot dv \cdot dt$; se tendrá, por consiguiente, $dW = i \cdot v \cdot dt$, con un error de unos pocos infinitésimos de orden superior.

La energía suministrada por período será

$$W = \int_0^T i \cdot v \cdot dt$$

y la potencia media

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T i \cdot v \cdot dt$$

Por otra parte, se tendrá

$$v = V_0 \cos \omega t \quad \text{e} \quad i = I_0 \cos(\omega t - \varphi)$$

la potencia media será, por tanto,

$$P = \frac{I_0 V_0}{T}\int_0^T \cos \omega t \cdot \cos(\omega t - \varphi) \cdot dt$$

Esta integral se obtiene al sustituir el producto de cosenos por una suma y se obtiene

$$P = \frac{I_0 V_0}{2}\cos\varphi \quad \text{ó} \quad P = I_{ef} \cdot V_{ef} \cdot \cos\varphi$$

El término $\cos\varphi$ se llama *factor de potencia* y es igual a la unidad en un circuito sin autoinducción ni capacidad; en un circuito sin resistencia es nulo.

Resolución geométrica de los problemas fundamentales. — Sea la intensidad de la corriente producida por una diferencia de potencial alterna $v = V_0 \cos \omega t$ en un circuito de resistencia R y de autoinducción L lo que se quiere determinar; se admite que la intensidad de la corriente tiene la forma $I = I_0 \cos(\omega t - \varphi)$ y se tendrá la relación

$$v - L\frac{di}{dt} = Ri \quad \text{ó} \quad v = L\frac{di}{dt} + Ri$$

Es decir, v es la suma de dos funciones sinusoidales del mismo período $T = \frac{2\pi}{\omega}$; se hace corresponder a la función Ri un vector de longitud RI_0 que gira con la velocidad angular ω; la función $L\frac{di}{dt}$ estará representada por un vector $L\omega I_0$, en avance de fase de $\frac{\pi}{2}$ con respecto a la corriente Ri (la derivada de una función periódica tiene un avance de $\frac{\pi}{2}$ con respecto a esta función), y la función v estará representada por el vector que se obtiene tomando la resultante geométrica de los dos primeros (construcción de Fresnel). En el triángulo rectángulo ABC se tiene $V_0^2 = R^2I_0^2 + L^2\omega^2I_0^2$, de donde $I_0 = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}}$ que es el resultado indicado; también se

$$\text{tiene } tg\,\varphi = \frac{L\omega}{R}$$

La corriente registra, con respecto a la diferencia de potencial, un retraso de fase igual a φ.

Se obtienen los mismos resultados con construcciones análogas cuando el circuito presenta una capacidad o una capacidad y una autoinducción.

Para un condensador, sin embargo, se tendrá

$$V_1 = \frac{Q}{C} \quad \text{ó} \quad i = \frac{dq}{dt} \quad \text{y} \quad Q = \int idt$$

por consiguiente,

$$V_1 = \frac{1}{C}\int idt$$

i es una función sinusoidal y $\frac{1}{C}\int idt$ estará representada por un vector $\frac{I_0}{C\omega}$, que tendrá un retraso de $\frac{\pi}{2}$ con respecto al vector I_0. En la figura 397, puede verse la

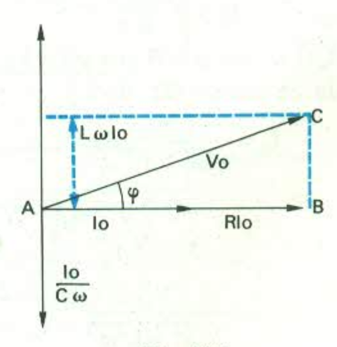


Fig. 397

resolución geométrica del caso general de un circuito con resistencia R, autoinducción L y condensador C.

Resonancia eléctrica. — Cuando entre L y C existe la relación $L\omega = \frac{1}{C\omega}$ o $LC\omega^2 = 1$, la impedancia del circuito tiene el valor mínimo Z = R y se dice que hay *resonancia eléctrica.* La tensión en los bornes de la autoinducción pura es igual en valor absoluto a la tensión de los bornes del condensador, pero de sentido contrario, y ambas se neutralizan. Sin embargo, su valor común es, a veces, mucho más elevado que la tensión V que se aplica a los bornes del circuito, y, en este caso, se producen sobretensiones que pueden ser peligrosas. Este fenómeno es de una importancia capital en radioelectricidad.

Ejemplo : Un circuito alimentado por la corriente del sector (N = 50, V = 110 voltios) comprende una autoinducción en serie con una capacidad de 10 μF y una resistencia de 40 Ω. Se trata de determinar para qué valor de la autoinducción habrá resonancia.

Debe tenerse $LC\omega^2 = 1$ y $L = \frac{1}{C\omega^2}$; pero $\omega = 100\pi$ y, por consiguiente, L = 1 henrio. En los bornes de la autoinducción, la tensión vale $L\omega I$. Como hay resonancia, Z = R

$$I = \frac{V}{R} = 2{,}75 \text{ A}$$

La tensión $L\omega I = 1 \cdot 100\pi \cdot 2{,}75 = 863$ voltios.

En los bornes de la autoinducción habrá una tensión eficaz de 863 voltios o una tensión máxima de 1 220 voltios.

Transformadores. — Los *transformadores* son aparatos destinados a transformar una corriente alterna en otra de la misma frecuencia, siendo diferentes los valores de la fuerza electromotriz a la entrada y a la salida de los mismos.

Constan de un núcleo de hierro dulce laminado, cerrado sobre sí mismo, en el cual se enrollan dos circuitos : el *primario* y el *secundario* (*fig.* 398). Si el primario es recorrido por una corriente alterna, producirá en el núcleo un flujo de inducción alterno y se originará entonces en el secundario una corriente inducida que, en virtud de la ley de Lenz, tenderá a crear un flujo magnético opuesto, igualmente alterno, y que será, por consiguiente, alterna y de la misma frecuencia que la corriente primaria.

En cada espira, tanto primaria como secundaria, se desarrollará la misma fuerza electromotriz e.

Si n_1 es el número de espiras del primario y n_2 el del secundario, se tendrá $e_1 = n_1 e$, fuerza electromotriz total en el primario, y $e_2 = n_2 e$, fuerza electromotriz total en el secundario. Pero $e_1 = v_1$, diferencia de potencial en el borne de entrada y $e_2 = v_2$, diferencia de potencial en el borne de salida.

Si V_1 y V_2 son las diferencias de potencial eficaces correspondientes, se tendrá $\frac{V_2}{V_1} = \frac{n_2}{n_1}$ = relación de transformación. Se tiene $V_2 I_2 = V_1 I_1$, de donde $\frac{I_2}{I_1} = \frac{n_1}{n_2}$. La intensidad disminuye donde la tensión es elevada y viceversa.

Así, según que la corriente que deba transformarse sea admitida en el circuito formado por el menor o el mayor número de espiras, se recogerá en el otro una corriente de mayor tensión y menor intensidad, en el primer caso *(elevador de tensión),* y una corriente de tensión más baja y de intensidad más elevada en el segundo, pero la relación de transformación seguirá siendo igual a la relación entre los números de espiras de los dos circuitos *(reductor de tensión).*

Utilización de los transformadores. — El transporte de energía a largas distancias se efectúa con pérdidas por el efecto Joule RI^2 y éstas son elevadas cuando la intensidad de la corriente es muy grande. Como no puede disminuirse fácilmente R, porque ello equivaldría a aumentar la sección de los hilos de la línea, lo que resultaría costoso, debe reducirse I. Además, para transmitir la potencia P = VI, siendo V la diferencia de potencial en los bornes del generador, hace falta incrementar V al mismo tiempo que se disminuye I, y se emplean entonces los transformadores. El elevador de tensión se utiliza a la salida del generador, y el reductor de tensión a la entrada de los aparatos eléctricos.

Los transformadores permiten modificar con gran facilidad la tensión de una corriente alterna y esto explica la superioridad indiscutible de la corriente alterna sobre la continua, desde el punto de vista de la transmisión de energía eléctrica. Incluso cuando se necesita una corriente continua para alimentar algunos aparatos, resulta ventajoso producir y transportar corriente alterna, con tal que ésta se transforme en continua a la llegada por medio de una conmutatriz, un grupo motor generador, un convertidor o un rectificador.

Para limitar el calentamiento, que en los grandes transformadores podría llegar a ser peligroso, se sumerge el núcleo y los devanados en un recipiente con aceite, que está refrigerado por agua fría.

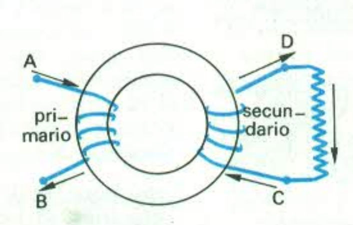


Fig. 398

36. — Electrónica

Rayos catódicos. *Propiedades. Propagación. Energía cinética.* Desviación de los rayos catódicos por los campos eléctricos y magnéticos. Fenómeno termoiónico. Energía cinética de los electrones. Teoría del fenómeno termoiónico. Aplicaciones de este fenómeno. Lámpara de tres electrodos o triodo. Rayos positivos. *Naturaleza.* El átomo. Efecto fotoeléctrico. Célula fotoeléctrica. Teoría de los cuantos o quanta. *Relación de Einstein.* Potencial de extracción de los electrones. Rayos X. *Propiedades. Naturaleza.* Aplicaciones de la teoría cuántica a los rayos X. Espectro corpuscular.

Rayos catódicos. — Cuando se establece una diferencia de potencial, del orden de 40 000 a 50 000 voltios, entre dos electrodos colocados en una ampolla de vidrio en la que existe une presión gaseosa comprendida entre $\frac{1}{100}$ y $\frac{1}{1\,000}$ de milímetro de mercurio, no se observa la chispa eléctrica o la descarga luminosa que pueden verse cuando las presiones son más elevadas. En cambio, la parte de la ampolla que se encuentra enfrente del cátodo presenta una mancha fluorescente verde, cuyo aspecto y posición dependen sólo del cátodo y no del lugar donde está situado el ánodo, como se comprueba cuando se tiene una ampolla con varios ánodos. En la figura 399, por ejemplo, la fluorescencia del vidrio se

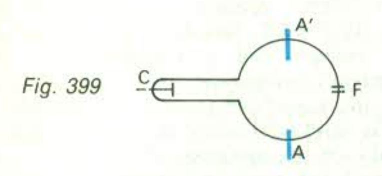


Fig. 399

manifiesta en F, ya esté el ánodo en A o en A'. Si el gas rarificado que contiene la ampolla es oxígeno, emite un tenue resplandor amarillo a lo largo de una columna que va del cátodo C a la mancha F. El fenómeno ofrece el aspecto de una radiación que parte del cátodo y que es independiente de la posición del ánodo, por lo cual se le da el nombre de *radiación catódica*. Los aparatos donde se producen los rayos catódicos se llaman *tubos de Crookes*.

Propiedades. — Los rayos catódicos provocan la fluorescencia de gran número de cuerpos, y la luz emitida, que depende de la naturaleza de estos últimos, es verde para el vidrio y amarillo anaranjado para la creta. Producen ciertas reacciones químicas y en particular impresionan las placas fotográficas. Además, una sustancia que reciba los rayos catódicos emite una radiación especial, los rayos X, que se estudiará más adelante.

Propagación. — *Los rayos catódicos se propagan en línea recta perpendicularmente al cátodo.* Si se utiliza un cátodo en forma de casquete esférico cóncavo (*fig.* 400), la ligera luminiscencia del gas permite observar que los rayos catódicos convergen en el centro de curvatura del cátodo y prosiguen su trayectoria en línea recta a partir de ese punto. La propagación rectilínea puede también ponerse de manifiesto al colocar en la trayectoria una cruz de aluminio (*fig.* 401) cuya sombra aparece en la mancha fluorescente de la ampolla.

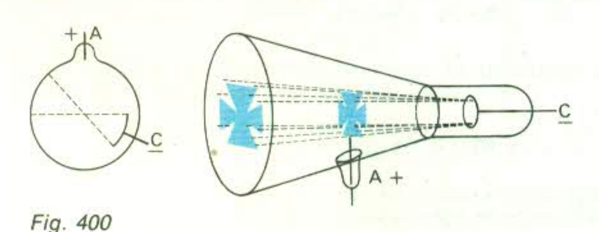


Fig. 400

Fig. 401

Energía cinética. — Se observa que un molinete, como el de la figura 402, se pone en movimiento cuando se proyecta sobre él un haz de rayos catódicos, de lo cual se deduce que estos últimos se comportan como partículas lanzadas a gran velocidad. Si es el caso, la detención de las mismas por un obstáculo debe producir un desprendimiento de calor equivalente a la energía cinética $\frac{1}{2}mv^2$ que se ha perdido. Este fenómeno se

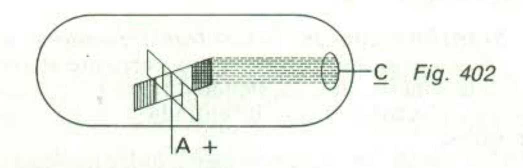


Fig. 402

comprueba al ver que una lámina de platino bastante delgada se pone al rojo y puede incluso llegar a fundirse si se somete a la radiación catódica.

Cabe suponer, por consiguiente, que los rayos catódicos están constituidos por partículas en movimiento.

Desviación de los rayos catódicos por los campos eléctricos y magnéticos. — Si se hace pasar un haz de rayos catódicos entre las armaduras de un condensador (*fig.* 403), es decir, por un campo eléctrico, se observa

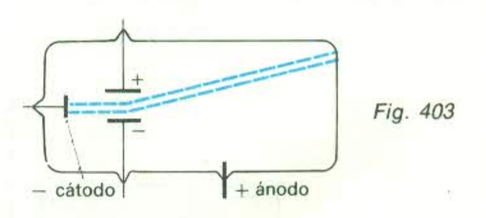


Fig. 403

que aquél se desvía, alejándose de la armadura cargada de electricidad negativa. Las partículas que constituyen la radiación catódica están, por consiguiente, cargadas de electricidad negativa.

Como la radiación catódica que transporta la electricidad negativa es una especie de corriente eléctrica, se puede suponer que resulte desviada por los campos magnéticos. Esta hipótesis se ve confirmada cuando se aproxima un imán de herradura a un tubo de Crookes, puesto que la mancha fluorescente de la ampolla se desplaza. Se comprueba que el sentido de la desviación es

el mismo que para una corriente eléctrica que se propaga en sentido inverso del rayo catódico, lo cual es lógico ya que la radiación catódica transporta electricidad negativa, mientras que el sentido de una corriente es convencionalmente el del desplazamiento de las cargas positivas.

La desviación de los haces catódicos por los campos eléctricos y magnéticos se utiliza en los oscilógrafos catódicos y en los receptores de televisión. En los primeros, el campo magnético o eléctrico es producido por una corriente variable que se quiere estudiar y el haz catódico sigue, prácticamente sin inercia, todas las variaciones de corriente en sus desplazamientos; éstos pueden registrarse en una placa fotográfica u observarse en una pantalla fluorescente. En los segundos, se tiene un verdadero oscilógrafo que analiza la corriente variable emitida por la estación emisora y recibida y amplificada por el receptor. La pantalla de estos aparatos es la parte del tubo opuesta al cátodo y está provista de una sustancia que se vuelve fluorescente al recibir los rayos catódicos.

Fenómeno termoiónico. — El físico británico Owen Williams **Richardson** (1879-1959) demostró, en 1901, que un cuerpo incandescente emite partículas electrizadas negativamente, y el norteamericano Saul **Dushman,** nacido en 1883, encontró en 1914 el valor $1{,}76.10^7$ para la relación entre la carga eléctrica y la masa de estas últimas, lo que permite identificarlas con los electrones.

Este fenómeno se estudiará en el vacío porque en el aire los electrones son rápidamente detenidos a causa de los choques con las moléculas gaseosas. Para ello, se coloca dentro de una ampolla de vidrio, completamente desprovista de gas, una placa P y un filamento F (*fig.* 404) que una corriente eléctrica vuelve incandescente. Si la

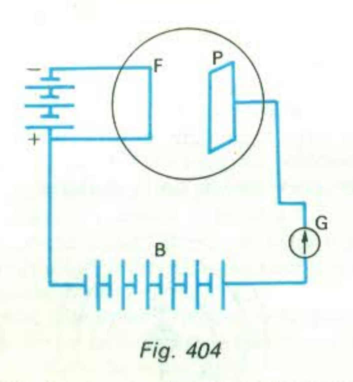


Fig. 404

placa está aislada y es neutra, los electrones se apartan poco del filamento; pero, cuando se establece una diferencia de potencial entre este último y aquélla por medio de una batería B, de forma que el potencial de la placa sea el mayor, los electrones son atraídos por ella y se observa con un galvanómetro G que pasa una corriente. Los electrones, al llegar a la placa, neutralizan en cada instante una parte de la electricidad positiva de la misma, mientras que la batería B suministra a la placa la electricidad que ésta pierde y que constituye la corriente entre la placa y el filamento.

Para una diferencia de potencial dada, la intensidad de la corriente aumenta con la temperatura del filamento.

Para una temperatura determinada del filamento, la corriente se eleva cuando crece la diferencia de potencial y se vuelve constante a partir de cierto valor de esta última, como queda representado por la curva de la figura 405, en la cual aparecen en abscisas las diferencias de potencial filamento-placa, y en ordenadas las intensidades de la corriente. La corriente máxima que puede obtenerse para una temperatura dada del filamento

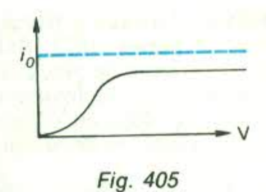


Fig. 405

recibe el nombre de *corriente de saturación* y corresponde a diferencias de potencial tales que todos los electrones emitidos por el filamento sean captados por la placa.

Energía cinética de los electrones. — Al pasar del filamento a la placa, el electrón adquiere la energía eV (e = carga; V = diferencia de potencial), que aparece en forma de energía cinética $\frac{1}{2}mv^2$; se tendrá entonces, por consiguiente,

$$\frac{1}{2}mv^2 = e\mathrm{V}$$

de donde

$$v^2 = \frac{2e}{m}\mathrm{V}$$

lo que, para una diferencia de potencial de 80 voltios (u 8.10^9 u. e. m.), da una velocidad de 5 000 kilómetros por segundo. Esta energía cinética es absorbida por la placa que, naturalmente, se calienta.

La fórmula $\frac{1}{2}mv^2 = e\mathrm{V}$ se aplica a los electrones de los rayos catódicos e indica el valor máximo que puede alcanzar un electrón para una diferencia de potencial dada. Se trata de un valor máximo, porque los electrones, cuando proceden del interior del cátodo, sufren choques que disminuyen su velocidad. La medida de la velocidad de los electrones ha permitido comprobar la exactidud de la fórmula $\frac{1}{2}mv^2 = e\mathrm{V}$.

Teoría del fenómeno termoiónico. — Para extraer un electrón del filamento se debe efectuar un trabajo W, que corresponde a las fuerzas ejercidas sobre aquél por los núcleos de los átomos. Los electrones, a causa de la agitación térmica, poseen cierta energía cinética w y sólo saldrán los que se presenten de tal forma que $w > \mathrm{W}$.

Aplicando un cálculo análogo al de la teoría cinética de los gases se puede evaluar la proporción de electrones que, a una temperatura T, tienen una energía superior a W. El número de electrones que salen aumenta más rápidamente que el cuadrado de la temperatura absoluta.

Aplicaciones de este fenómeno. — El fenómeno termoiónico, es decir, la emisión de electrones por los cuerpos incandescentes, tiene varias aplicaciones, como la *válvula termoiónica*, los *tubos de Coolidge* y el *triodo*.

La válvula termoiónica se emplea para rectificar las corrientes alternas y consta de una placa y de un filamento. Si se establece entre ambos una diferencia de potencial alterna, la corriente sólo pasa cuando la placa es positiva y, por tanto, se rectifica. Actualmente se construyen válvulas capaces de rectificar una potencia de 70 kilovatios bajo una tensión de varios millares de voltios, pero, en este caso, es necesario refrigerar la placa por una corriente de agua.

Los tubos de Coolidge son tubos de Crookes en los que el cátodo está incandescente; si se establece una diferencia de potencial de 200 000 a 300 000 voltios, los electrones adquieren velocidades que pueden alcanzar unos 250 000 kilómetros por segundo.

Lámpara de tres electrodos o triodo. — El ingeniero norteamericano Lee de **Forest** (1873-1961) intentó ejercer una influencia en la corriente de placa desde el exterior y para ello añadió un electrodo suplementario, denominado *rejilla,* que consiste (*fig.* 406) en un enrejado colocado entre el filamento y la placa, es decir, en la trayectoria de los electrones, y que tiene un potencial variable. Existen, por consiguiente, tres circuitos : el de la placa, el de la rejilla y el del filamento, cuyo punto común está constituido por una de las extremidades de este último. La rejilla, si es negativa, disminuirá la atracción de la placa sobre los electrones y reducirá la corriente de placa, pero, si es positiva, su acción se sumará a la del ánodo y la corriente aumentará. Permite, por tanto, regular el flujo de electrones procedentes de la placa.

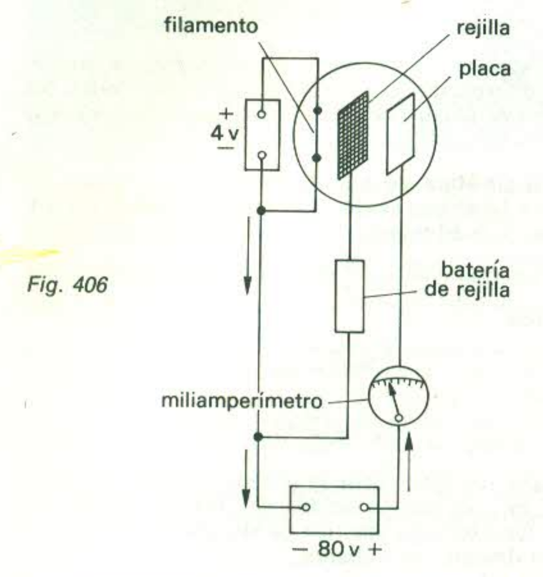


Fig. 406

El triodo se utiliza como oscilador en la emisión, como detector en la recepción y como amplificador para volver más fuerte la corriente recibida.

Rayos positivos. — En 1886, el físico alemán Eugen **Goldstein** (1850-1930) descubrió los *rayos positivos* al utilizar en un tubo de Crookes un cátodo en el que se habían practicado orificios. Observó que aquéllos pasaban a través de estos últimos y se propagaban detrás del cátodo, es decir, en sentido inverso de los rayos catódicos (*fig.* 407). Los *rayos positivos* excitan la fluorescencia de cierto número de cuerpos, en particular de la willemita, silicato de cinc, e impresionan las placas fotográficas.

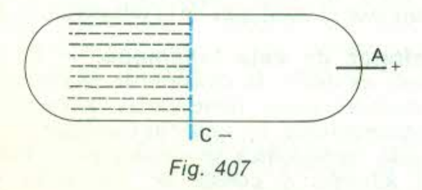


Fig. 407

Se puede aumentar su intensidad empleando un ánodo puntiagudo e incandescente y reduciendo la presión en la ampolla a menos de $\frac{1}{1\,000}$ de milímetro de mercurio. En estas condiciones, no se establece radiación catódica alguna (presión demasiado baja), pero aparece, en cambio, una *radiación anódica* que se propaga en línea recta a partir del ánodo.

Naturaleza. — Los rayos positivos son desviados por los campos magnéticos y eléctricos y, como poseen una energía cinética y una carga eléctrica positiva, se ha llegado a la conclusión de que están constituidos por partículas electrizadas positivamente. Al proceder de la misma manera que para el electrón, se han podido medir las velocidades v, que son mucho más reducidas que las de los rayos catódicos y oscilan entre 1 000 y 10 000 kilómetros por segundo, y la relación $\frac{e}{m}$, que es también mucho más pequeña y varía esencialmente con la naturaleza del gas contenido en el tubo de Crookes o con la del ánodo, si se trata de una radiación anódica. Se comprueba incluso que, para una radiación positiva dada, no todas las partículas tienen la misma relación $\frac{e}{m}$.

Para explicar estos resultados, se ha admitido que los rayos positivos están constituidos por átomos o grupos de átomos electrizados con una carga eléctrica igual a un número entero de veces, generalmente pequeño, la carga elemental. La diferencia de la partícula positiva con el electrón es considerable, ya que este último es un « grano » de electricidad negativa sin soporte material, mientras que la carga positiva elemental implica un soporte material.

Partiendo de esta hipótesis, se ha podido determinar que los valores de $\frac{e}{m}$ encontrados para los rayos positivos del oxígeno correspondían a las partículas simbolizadas por $O+$, O_2+, O_3+, $O++$, lo que significa que estas últimas están constituidas por uno ($O+$), dos (O_2) o tres (O_3) átomos de oxígeno que llevan una ($O+$, O_2+, etc.) o dos ($O++$) cargas elementales.

Como se observa que estas partículas ofrecen una gran analogía con los iones electrolíticos, en lo sucesivo se denominarán *iones*.

Los iones más ligeros que se conocen tienen una masa sensiblemente idéntica a la del átomo de hidrógeno y una carga siempre igual y de signo contrario a la del electrón. Reciben el nombre de *protones* y se consideran como constituyentes universales de la materia.

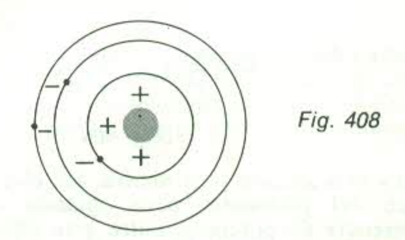


Fig. 408

El átomo. — Como es siempre idéntico a sí mismo, cualquiera que sea la naturaleza del filamento en el efecto termoiónico o la del cátodo en la radiación catódica, *el electrón puede considerarse como un constituyente universal de la materia.*

El *átomo* está formado por un núcleo cargado positivamente alrededor del cual giran electrones (*fig.* 408), del mismo modo que los planetas que rodean el Sol. Al ser idénticos todos los electrones, los átomos sólo difieren por la naturaleza del núcleo y por el número de electrones libres. La carga del núcleo es, naturalmente, igual a la carga total de los electrones, de forma que el átomo es eléctricamente neutro. Si éste pierde un electrón, se convierte en ion, con una carga elemental positiva. Como la masa de un electrón es siempre inferior a la milésima parte de la del átomo, la del ion positivo viene a ser prácticamente equivalente a la del átomo, pero

éste puede captar un electrón en lugar de perderlo y, en este caso, se convierte en un ion negativo. Existen efectivamente tales iones, que son muy diferentes de los electrones por su masa.

El más sencillo de todos los átomos es el de hidrógeno, cuyo núcleo consta de un protón, alrededor del cual gira un electrón.

Efecto fotoeléctrico. — Cuando se proyecta sobre un metal una radiación luminosa adecuada, éste emite electrones. Este fenómeno, denominado *efecto fotoeléctrico*, fue descubierto por Hertz en 1887 y se pone fácilmente de manifiesto si se ilumina con un haz que contiene numerosos rayos ultravioleta una placa de cinc limpia colocada en el platillo de un electroscopio cargado (*fig.* 409). Si este último está cargado negativamente, se descarga y, si tiene electricidad positiva, la conserva. En

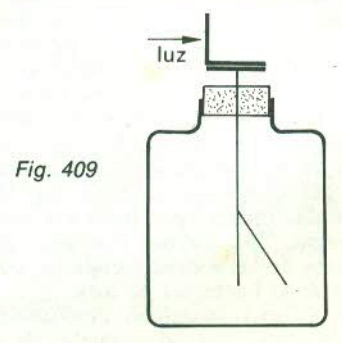


Fig. 409

el primer caso, los electrones emitidos por el cinc son repelidos y, en el segundo, son atraídos y vuelven a la placa de cinc.

El fenómeno es general, no sólo para los metales, sino también, al parecer, para la mayoría de los cuerpos. Si se considera únicamente el efecto fotoeléctrico de los metales colocados en el vacío, suponiendo que la superficie de éstos se encuentre perfectamente limpia y sin oxidaciones, se comprueba que la relación $\frac{e}{m}$ de las partículas negativas emitidas por un metal bajo el efecto de las radiaciones luminosas es igual a $1{,}77.10^{7}$ u. e. m., y que, para un metal dado, el efecto fotoeléctrico sólo se produce en radiaciones cuyas frecuencias son superiores a una frecuencia límite ν_0.

El cinc emite electrones únicamente para radiaciones ultravioleta y, como la frecuencia límite corresponde para los metales alcalinos a radiaciones visibles, o incluso al infrarrojo, se ha estudiado sobre todo el efecto fotoeléctrico de estos últimos.

Célula fotoeléctrica. — Una *célula fotoeléctrica* es una ampolla sin aire, cuya pared interior está cubierta parcialmente por un depósito metálico, que suele ser de potasio (*fig.* 410). Un anillo C recoge los electrones emitidos, gracias a una diferencia de potencial de un centenar de voltios establecida entre aquél y el metal. Al recibir luz la célula, pasa una corriente que va del anillo al metal y cuya intensidad mide el *número de electrones emitidos*. Éste *es proporcional al flujo luminoso que recibe la célula*. Esta ley ha permitido emplear una célula fotoeléctrica para la mediciones fotométricas, que se obtienen de este modo con más precisión, pero con menos sensibilidad que por medio de los métodos habituales. También se utiliza para ciertas señalizaciones, escogiendo un metal sensible a las radiaciones infrarrojas; desde el momento en que un obstáculo detiene el haz de rayos infrarrojos, se interrumpe la corriente de la célula, lo que pone en funcionamiento la señalización o cualquier otro dispositivo.

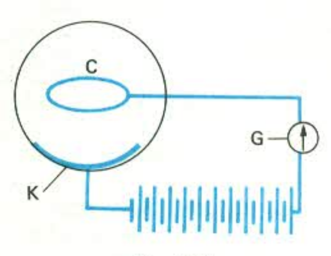


Fig. 410

Teoría de los cuantos o quanta. — *Relación de Einstein.* — La teoría cuántica fue formulada en 1900 por el gran físico alemán Max Karl Ernst Ludwig **Planck** (1858-1947). Cuando un metal emite electrones por efecto de una radiación, la energía electromagnética proporcionada por ésta se transforma en cinética y se comprueba que los *cambios de energía entre la materia y las radiaciones electromagnéticas* (ondas hertzianas, luz, rayos X) *se hacen de una manera discontinua,* es decir, que la energía cambiada entre la materia y la radiación es siempre igual a un número entero de veces una cantidad elemental de energía denominada *quantum, cuanto de energía* o simplemente *cuanto,* que es *proporcional a la frecuencia de la radiación electromagnética que interviene.* Si q es el cuanto de energía y ν la frecuencia de radiación, se tendrá $q = h\nu$, siendo h una constante universal llamada *constante de Planck,* que vale $6{,}55.10^{-27}$ unidades C. G. S.

Al aplicar esto al efecto fotoeléctrico, cuando se emite un electrón con la velocidad v, su energía cinética es igual a $\frac{1}{2} mv^2$ y, en virtud del principio de conservación de la energía, se tendrá $\frac{1}{2} mv^2 = h\nu$.

Esta relación se conoce con el nombre de *relación de Einstein.*

En realidad, para arrancar el electrón del metal, hace falta cierta energía W_0, que sólo depende de la naturaleza de éste y deberá escribirse

$$\frac{1}{2} mv^2 + W_0 = h\nu$$

$$\text{o} \quad \frac{1}{2} mv^2 = h\nu - W_0$$

Esta relación muestra que podrá emitirse el electrón, es decir, habrá efecto fotoeléctrico únicamente cuando

$$h\nu > W_0 \quad \text{o} \quad \nu > \frac{W_0}{h}$$

Esto viene a corroborar la ley experimental enunciada anteriormente, según la cual el efecto fotoeléctrico sólo se produce, para un metal dado, en radiaciones cuya frecuencia es superior a una frecuencia límite ν_0, y se tendrá $\nu_0 = \frac{W_0}{h}$.

La relación $\frac{1}{2} mv^2 = h\nu - W_0$ es válida únicamente para los electrones arrancados en la superficie del metal, ya que los que proceden de las capas más profundas pueden haber sufrido choques con los átomos del metal que hayan reducido su velocidad; v es, por consiguiente, la velocidad máxima de los electrones. Para medir esta magnitud se coloca frente al metal una placa π a un potencial negativo $-V$, que los electrones sólo pueden

alcanzar si el trabajo que proporcionan contra el campo eléctrico, trabajo igual a eV, es inferior a su energía cinética. El potencial $-V$, para el cual los electrones ya no llegan a la placa, se obtiene cuando la intensidad de la corriente que va de la placa al metal es nula y se tiene

$$\frac{1}{2} mv^2 = eV \quad \text{de donde} \quad v = \sqrt{2\frac{e}{m}V}$$

Los resultados obtenidos concuerdan con la relación de Einstein, en particular por lo que se refiere a la velocidad máxima de los electrones que sólo depende de la *frecuencia* ν de la radiación y no de la intensidad de la misma.

Potencial de extracción de los electrones. — Puede escribirse $W_0 = eV$. V será el potencial mínimo que permita proporcionar a un electrón una energía suficiente para que abandone el metal. Recibe el nombre de *potencial de extracción* y sirve para vencer las fuerzas de atracción ejercidas por las cargas positivas que la salida del electrón deja en el metal. Varía con la naturaleza de este último como se puede comprobar en el cuadro siguiente :

Na 2,5 voltios	Fe 4,8 voltios
K 2,3 voltios	Ni 5,0 voltios
Rb 2,1 voltios	Mo 4,1 voltios
Cs 1,8 voltios	Mg 2,4 voltios
Zn 3,4 voltios	Ca 2,3 voltios

Para que una radiación de longitud de onda λ produzca un efecto fotoeléctrico, es necesario que se tenga

$$h\nu = \frac{hc}{\lambda} > eV$$

para $V = 3,1$ voltios, se tiene $\lambda = 4\,000$ Å, que corresponde al límite de la luz visible. Los metales para los cuales $V > 3,1$ no producirán efecto fotoeléctrico con la luz visible. Es el caso, por ejemplo, del cinc, que sólo emite electrones por el efecto debido a las radiaciones ultravioleta.

Rayos X. — En 1895, el físico alemán Wilhelm Conrad **Röntgen** (1845-1923) descubrió los *rayos X,* que denominó así porque desconocía su naturaleza, explicada más tarde (1912) por Max **von Laue** (1879-1960), científico de la misma nacionalidad.

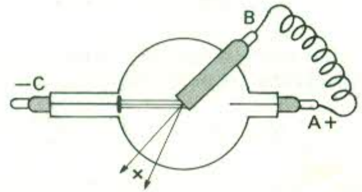


Fig. 411

La radiación X se produce cuando un haz de rayos catódicos es detenido por un obstáculo metálico. Para obtener haces intensos de rayos X se utilizan tubos de Crookes o de Coolidge, con un cátodo cóncavo, y se coloca en el punto de convergencia de los rayos catódicos el obstáculo metálico B (*fig.* 411), denominado *anticátodo* y generalmente conectado con el ánodo. El bombardeo electrónico provoca el calentamiento del anticátodo, que, por este motivo, se escoge grueso y se suele refrigerar con una corriente de agua. Los tubos de Coolidge son los más empleados actualmente porque tienen mejor rendimiento que los de Crookes, que requieren, además, un sistema regulador de la presión.

Propiedades. — Los rayos X, llamados también *rayos Röntgen*, provocan la fluorescencia del platinocianuro de bario y del tungstato de cadmio e impresionan, además, las placas fotográficas. Para detectarlos, se utilizan, por tanto, pantallas de platinocianuro de bario o una placa fotográfica.

Se propagan en línea recta a través de todas las sustancias y se dejan absorber muy poco por ellas, lo que constituye su propiedad más importante. En efecto, mientras que un haz de luz es detenido por un simple papel negro, los rayos X atraviesan espesores considerables de materias como el cuerpo humano, una pared o unas tablas de madera.

Los metales son los que presentan el mayor poder absorbente y éste aumenta con la masa atómica del metal. Así, una pantalla de plomo de 2 cm de espesor detiene casi todos los rayos X (masa atómica del plomo = 207,2).

Cuando se ilumina un objeto con rayos X, las partes más absorbentes producen sombras, que pueden observarse en una pantalla fluorescente (radioscopia) o en una placa fotográfica (radiografía). Tanto una como otra se utilizan mucho en Medicina para descubrir fracturas del esqueleto, al ser éste bastante opaco a los rayos X, o para determinar lesiones de órganos. Con objeto de hacer más visible la imagen del estómago se hace ingerir a los enfermos una sustancia opaca, que suele ser una sal de bario. En metalurgia, los rayos Röntgen permiten encontrar los defectos de las piezas metálicas, como por ejemplo, la presencia de burbujas de aire.

Al recibir rayos X, una sustancia cualquiera emite electrones, que están generalmente animados de grandes velocidades, y este fenómeno puede compararse con el efecto fotoeléctrico. Cuando se trata de un gas, los electrones emitidos provocan la ionización del mismo y la medida de esta última sirve para conocer la intensidad del haz de rayos Röntgen.

Una irradiación prolongada de rayos X es peligrosa para el organismo porque produce quemaduras cuya curación es muchas veces imposible. Para evitar este riesgo se utilizan pantallas de plomo y delantales que contienen este metal.

Naturaleza. — Como los rayos X no son desviados por campos eléctricos o magnéticos y tienen una velocidad de propagación igual a la de la luz, se ha llegado a la conclusión de que son de naturaleza análoga a las radiaciones luminosas, de las que sólo difieren por la longitud de onda. Se intentó demostrar esta hipótesis por medio de experimentos de reflexión, refracción y difracción, propios de la Óptica, pero no se consiguió hasta 1912, año en que Max von Laue logró provocar fenómenos de difracción al utilizar un cristal que constituye, en realidad, una red. Más tarde se pudo obtener asimismo la reflexión, la refracción e incluso la difracción de los rayos X por medio de las redes corrientes de la Óptica, pero se empleó siempre para ello *incidencias rasantes*, es decir, ángulos de incidencia que sólo deben diferir unos minutos de 90^0.

Las longitudes de onda de los rayos X son muy pequeñas, puesto que oscilan entre 500 angströms y 0,1. Cabe recordar que la longitud de onda de la raya amarilla del sodio alcanza 5 890 angströms y que el angström vale $\frac{1}{10\,000}$ de micra o $\frac{1}{10\,000\,000}$ de milímetro.

Los rayos de grandes longitudes de onda, es decir, de 100 a 10 angströms, se denominan *rayos blandos,* porque son poco penetrantes y una capa de aire de algunos centímetros de espesor basta para detenerlos. Tienen, por consiguiente, una penetración mucho menor que las radiaciones luminosas.

Los *rayos duros,* de longitudes de onda cortas, que se sitúan entre unos angströms y algunas décimas de amgström, son, en cambio, muy penetrantes.

Aplicaciones de la teoría cuántica a los rayos X. — Los rayos Röntgen se producen cuando la energía cinética de los electrones se convierte en electromagnética. Como esta transformación es cuántica, puede aplicarse la relación de Einstein. Si ν es la frecuencia de la radiación X y $\frac{1}{2}mv^2$ la energía cinética de un electrón, se tendrá

$$h\nu = \frac{1}{2}mv^2$$

Pero la energía cinética del electrón no se transforma totalmente en radiación X, sino que parte de ella se convierte en calor, de forma que la frecuencia ν de la fórmula anterior es la frecuencia máxima de los rayos X que se puede obtener al detener electrones de velocidad v. Se tiene además $\frac{1}{2}mv^2 = e\mathrm{V}$, donde V es la diferencia de potencial que produce la emisión de electrones. Para una diferencia de potencial dada, sólo podrán obtenerse, por consiguiente, rayos X de frecuencia superior a

$$\nu = \frac{e\mathrm{V}}{h}$$

o de longitud de onda inferior a

$$\lambda = \frac{hc}{e\mathrm{V}}, \text{ puesto que } \lambda = \frac{c}{\nu}$$

donde c es la velocidad que tiene la luz y, por consiguiente, la radiación X.

Esta fórmula se puede confirmar por experimentos. Para una diferencia de potencial dada se obtienen rayos de longitudes de onda muy diferentes, pero siempre superiores o iguales al límite calculado por la relación de Einstein.

Cuando una sustancia cualquiera recibe un haz de rayos X, emite electrones y, también en este caso, deberá aplicarse la relación de Einstein.

Espectro corpuscular. — La absorción de los rayos X por un cuerpo dado y para un espesor determinado disminuye cuando aumenta la frecuencia de la radiación,

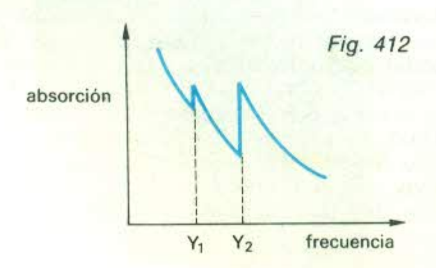


Fig. 412

pero el fenómeno es discontinuo. En la curva de la figura 412 se ha representado la absorción en ordenadas y las frecuencias en abscisas y se observa que la absorción aumenta bruscamente para ciertas frecuencias ν_1, ν_2, que son características de los elementos químicos constitutivos de la pantalla absorbente.

Se admite que las *discontinuidades de absorción* corresponden a la emisión de electrones, es decir, que los cuantos h_1, h_2, etc. representan la energía necesaria para arrancar ciertos electrones a la pantalla absorbente. Cuando la frecuencia es inferior a ν_1, la radiación X sólo da cuantos inferiores a $h\nu_1$ y no puede arrancarse ningún electrón, pero, una vez alcanzada la frecuencia ν_1, se arranca un electrón y desaparece una parte de la energía de la radiación X, lo que produce un aumento de la absorción.

La desviación magnética permite medir las velocidades de los electrones arrancados por la radiación X y se utiliza para ello un aparato concebido de tal modo que todos los electrones de la misma velocidad formen, después de haber atravesado una rendija F (*fig.* 413), una raya fina R

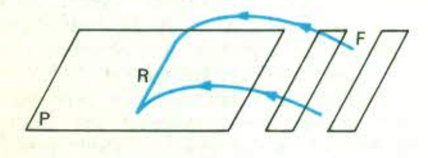


Fig. 413

en una placa fotográfica P. Si se emplea una radiación de frecuencia ν, superior a las frecuencias ν_1 y ν_2, los cuantos $h\nu_1$ y $h\nu_2$ representan las energías necesarias para arrancar los electrones, y las cantidades $h(\nu - \nu_1)$ y $h(\nu - \nu_2)$ son las energías transformadas en energía cinética; si v_1 y v_2 son las velocidades de los electrones que corresponden a las frecuencias ν_1 y ν_2, se tendrá

$$\frac{1}{2}mv_1^2 = h(\nu - \nu_1) \quad \text{y} \quad \frac{1}{2}mv_2^2 = h(\nu - \nu_2)$$

En realidad, v_1 y v_2 son velocidades máximas, ya que los electrones pueden sufrir choques, y se obtienen electrones de velocidades muy diferentes. La placa fotográfica tendrá el aspecto representado en la figura 414, es decir, que los electrones no forman rayas, sino bandas, muy claramente delimitadas del lado de las grandes velocidades, y estos límites corresponden a las velocidades máximas v_1 y v_2. Se comprueba experimentalmente de esta forma la relación de Einstein, con una precisión de algunas milésimas. Si se conoce la frecuencia ν, podrá determinarse la discontinuidad de absorción ν_1 y ν_2 e, inversamente, si se conocen ν_1 y ν_2, podrá calcularse ν, lo cual constituye un procedimiento de medición de las frecuencias de los rayos X, que sólo se aplica para las grandes frecuencias, cuya determinación resulta imposible por medio de la difracción cristalina.

La figura 414 recuerda el espectro óptico y recibe, por tanto, el nombre de *espectro corpuscular.*

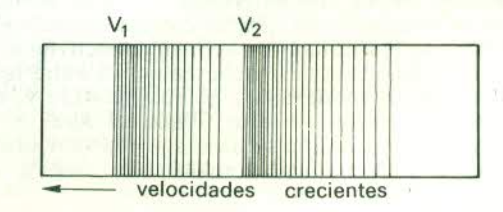


Fig. 414

OBSERVACIÓN. — Las energías $h\nu_1$ y $h\nu_2$ necesarias para arrancar electrones por la radiación X son mucho mayores que la energía $h\nu$ requerida con el mismo objeto si se utiliza una radiación luminosa o ultravioleta (efecto fotoeléctrico), porque no se trata de los mismos electrones y, mientras que los primeros están muy cerca del núcleo, los otros se encuentran muy alejados de él.

Las velocidades de los electrones arrancados por los rayos X son del orden de 100 000 kilómetros por segundo.

Física atómica y radiaciones

Reseña histórica. — La Física molecular y atómica ha alcanzado, en la época moderna, un gran desarrollo y los conocimientos sobre la estructura de la materia han progresado gracias a los descubrimientos del efecto fotoeléctrico, de las emisiones electrónicas, de la difracción de los rayos X y de la radiactividad. Este último fenómeno fue señalado por primera vez, en 1896, por el físico francés Henri **Becquerel** (1852-1908), quien observó que el uranio y las sales de este metal emitían radiaciones capaces de atravesar los cuerpos y de impresionar una placa fotográfica. Dos científicos de la misma nacionalidad, los esposos Pierre (1859-1906) y Marie **Curie** (1867-1934), realizaron investigaciones que les llevaron a aislar el polonio y el radio, y su hija Irène (1897-1956) descubrió, con su marido Frédéric **Joliot-Curie** (1900-1958), la radiactividad artificial mediante el bombardeo del boro, del aluminio y del magnesio por partículas alfa.

Durante el siglo XX, han aparecido sucesivamente la teoría de la relatividad establecida por el físico norteamericano de origen alemán Albert **Einstein** (1879-1955), la cuántica formulada por Max **Planck** (1858-1947), científico nativo del mismo país, y la Mecánica ondulatoria del francés Louis **de Broglie,** n. en 1892, que concilia la teoría de la emisión y la ondulatoria y cuyas consecuencias están revolucionando la ciencia moderna.

La radiactividad tiene numerosas aplicaciones no sólo en Física, sino también en otros campos muy variados, como la Química, Biología, Agricultura, Medicina, Metalurgia, Historia y Geología.

37. — Radiactividad natural

Cuerpos radiactivos naturales. Medición de la radiactividad. Radiaciones radiactivas. *Propiedades generales. Naturaleza.* Rayos α. Trayectorias de las partículas α. Rayos β. Rayos γ. Calor desprendido por los elementos radiactivos. Emanación del radio. Período de un cuerpo radiactivo. Origen del radio y edad de los minerales. Descendencia radiactiva. Clasificación de Mendeleiev y número atómico. Leyes de Soddy. Isótopos. Número de electrones planetarios. Dimensiones del núcleo y del átomo.

Cuerpos radiactivos naturales. — Entre los cuerpos radiactivos naturales que se conocen actualmente, el más importante es el *radio,* descubierto en 1898 por los esposos Curie en ciertos minerales que contienen uranio. Es un elemento varios millones de veces más activo que el uranio y se presta mejor que los demás al estudio de la radiactividad. Desde el punto de vista químico, es un metal análogo al bario, del cual se separa difícilmente, excepto si se aprovecha la diferencia de solubilidad que existe entre los bromuros de estos dos cuerpos. Aunque en 1910 se preparó en estado metálico, ahora se utiliza siempre en forma de sal. La radiactividad es, en efecto, una propiedad atómica que no depende de las combinaciones químicas en las cuales intervienen los elementos radiactivos.

Medición de la radiactividad. — Las sustancias radiactivas ionizan el aire que las rodea y la medición de esta ionización indica también la de la radiactividad. Para efectuarla se coloca la sustancia radiactiva entre las dos armaduras de un condensador plano (*fig.* 415) y, como entre las dos placas de este último el aire se hace conductor, el condensador se descarga y la velocidad con que pierde su electricidad constituye la medida de la ionización del aire.

\+ + + + + + +

Fig. 415

− − − − − − −

Estas mediciones han permitido comprobar que la radiactividad de un cuerpo es proporcional a la masa del elemento radiactivo contenido y no depende de la naturaleza química del compuesto en el cual entra este último y que la radiactividad de un elemento es una constante, en la cual no actúa ningún factor físico conocido. La radiactividad del radio es la misma en el hidrógeno líquido (−250 °C) o al rojo.

Radiaciones radiactivas. — *Propiedades generales.* — Las radiaciones radiactivas impresionan las placas fotográficas, descomponen el ácido nítrico, transforman el fósforo blanco en rojo, poseen propiedades químicas y vuelven luminiscentes muchas sustancias. Esta última característica se utiliza en las esferas luminosas de los relojes, que se cubren de sulfuro de cinc con pequeñas cantidades de radio. Este elemento tiene también efectos fisiológicos que se emplean en Medicina, pero que pueden provocar quemaduras muy peligrosas e incluso mortales.

Naturaleza. — Los campos magnéticos y eléctricos separan las radiaciones radiactivas en tres partes, designadas por radiación α (alfa), radiación β (beta) y radiación γ (gamma). Las desviaciones experimentadas por los *rayos* α bajo la acción de los campos eléctrico y magnético son análogas a las de los *rayos positivos,* las de los *rayos* β son del mismo sentido que las de los *rayos catódicos,* es decir, inverso al de los rayos α, y los *rayos* γ no se desvían (*fig.* 416). Se llega, por tanto, a la conclusión de que los rayos α están constituidos por cargas positivas en movimiento y los rayos β por cargas negativas, mientras que los rayos γ son análogos a los rayos X, pero de longitudes de onda más pequeñas.

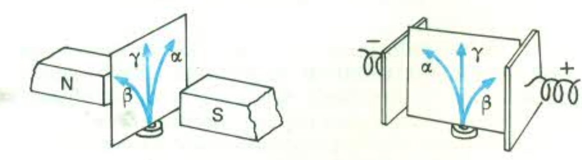


Fig. 416. Acción de un campo magnético y de un campo eléctrico sobre los rayos α, β y γ.

Rayos α. — Las medidas de la velocidad y del cociente $\frac{e}{m}$ de las partículas α han permitido comprobar que la velocidad, situada entre 15 000 y 25 000 kilómetros por segundo, depende del elemento que produce la radiación, y que el cociente $\frac{e}{m}$ es constante, cualquiera que sea el elemento radiactivo empleado, e igual a 4 800 u. e. m.

Para conocer la naturaleza de la partícula α, es necesario determinar la carga e, de la cual se deducirá la masa. Se cuenta en primer lugar el número de partículas α emitido por un peso determinado de radio y se mide después la carga transportada por el haz de rayos α recogiéndola en un cilindro de Faraday. A partir de estos datos puede calcularse la carga de cada una de las partículas.

Para contar las partículas α, éstas se dirigen hacia una pantalla cubierta de sulfuro de cinc. Cada vez que una de ellas tropieza con esta última, se produce un centelleo y, al utilizar una pantalla pequeña de 0,5 cm^2, colocada a un centímetro de una millonésima de miligramo de radio, pueden contarse 5 ó 6 partículas por segundo, de donde se deduce que una millonésima de miligramo de radio emite en todas las direcciones 140 partículas α por segundo, y que un miligramo de este elemento produce, por consiguiente, 140 millones.

La masa de la partícula α es la del átomo de helio. Puesto que éste se considera formado por un núcleo alrededor del cual gravitan dos electrones, la partícula α viene a ser este núcleo que, al fijar dos electrones, puede transformarse en helio.

Trayectorias de las partículas α. — El físico escocés Charles Thomson Rees **Wilson** (1869-1959) fotografió las trayectorias de las partículas α con un aparato que lleva su nombre, en el cual introdujo una cantidad pequeña de sustancia radiactiva. Una fracción de segundo después de la expansión que provoca la sobresaturación del vapor de agua, se produce una iluminación por una fuerte chispa eléctrica.

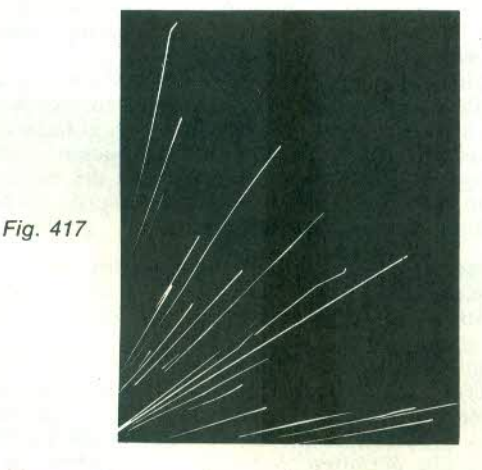


Fig. 417

La figura 417 es una fotografía de las trayectorias de las partículas α, donde se observa que éstas se terminan siempre en forma de corchete. La longitud de las trayectorias en el aire, a la presión atmosférica, varía según el elemento radiactivo considerado y es de unos centímetros. El cálculo demuestra que, durante este corto trayecto, una partícula α ioniza por lo menos 200 000 moléculas gaseosas, lo que permite comprender que una millonésima de miligramo de radio pueda detectarse por su radiactividad, ya que produce unas decenas de millones de iones por segundo.

Rayos β. — Las determinaciones de la velocidad y del cociente $\frac{e}{m}$ para los rayos β han permitido comprobar que un elemento radiactivo determinado emite partículas de velocidades muy diferentes, que oscilan entre 120 000 y 299 000 kilómetros por segundo, y que el cociente $\frac{e}{m}$ es el que caracteriza el electrón. Los rayos β son, por consiguiente, electrones animados de grandes velocidades y esto los hace mucho más penetrantes que los rayos α. Algunos de ellos pueden incluso atravesar capas de aluminio de varios milímetros de espesor.

Las partículas β no producen centelleo en una pantalla de sulfuro de cinc, pero provocan la ionización de los gases, de forma que se han podido fotografiar sus trayectorias. Éstas son curvas y, por consiguiente, los electrones son desviados por los átomos que atraviesan en un sentido inverso de lo que sucede en los rayos α.

Rayos γ. — Los rayos γ son muy penetrantes, puesto que algunos de ellos pueden atravesar placas de plomo de 22 centímetros de espesor. Sus longitudes de onda, medidas por difracción cristalina, en el caso de las de mayor magnitud, y por el método de los espectros corpusculares, son sumamente pequeñas, ya que oscilan entre centésimas y milésimas de angströms, es decir, entre una milmillonésima y una diezmilmillonésima de milímetro.

Se considera actualmente que los rayos γ son producidos en parte por el choque de los rayos β con los átomos del elemento radiactivo.

Calor desprendido por los elementos radiactivos. — Las partículas α y β poseen energía cinética que se transforma en calor cuando las detiene un obstáculo. Si se encierra una materia radiactiva en un recipiente, éste debe, por consiguiente, calentarse y se comprueba efectivamente que un gramo de radio desprende 132 calorías por hora. El cálculo muestra, además, que la mayor parte de esta energía procede de las partículas α, cuya masa es relativamente grande.

Emanación del radio. — Una sal de radio recién preparada sólo emite rayos α, pero, al cabo de cierto tiempo, produce también rayos β y γ. Se ha supuesto, por tanto, que el radio puro emite únicamente rayos α y que se transforma en otro elemento, llamado *emanación del radio,* que es el que emite los rayos β y γ. Este último ha podido aislarse de la forma siguiente : una corriente de aire atraviesa una sal de radio y, después, un recipiente refrigerado por aire líquido, lo que permite que la emanación se condense en forma de gas, de masa atómica 222 (la del radio es 226), que se licúa a $-71\,^0C$ a la presión atmosférica y que tiene propiedades químicas semejantes a las de los gases monoatómicos (helio, neón, etc.), lo cual indica que es un cuerpo inerte. La emanación del radio recibe el nombre de *radón,* cuyo símbolo es Rn.

En definitiva, el radio puro emite núcleos de helio, que llevan dos cargas positivas elementales, y átomos de radón, con dos cargas negativas elementales. El núcleo de helio captará dos electrones, convirtiéndose de este modo en helio, y los átomos de radón electrizados emitirán partículas β y se harán neutros. El radio (Ra = 226) se transforma, por consiguiente, en helio (He = 4) y en radón (Rn = 222) por el fenómeno denominado *transmutación química,* que está en contradicción con la ley de conservación de los elementos.

Período de un cuerpo radiactivo. — El radón se transforma a su vez emitiendo una radiación radiactiva; después de 3,83 días, una cantidad cualquiera de

emanación se reduce a la mitad; al cabo del mismo tiempo, sufre otra disminución de la mitad y, en un mes, la emanación ha desaparecido. Si, en el instante inicial, existían p_0 átomos de radón, transcurrido el tiempo t, quedarán sólo p, y la ley de desaparición podrá expresarse mediante la fórmula $p = \frac{p_0}{e^{\lambda T}}$, en la cual e es igual a 2,718 281 828... y λ es una constante llamada *constante radiactiva*. El tiempo necesario para que desaparezca la mitad de la emanación se llama *período* y se obtiene por la fórmula

$$\frac{p_0}{e^{\lambda T}} = \frac{p_0}{2}$$

de donde $e^{\lambda T} = 2$, o sea $\lambda T = 0{,}693$.

Todos los elementos radiactivos siguen esta ley, tienen una constante radiactiva λ y un período T que se consigue por la fórmula $\lambda T = 0{,}693$.

Los períodos de los elementos radiactivos oscilan entre una millonésima de segundo y cinco mil millones de años.

Origen del radio y edad de los minerales. — Como el período del radio es de 1 670 años, este elemento debería desaparecer al cabo de unos 12 000 años y no se debería encontrar en la Tierra si no se formase nuevamente. El físico inglés Frederick **Soddy** (1877-1956) demostró que el radio es un producto de transformación del uranio al preparar una sal de uranio pura y comprobar, después de varios años, que ésta había emitido emanación. Los minerales de radio contienen siempre uranio y en ellos se realiza un equilibrio entre ambos elementos, que permite evaluar el período del uranio en cinco mil millones de años calculándolo a partir del que corresponde al radio.

Se ha llegado incluso a deducir de las proporciones de uranio, helio y plomo (producto final de las transmutaciones radiactivas) contenidas en un mineral la edad del mismo, que asciende a 1 600 millones de años en algunos casos.

Este tipo de medidas de las edades geológicas y prehistóricas *(datación)* se ha perfeccionado recientemente gracias al empleo de otros elementos radiactivos, como el isótopo radiactivo del carbono, que se produce de modo constante por acción de la radiación cósmica y que ha permitido descubrir, con bastante precisión, la fecha de los fósiles.

Descendencia radiactiva. — La emanación del radio es un producto radiactivo que se transforma en otros elementos radiactivos. Éstos se depositan en las paredes del recipiente que contiene la emanación, confiriéndoles de este modo propiedades radiactivas, y se dice que existe *radiactividad inducida*. Ésta desaparece espontáneamente en media hora.

Se han podido caracterizar los diversos elementos de la transmutación del radio y se representa la *descendencia radiactiva del radio* por el siguiente esquema :

$$\text{Ra} \xrightarrow{\nearrow \alpha} \text{Rn} \xrightarrow{\nearrow \alpha} \text{Ra A} \xrightarrow{\nearrow \alpha} \text{Ra B} \xrightarrow{\nearrow \beta} \text{Ra C} \xrightarrow{\nearrow \beta}$$

$$\text{Ra C}' \xrightarrow{\nearrow \alpha} \text{Ra D} \xrightarrow{\nearrow \beta} \text{Ra E} \xrightarrow{\nearrow \beta} \text{Ra F} \xrightarrow{\nearrow \alpha} \text{Plomo}$$

en el que se indica la naturaleza de la radiación corpuscular, α o β, que acompaña las transmutaciones.

Algunos de estos productos son de períodos muy cortos; el del radio C′ es de $\frac{1}{1\,000\,000}$ de segundo. El producto final es plomo cuya masa atómica es 206, mientras que la del plomo ordinario es 207; se trata, por consiguiente, de un isótopo de este metal.

También se han establecido las filiaciones del uranio y el torio, que presentan bifurcaciones, pero cuyo producto final es siempre el plomo.

Clasificación de Mendeleiev y número atómico. — El químico ruso Dimitri Ivanovitch **Mendeleiev** (1834-1907) clasificó los elementos según el orden creciente de sus pesos atómicos, de tal forma que todos los cuerpos colocados en una misma columna tienen propiedades análogas (V. QUÍMICA).

Para establecer la periodicidad de las propiedades, Mendeleiev tuvo que hacer ciertas inversiones (por ejemplo, colocó el argón, A = 39,91, antes que el potasio, K = 39,09) y dejar algunas casillas vacías, en particular las correspondientes a los números 21, 31 y 32. Pero éstas se llenaron cuando, entre 1875 y 1888, se descubrieron tres elementos, el escandio, el galio y el germanio. En 1925 el cuadro constaba de 32 casillas, de las cuales cinco estaban vacías y, en 1934, sólo quedaban desocupados los números 85 y 87, donde se sitúan el astato (At) y el francio (Fr). Se ha llegado incluso a obtener elementos de número atómico superior a 92, que son los llamados *transuránicos :* el neptunio (93), el plutonio (94), el americio (95), el curio (96), el berkelio (97), el californio (98), el einstenio (99), el fermio (100), el mendelevio (101), el nobelio (102) y el lawrencio (103).

Se da el nombre de *número atómico* al de la casilla que ocupa un elemento en la clasificación periódica.

Leyes de Soddy. — Cuando se descubrieron los elementos radiactivos, se planteó el problema de la colocación de los mismos en el cuadro de Mendeleiev, pero el estudio de sus propiedades químicas permitió a Soddy establecer las siguientes leyes :

1.ª *Cuando una transmutación radiactiva se produce con emisión de rayos α, el elemento creado retrocede dos casillas en la clasificación y su número atómico disminuye en dos unidades;*

2.ª *Cuando una transmutación radiactiva se produce con emisión de rayos β, el elemento creado avanza una casilla en la clasificación y su número atómico aumenta en una unidad.*

Para aplicar estas leyes, se debe suponer que el cuadro está arrollado en un cilindro y el retroceso significa en este caso ir hacia la izquierda. Por ejemplo, el radio emite una radiación α y se transforma en emanación; como el radio ocupa la casilla 88, en la columna del berilio, la emanación está dos columnas más a la izquierda, es decir, en la columna del helio, en la casilla 88 − 2 = 86.

Isótopos. — Al aplicar las leyes de Soddy, se observa que algunas casillas pueden contener varios elementos. Es el caso, por ejemplo, de la 82, que corresponde al plomo y que encierra elementos de masas atómicas 206, 207 (plomo propiamente dicho), 208, 210, 212, 214... Estos cuerpos son *isótopos*. Tienen propiedades químicas absolutamente idénticas y sólo difieren por sus masas atómicas y propiedades radiactivas, que pueden ser muy distintas y que permiten, por tanto, separarlos. De ello resulta que las propiedades químicas y radiactivas están condicionadas por diferentes partes del edificio atómico.

En resumen, un mismo número atómico puede ser común a varios elementos de diversas masas atómicas, pero de propiedades químicas absolutamente idénticas, lo que justifica *a posteriori* las inversiones, como las del argón y el potasio, que se vio obligado a hacer Mendeleiev en el orden creciente de los pesos atómicos. Desde el punto de vista químico, un elemento se caracteriza por el número y no por el peso atómico. Por eso, el polonio y el radio D, cuyas masas atómicas son 210, pero cuyos

números atómicos son 84 y 82, tienen propiedades químicas tan diferentes como las del carbono y el oxígeno.

Número de electrones planetarios. — Cuando un cuerpo emite un corpúsculo α, la carga de su núcleo disminuye de dos cargas elementales y su número atómico de dos unidades; cuando un elemento emite una radiación β, la carga de su núcleo aumenta en una carga elemental y su número atómico en una unidad. Puede decirse, por consiguiente, que *el número atómico define el número de cargas elementales del núcleo* y, como la carga del núcleo es la suma de las cargas de los electrones planetarios, *el número atómico define el número de electrones planetarios*. El carbono, por ejemplo, al tener el número atómico 6, posee seis electrones planetarios y una masa atómica 12; la carga de su núcleo debe ser igual a 6 cargas elementales, lo que significa que este último está constituido por 6 protones y 6 neutrones.

Los dos isótopos del cloro, de masas atómicas 35 y 37 y de número atómico común 17, tienen átomos constituidos por 17 electrones planetarios que gravitan alrededor de núcleos formados por 17 protones unidos respectivamente a $35 - 17 = 18$ y $37 - 17 = 20$ neutrones. Esto demuestra que dos isótopos tienen el mismo número de electrones planetarios, pero núcleos diferentes. Las propiedades químicas dependen, por consiguiente, de los electrones planetarios y las radiactivas del núcleo.

No se sabe actualmente cuál es la disposición relativa de los protones y neutrones, pero se admite, en cambio, que los electrones planetarios se reparten en capas que contienen como máximo dos electrones para la primera, ocho para la segunda, diez y ocho para la tercera y, en general, $2n^2$ electrones para la capa n. Las filas o períodos de la clasificación de Mendeleiev corresponden al número de electrones de estas diferentes capas, por lo cual la primera fila sólo comprende dos elementos y la segunda ocho.

Dimensiones del núcleo y del átomo. — Toda la masa del átomo se concentra en el núcleo, cuya densidad es probablemente varios centenares de miles de millones de veces mayor que la del propio cuerpo.

Puede calcularse el radio del átomo; sabiendo, por ejemplo, que en 22 400 cm^3 existen $6 \cdot 10^{33}$ átomos, se encuentra un valor del orden de 10^{-8} cm, es decir, diez mil veces mayor que el radio del núcleo. Si se representa un átomo por una esfera de un metro de radio, el núcleo lo estará por una de $\frac{1}{10}$ de milímetro y los electrones por otras de $\frac{1}{100}$ de milímetro. Esto demuestra que la estructura de la materia es lagunar y que una partícula α o β puede atravesar muy fácilmente un átomo.

38. — Radiactividad artificial

Número de masa. Transmutación provocada. Radiactividad artificial de la materia. Fisión o escisión nuclear. Bomba atómica. Fusión nuclear. *Bomba termonuclear.*

Número de masa. — Para medir las masas de los átomos, se admite que la del átomo más abundante de oxígeno es igual a 16 y, en estas condiciones, la del hidrógeno equivale a 1,008 13. Se llama *número de masa* el entero más aproximado a la masa atómica exacta, medida considerando ${}^{16}_{8}O = 16$. Los elementos se representarán por los siguientes símbolos : ${}^{1}_{1}H$, hidrógeno; ${}^{2}_{1}H$, deuterio; ${}^{4}_{2}He$, helio; ${}^{27}_{13}Al$, aluminio; ${}^{226}_{88}Ra$, radio; ${}^{238}_{92}U$, uranio.

A la izquierda del símbolo químico se indica en la parte superior el número de masa y en la inferior el de la carga positiva del núcleo, que es igual al número de la casilla ocupada por dicho elemento en la clasificación periódica de Mendeleiev.

Los núcleos de los átomos se componen de protones y neutrones. El número átomico y el de masa corresponden, respectivamente, al número de protones y al número total de protones y neutrones que contiene el núcleo.

Transmutación provocada. — Los fenómenos de la radiactividad natural constituyen las primeras pruebas indiscutibles de la transformación de unos elementos en otros diferentes. El radio se convierte espontáneamente en un gas raro activo, llamado radón, con emisión de heliones, y puede escribirse la reacción nuclear siguiente :

$${}^{226}_{88}Ra \longrightarrow {}^{222}_{86}Rn + {}^{4}_{2}He$$

Las cantidades de los diversos elementos que entran en esta reacción son suficientes para que se puedan identificar química y espectroscópicamente. La serie de las transformaciones radiactivas proporciona numerosos ejemplos, en los cuales los elementos que intervienen se presentan en cantidades muy pequeñas y se identifican por los métodos especiales de la *radioquímica*. Esta ciencia, en la que se manipulan a veces masas de elementos del orden de 10^{-16} gramos, se fundamenta en el hecho de que la medición de las radiaciones emitidas permite dosificar y seguir las cantidades infinitesimales de materia radiactiva dispersas en las demás materias.

La serie de las transformaciones radiactivas y el examen de los valores numéricos de las masas de los diferentes núcleos demuestran que estos últimos deben estar constituidos por partículas elementales cuya naturaleza y número son característicos del núcleo considerado. Si, por un procedimiento apropiado, se llega a modificar el número o la naturaleza de las partículas, se convierte el núcleo en otro distinto. El físico inglés Ernest **Rutherford** (1871-1937) obtuvo en 1919 la primera transmutación provocada, al bombardear el nitrógeno con partículas α del radio C′, uno de los descendientes del radio. Observó en este experimento que se producía una emisión de rayos constituidos por núcleos de hidrógeno y, como ni el proyectil (la partícula α o helión), ni tampoco el blanco (el núcleo de nitrógeno), contenían hidrógeno libre, llegó a la conclusión de que el choque del helión con el núcleo de nitrógeno provocaba la fisión de este último y la proyección de uno de sus componentes, es decir, de un núcleo de hidrógeno (protón). El núcleo resultante tenía que ser, por tanto, diferente del inicial. La posibilidad de encuentro entre el helión y el núcleo es muy reducida y es necesario enviar aproximadamente un millón de heliones sobre la sustancia para producir una transmutación. El nuevo núcleo es estable y, aunque sea imposible identificar químicamente una cantidad de materia tan pequeña, el resultado obtenido es fundamental.

El mecanismo profundo de esta transmutación ha podido comprenderse gracias a las investigaciones del físico británico Patrick **Blackett** (1897-1977), quien empleó el método de las trayectorias de la cámara de Wilson. Al enviar rayos α dentro de este aparato, obtuvo algunas fotografías que ilustran el mecanismo de la transmutación. Cuando se produce el choque con el

núcleo de nitrógeno, la partícula α es capturada y al mismo tiempo un protón queda expulsado del núcleo.

Puede escribirse una reacción nuclear de modo análogo a lo que se hace en Química :

$$^{14}_{7}N + ^{4}_{2}He \longrightarrow ^{17}_{8}O + ^{1}_{1}H$$

El átomo de nitrógeno debe transformarse en átomo de oxígeno.

Debe haber conservación de la carga eléctrica y de los números de masa de los núcleos :

$$7 + 2 = 8 + 1 \quad y \quad 14 + 4 = 17 + 1$$

Los argumentos formulados por los físicos permiten pensar que este proceso corresponde a la realidad, pero ha sido imposible dar una prueba química de la formación del oxígeno mediante esta transmutación, por ser demasiado pequeño el número de átomos formados.

Después del descubrimiento de esta transmutación, se consiguieron otras muchas, como

$$^{27}_{13}Al + ^{4}_{2}H_2 \longrightarrow ^{30}_{14}Si + ^{1}_{1}H$$

Los que llevaron a cabo estas investigaciones provocaron numerosas transmutaciones de diversos tipos, diferentes de la que se acaba de describir. Los rayos α no producen siempre transmutaciones con emisión de núcleos de hidrógeno o protones, sino que a veces se emiten neutrones. Es el caso del núcleo del berilio que se transforma en carbono al capturar un helión, con emisión de un neutrón. Además de los rayos α, los proyectiles empleados pueden ser protones, deuterones o deutones y neutrones. Los dos primeros se producen en generadores especiales, como los tubos de alta tensión, ciclotrones y ciclosincrotrones, que permiten obtener proyectiles transmutadores con energías cinéticas considerables. En los Estados Unidos se ha llegado, por medio de un sincrotrón, a tener protones con energías cinéticas del orden de los dos mil millones de electronesvoltios. Actualmente se han realizado transmutaciones de varios tipos de todos los núcleos de los átomos conocidos.

Los neutrones empleados como proyectiles, al carecer de carga eléctrica, penetran fácilmente dentro de los núcleos y son, por tanto, los proyectiles más adecuados para provocar las transmutaciones. Por ejemplo :

$$^{14}_{7}N + ^{1}_{0}n = ^{11}_{5}B + ^{4}_{2}He; \quad ^{238}_{92}U + ^{1}_{0}n = ^{239}_{29}U + \text{fotón}$$

El nitrógeno se transforma en boro.

Las transmutaciones pueden ser exoenergéticas o endoenergéticas. En el primer caso se observa que, después de la explosión, las partículas en movimiento poseen más energía cinética que la partícula incidente. Este hecho puede parecer en contradicción con el principio de conservación de la energía, pero el exceso de energía encontrado después de la explosión resulta del núcleo transformado, cuya masa es un poco inferior a la que implicaría el principio de conservación de la masa. Según la *relación de Einstein*, la pérdida de una masa m corresponde a una liberación de energía igual a mc^2, en donde c es la velocidad de la luz, y esta energía de condensación de masa es la que se comunica a las partículas en forma de energía cinética. En todas las reacciones nucleares se conservan la energía y la cantidad de movimiento. Estas transmutaciones exoenergéticas son una prueba de la gran reserva de energía utilizable que existe en los núcleos.

Radiactividad artificial de la materia. — Se creyó hasta 1934 que todos los tipos de transmutaciones que se acaban de mencionar conducían a la formación de elementos estables ordinarios, y se hicieron varias tentativas para crear artificialmente la radiactividad de la materia. A principios de 1934, Frédéric Joliot e Irène Curie consiguieron demostrar que algunas transmutaciones originaban verdaderos radioelementos que, una vez producidos, se transformaban después de cierto tiempo en elementos estables, con emisión de electrones positivos o negativos.

Si se toma el caso concreto del aluminio, por ejemplo, elemento con el que se hicieron los primeros experimentos, y se irradia este metal con las partículas α que emite el polonio, fuente radiactiva natural (*fig.* 418), se observa que más de mil millones de proyectiles alcanzan, cada segundo, el aluminio y provocan en él transmutaciones. Después de una hora de irradiación, al alejar la fuente de partículas, se comprueba que la superficie del metal, que era inicialmente inactiva, se ha vuelto activa y emite electrones positivos. Los caracteres de esta emisión son completamente análogos a los de las desintegraciones de los radioelementos naturales. Los dos físicos anteriormente mencionados midieron el período de disminución de la radiactividad, que era de tres minutos, y se pudo observar la actividad del producto más de media hora después de su formación.

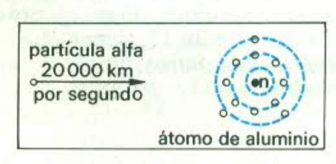


Fig. 418

La creación de este radioelemento se interpreta de la forma siguiente :

primera transmutación provocada :

$$^{27}_{13}Al + ^{4}_{2}He = ^{30}_{15}P + ^{1}_{0}n$$

segunda transmutación espontánea :

$$^{30}_{15}P \longrightarrow ^{30}_{14}Si + \text{electrón positivo}$$

La primera transmutación instantánea origina un núcleo de fósforo radiactivo, que es un isótopo del fósforo ordinario de masa 31 y no se encuentra en la Naturaleza. El fósforo formado se transforma después espontáneamente en silicio y esto constituye la segunda fase de la transmutación, en la cual no puede haber ninguna intervención humana.

En el caso del boro, se forma un nitrógeno radiactivo, de período diez minutos treinta segundos, mientras que, cuando se trata del magnesio, aparecen silicio y aluminio radiactivos.

Inmediatamente después de estos primeros experimentos, podía preverse que proyectiles distintos de las partículas α permitirían crear otros radioelementos.

El físico italiano Enrico **Fermi** (1901-1954) demostró que se obtienen cantidades de radioelementos mucho más importantes con los neutrones de muy poca velocidad que con los rápidos.

El empleo de los radioelementos artificiales, llamados también *indicadores radiactivos* o *radioindicadores,* en varios campos de la ciencia, esencialmente en Biología y Medicina, se ha generalizado en el mundo entero. Se han desarrollado al mismo tiempo las técnicas de preparación de haces intensos de proyectiles transmutadores que permiten crear actualmente unos mil radioelementos artificiales diferentes, que son isótopos de todas las especies de átomos contenidos en la corteza terrestre y cuyo período oscila entre una fracción de segundo y varios centenares de millares de años. Algunos de aquéllos tienen un número atómico superior al del uranio, último elemento de la clasificación de Mendeleiev.

Fisión o escisión nuclear. — Numerosas investigaciones permitieron descubrir que el núcleo de uranio,

después de capturar un neutrón de velocidad muy reducida, se escinde en núcleos más ligeros, llamados fragmentos de escisión, que originan cada uno varios radioelementos artificiales por el fenómeno denominado *fisión* o *escisión nuclear.*

El físico austriaco Otto Robert **Frisch,** n. en 1904, y Frédéric Joliot demostraron casi al mismo tiempo, aunque independientemente uno de otro, que los fragmentos emitidos durante la fisión tienen una gran energía cinética. Ésta, unida a la de las partículas emitidas por los radioelementos formados, se cifra en unos 220 MeV, o sea, 0,32 milésimas de ergio por átomo de uranio escindido por un neutrón. El segundo de estos científicos señaló, además, que el fenómeno debía ir acompañado de emisión de neutrones y, en 1939, demostró experimentalmente, con otros profesores del Colegio de Francia en París, que en cada escisión se emite un promedio de tres neutrones, que reciben el calificativo de *secundarios* y son más enérgicos que los que provocaron la fisión.

El físico danés Niels **Bohr** (1885-1962) elaboró, en 1940, una teoría de la escisión y atribuyó al isótopo 235 del uranio la propiedad de escindirse al capturar neutrones lentos. Esto se vio confirmado por un experimento efectuado en la Universidad de Columbia (Estados Unidos), que consistió en bombardear con neutrones un blanco de uranio 235 preparado por el norteamericano Alfred **Nier,** n. en 1911, en un espectrógrafo de masas. Se observó, además, que la fisión se producía en dos fragmentos cualesquiera y que la suma de las cargas nucleares de éstos era igual a 92, es decir, al número correspondiente al uranio, mientras que la suma de las masas era inferior en 2 ó 3 unidades a 235, que se encontraban en forma de neutrones secundarios. Sin embargo, las masas más frecuentes de estos fragmentos son cercanas a 90 y 140, y las extremas a 70 y 160.

Inmediatamente después de haber dado la prueba de la emisión de neutrones secundarios durante la escisión, unos físicos formularon la hipótesis de que, si se reduce adecuadamente, en una gran masa de uranio, la velocidad de los neutrones secundarios rápidos resultantes de la primera fisión, éstos provocarán nuevas escisiones y, si más de uno de los tres neutrones secundarios es capaz de producir una nueva fisión, el número de éstas aumentará en progresión geométrica. Una reacción de escisión que libere energía implicará, por consiguiente, una serie de fisiones en cadena; la energía liberada se incrementará muy rápidamente, como la suma de los términos de una progresión geométrica de razón mayor que 1 y, si no se frena, el fenómeno tendrá un carácter explosivo.

Un *reactor* o *pila de uranio* es un dispositivo generador de energía de origen nuclear que se concibe de tal forma que se obtenga un flujo de energía conveniente por la desintegración en cadena de una materia fisible.

Se había demostrado, por otra parte, que el uranio 238 se transforma al capturar un neutrón en un elemento radiactivo denominado *neptunio,* el cual se convierte espontáneamente en plutonio (Pu) 239 que, según se descubrió en los Estados Unidos, se escinde, como el uranio 235, bajo la acción de los neutrones térmicos.

En resumidas cuentas, en un reactor de uranio, las reacciones en cadena liberadoras de energía consumen uranio 235, pero una fracción de los neutrones no utilizados para producir las fisiones de este núcleo es capturada por el uranio 238 y da finalmente plutonio 239. Este último podrá sufrir, a su vez, la fisión producida por los neutrones térmicos y compensar en gran parte el consumo de uranio 235. Cabe considerar, por consiguiente, que la casi totalidad de una masa de uranio natural introducida en el reactor puede ser consumida para producir energía. En estas condiciones, un kilogramo de uranio natural liberará la misma energía que $3 \cdot 10^3$ toneladas de carbón, lo cual demuestra el gran interés que presenta esta fuente de energía.

Bomba atómica. — La primera bomba atómica, denominada *bomba A,* se lanzó en 1945, al final de la Segunda Guerra mundial, en Hiroshima (Japón), donde causó estragos sin precedentes. Se componía esencialmente de cierta cantidad de materia fisible cuya masa total superaba la *masa crítica,* es decir, la que permite el desarrollo de una reacción de fisión en cadena. El principio de la misma se funda en la liberación instantánea de la energía de fisión y es idéntico al que rige el funcionamiento de un reactor nuclear, pero, en el caso de la bomba, se procura que la reacción en cadena sea muy divergente y que se produzca, por tanto, el mayor número posible de desintegraciones en un tiempo particularmente corto.

Los neutrones rápidos provocan la fisión del uranio 235 o del plutonio 239, de tal forma que unos kilogramos de uno cualquiera de estos átomos puede ser asiento de reacciones en cadena que, en una pequeñísima fracción de segundo, adquieren carácter explosivo. La temperatura del medio, que alcanza millones de grados, produce una onda de choque sumamente destructora y la emisión de una radiación de neutrones, cuyos efectos, lo mismo que los originados por los fragmentos de fisión radiactivos que se dispersan cuando se verifica una explosión nuclear, son muy perjudiciales desde el punto de vista biológico para los seres humanos, la flora y la fauna.

Fusión nuclear. — *Bomba termonuclear.* — La *fusión nuclear,* fenómeno inverso de la fisión, consiste en la unión de varios núcleos de átomos ligeros para formar otro de masa más elevada. Se observa, en este caso, que la masa de este último es inferior a la suma de aquéllos y que la parte de materia que ha desaparecido se ha transformado en energía.

Resulta difícil realizar la fusión de los núcleos, porque éstos son eléctricamente positivos y, como dos cuerpos igualmente electrizados se repelen, hace falta una energía cinética considerable para que aquéllos puedan entrar en contacto. En los astros, la temperatura alcanza varios millones de grados y produce, por tanto, una agitación molecular capaz de dar a los núcleos una energía muy grande. De modo semejante, en una *bomba termonuclear,* denominada también *bomba H* o *bomba de hidrógeno,* la fusión de los átomos de hidrógeno se obtiene gracias a la temperatura elevada debida a la explosión previa de una bomba atómica de uranio o plutonio.

Una bomba termonuclear consta, por consiguiente, de una bomba A, que sirve de detonador, y de un conjunto de elementos ligeros, que pueden ser el hidrógeno u otros. Tiene una potencia explosiva que es muy superior a la de la bomba de fisión y que se debe evaluar en megatones y no en kilotones.

La primera explosión termonuclear fue realizada en 1952 por los norteamericanos con un dispositivo muy complejo en el cual una bomba de fisión de uranio iniciaba la fusión de dos isótopos del hidrógeno (deuterio y tritio). Desde aquella fecha, distintos países, particularmente los Estados Unidos de América y la Unión Soviética, han perfeccionado y multiplicado la fabricación de bombas termonucleares.

En 1977 se empezó a hablar de la *bomba de neutrones,* llamada también *bomba de radiaciones reforzadas,* consistente en una carga termonuclear que, comparada con las bombas anteriores, tiene una radiación de neutrones mayor, mientras que los efectos producidos por la onda de choque, el calor y la radiactividad son más limitados. Se supone que sería mortal para los humanos, pero que dejaría intactos los edificios y materiales.

39. — Radiaciones y espectros

Radiaciones invisibles. *Infrarrojas y ultravioleta.* Propiedades. *De la radiación infrarroja. De la radiación ultravioleta.* Relación entre los diferentes espectros. Carácter corpuscular de las radiaciones electromagnéticas. *Efecto Compton.* Luminiscencia. Fluorescencia y fosforescencia. Vapores fluorescentes. Estudio de los espectros. Diversas clases de espectros. Espectros de un mismo elemento. Espectro del hidrógeno. Espectros de los metales alcalinos. Espectros de los demás elementos. Espectros de los rayos X.

Radiaciones invisibles. — *Infrarrojas y ultravioleta.* — Los rayos X y las ondas hertzianas, estudiadas anteriormente, son radiaciones de naturaleza idéntica a la de la luz, de la que sólo difieren por la longitud de onda, pero existen otras radiaciones invisibles, que se califican de *infrarrojas* y *ultravioleta.*

Después de haber utilizado un prisma para formar en una pantalla E el espectro de la luz solar, cuyos extremos están representados por R (rojo) y V (violeta), se observa que, si se coloca en I (*fig.* 419), más allá de la región roja,

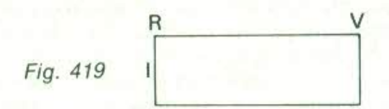


Fig. 419

la soldadura de un par termoeléctrico, éste produce una corriente y aquélla se calienta. Existen, por consiguiente, en la luz solar radiaciones invisibles que transportan calor y que, de modo análogo a lo que ocurre con las visibles, son refractadas y dispersadas por un prisma. Éstas reciben el nombre de *radiaciones infrarrojas.* Como acompañan a la luz solar, puede suponerse que son de la misma naturaleza y, al ser menos desviadas que la luz roja, cabe considerar que tienen longitudes de onda mayores que las de las radiaciones rojas.

Si se sustituye la pantalla E por una hoja de papel fotográfico de gelatino-bromuro de plata y se señalan claramente los límites R y V del espectro visible, se comprueba, al revelar el papel sensible, que éste queda impresionado más allá del límite V del espectro. Puede deducirse de esta observación que existen radiaciones de longitudes de onda más cortas que las violeta, que se denominan *radiaciones ultravioleta.*

Propiedades. — *De la radiación infrarroja.* — Las radiaciones infrarrojas no existen sólo en el espectro solar, sino que son emitidas por todos los cuerpos calientes. Son las que producen la sensación de calor que se percibe al acercar la mano a una estufa o a un radiador encendido.

Los rayos infrarrojos se propagan en el vacío, como lo demuestran diversos experimentos y, sobre todo, la luz del Sol que llega a la Tierra a través del vacío interplanetario.

Los rayos infrarrojos se propagan en línea recta, y esta propiedad se utiliza para protegerse de una fuente calorífica demasiado intensa, interponiendo una pantalla entre ésta y la persona considerada.

La velocidad de propagación de los rayos infrarrojos es igual a la de la luz, y se han podido realizar con ellos todos los experimentos ópticos de reflexión, refracción y difracción. Puede decirse, por consiguiente, que *las radiaciones infrarrojas, llamadas también rayos caloríficos oscuros, son de naturaleza idéntica a la de la luz visible, de la que sólo difieren por la longitud de onda.*

De la radiación ultravioleta. — Los *rayos ultravioleta,* como los infrarrojos, se propagan en línea recta, con una velocidad igual a la de la luz, en el vacío y en todos los medios homogéneos y también se reflejan, refractan y difractan.

Tienen propiedades caloríficas poco notables y propiedades químicas muy interesantes, puesto que provocan combinaciones entre el hidrógeno y el cloro o entre el oxígeno y el hidrógeno, en presencia de oxígeno producen la combustión de muchos cuerpos, como las materias orgánicas, y favorecen las polimerizaciones como ocurre, por ejemplo, con el acetileno que, bajo su acción, da un polímero sólido. Ejercen, por consiguiente, una función bactericida y se emplean para esterilizar el agua o en el tratamiento de ciertas afecciones cutáneas.

Relación entre los diferentes espectros. — Entre los espectros infrarrojos o ultravioleta y el visible no ha habido jamás discontinuidad. Tampoco la hay entre las ondas hertzianas y las infrarrojas. Se han producido rayos ultravioleta de 90 angströms y rayos X muy blandos, de 100 angströms. Se conocen, por consiguiente, radiaciones electromagnéticas cuyas longitudes de onda disminuyen de forma continua, desde varios kilómetros (ondas hertzianas) hasta una diezmillonésima de milímetro (rayos gamma del radio).

Carácter corpuscular de las radiaciones electromagnéticas. — *Efecto Compton.* — El efecto fotoeléctrico nos ha mostrado que, en este fenómeno, la energía de las radiaciones es discontinua y parece concentrada en « granos » de energía igual a $h\nu$, en donde ν es la frecuencia de la radiación. Es decir, que en este caso las radiaciones electromagnéticas se conducen como un haz de corpúsculos de energía igual a $h\nu$.

El físico norteamericano Arthur Holly **Compton** (1892-1962) descubrió algo aún más curioso : cuando una radiación de frecuencia elevada (rayos X) encuentra un electrón libre, este último se desvía de su trayectoria, como si hubiera sufrido un choque con una partícula, lo mismo que la trayectoria de la radiación, cuya frecuencia disminuye. Este fenómeno es el que se denomina *efecto Compton.* Si ν es la frecuencia de la radiación incidente y ν' su frecuencia después del choque con el electrón, la energía que adquiere este último durante el choque es igual a $h(\nu - \nu')$. Esto sólo puede explicarse si se considera que la energía de la radiación incidente está concentrada en una partícula luminosa, que cede una parte de la suya al chocar con el electrón y recibe el nombre de *fotón.*

Existen, por consiguiente, dos teorías de las radiaciones, una vibratoria y otra corpuscular, que están en contradicción, pero ésta desaparece con la Mecánica ondulatoria que demuestra de modo claro que ambos aspectos, el vibratorio y el corpuscular, son perfectamente conciliables.

Luminiscencia. — Se dice que un cuerpo produce *luminiscencia* cuando su radiación no obedece a las leyes de la radiación puramente térmica. Este fenómeno se presenta en distintos tipos : la *fotoluminiscencia,* que comprende la *fosforescencia* y la *fluorescencia* y se observa en los cuerpos que, bajo la acción de una

radiación luminosa, emiten radiaciones luminosas diferentes de la inicial; la *electroluminiscencia,* que se manifiesta al pasar una corriente eléctrica por un gas; la *triboluminiscencia,* que se produce al triturar ciertas sustancias; la *quimiluminiscencia,* causada por una reacción química, como en el caso del fósforo blanco; y la *radioluminiscencia,* provocada por los rayos X o los rayos catódicos.

Estos fenómenos son bastante mal conocidos, con la excepción de la fluorescencia y de la fosforescencia.

Fluorescencia y fosforescencia. — La fluoresceína, cuando se ilumina con luz azul, emite una luz verde que persiste hasta el final de la iluminación. Se dice en este caso que hay *fluorescencia.* El sulfuro de cinc calcinado con sulfuro de cobre emite radiaciones luminosas al ser iluminado con luz azul, y esta emisión puede durar varios días después de la excitación, debido al fenómeno de *fosforescencia.* La fluorescencia sería, por consiguiente, una fotoluminiscencia instantánea, y la fosforescencia una fotoluminiscencia persistente. Se ha descubierto, sin embargo, que la primera no es realmente instantánea y que la segunda desaparece, a veces, después de unas cienmilésimas de segundo. Cabría preguntarse entonces si existe una diferencia de naturaleza entre ambos fenómenos y, en efecto, se demuestra experimentalmente que la hay, porque, si se enfría bastante un cuerpo fosforescente previamente excitado, la emisión cesa, reanudándose cuando se vuelve a calentar el cuerpo, y el tiempo de emisión disminuye con la elevación de la temperatura, mientras que la duración de la fluorescencia no es afectada por las variaciones térmicas.

Vapores fluorescentes. — Los vapores pueden presentar fluorescencia, como sucede con el vapor de sodio que, cuando se le ilumina con luz blanca, emite la doble raya propia de este metal. Se observa, en este caso, un fenómeno de resonancia óptica que puede asimilarse a los que se producen en Acústica. Si la iluminación se hace por una sola de las rayas D, el sodio emite esta misma raya o ambas, según que la excitación se haga sobre un vapor a baja presión o a presión más elevada (1/100 de milímetro de mercurio).

Estudio de los espectros. — Las longitudes de onda que se miden en espectroscopia se refieren a un *patrón,* que corresponde a la longitud de onda en el aire, a 15^0 y con una presión de 760 mm de mercurio, de la raya roja del cadmio, y que es igual a 6 438,3696 angströms (el angström vale una diezmillonésima de milímetro, o sea, una diezmilésima de micra). Se han definido asimismo patrones secundarios, que son las longitudes de onda de las rayas de los espectros del hierro y del neón. Estas últimas son numerosas y cubren no sólo todo el espectro visible, sino también parte del ultravioleta.

Las leyes de los espectros se expresan más sencillamente cuando, en vez de utilizar la longitud de onda λ, se emplea la frecuencia $\nu = \frac{c}{\lambda}$, pero, como la velocidad de la luz c no se conoce con tanta precisión como las longitudes de onda, se usa también una cantidad proporcional a la frecuencia, que es el número de onda :

$$\nu' = \frac{\nu}{c} = \frac{1}{\lambda}$$

Diversas clases de espectros. — El *espectro* de un sólido o de un líquido en estado incandescente es *continuo,* pero no suele ocurrir lo mismo con los vapores, que emiten, en la mayoría de los casos, *espectros de rayas* o *espectros de bandas.*

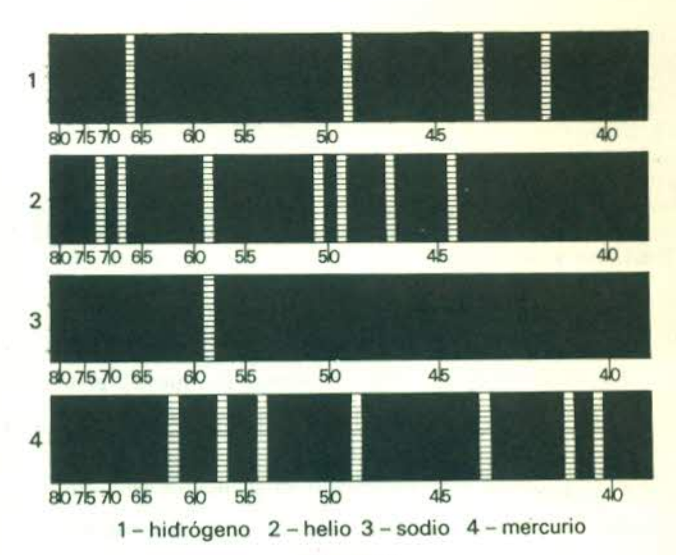


Fig. 420

El espectro de rayas está constituido por rayas finas (radiación monocromática) repartidas por todo el espacio que aquél cubre; la figura 420 representa los del hidrógeno, del helio, del sodio y del mercurio. El espectro de bandas está formado por bandas más o menos numerosas, que están muy claramente delimitadas por un lado, mientras que se van esfumando por el otro.

Se considera actualmente que los espectros de rayas son proporcionados por los *átomos* y los de bandas por las *moléculas.* Con la elevación de la temperatura, el espectro del yodo (I_2) se transforma de espectro de bandas en espectro de rayas, de acuerdo con la disociación $I_2 \longrightarrow 2I$.

Espectros de un mismo elemento. — Un mismo átomo puede dar diversos espectros, denominados *espectro de arco* y *espectro de chispa,* según su modo de producción, aunque existen, de hecho, algunas *rayas de chispa* en el espectro de arco y recíprocamente. Se admite que el espectro de arco es emitido por el átomo neutro y el de chispa por el átomo que ha perdido un electrón. El átomo dará, si pierde un segundo electrón, un nuevo espectro de chispa llamado de segundo orden. Se conocen, en efecto, espectros de chispa de diversos órdenes para un mismo elemento.

Espectro del hidrógeno. — En 1885, el físico suizo Johann Jakob **Balmer** (1825-1898) descubrió que los números de ondas de las rayas de hidrógeno podían representarse por la fórmula $\nu' = R_H\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{m^2}\right)$, llamada *fórmula de Balmer,* en la cual R_H es una *constante,* denominada *de Rydberg,* y m un número entero. En el laboratorio han podido obtenerse 18 rayas que corresponden a los valores sucesivos de m : 3, 4, ..., 20, y se han observado en las estrellas las correspondientes a los valores de m : 21, 22, ..., 33, atribuyéndose todas ellas, por consiguiente, al hidrógeno.

La fórmula de Balmer no es una fórmula aproximada, sino una de las más precisas en Física, y da los números de ondas de las rayas del hidrógeno con una precisión de $\frac{1}{100\,000}$. El valor de la constante R_H es 109 677,7 unidades C.G.S. Cabe señalar que, en virtud de la estructura misma de la fórmula, las rayas se van aproximando unas a otras (*fig.* 421), ya que el término $\frac{R_H}{m^2}$ disminuye

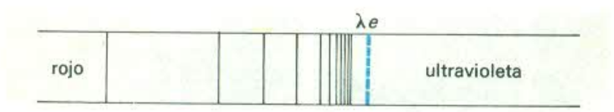


Fig. 421

rápidamente. La serie de las rayas tiene un límite cuyo número de onda ν_e se obtiene haciendo que m se haga infinito y se tendrá

$$\nu_e = \frac{R_H}{4} \quad y \quad \lambda_e = \frac{4}{R_H} = 3\,645{,}6 \text{ angströms}$$

Esta raya se encuentra en el ultravioleta.

En 1908, el físico Ritz, observando que el primer término de la fórmula de Balmer $\frac{R_H}{2^2}$ tenía la misma forma que el segundo $\frac{R_H}{m^2}$, estableció el principio de combinación, según el cual *el átomo de hidrógeno se caracteriza por una serie de términos* $\frac{R_H}{2^2}$, $\frac{R_H}{3^2}$, etc., *y el número de ondas de una raya de este elemento es igual a la diferencia entre dos de los términos de la serie.*

En virtud de este enunciado pueden preverse rayas tales como

$$\nu' = R_H\left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{4^2}\right) \quad y \quad \nu' = R_H\left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{5^2}\right)$$

que no da la fórmula de Balmer. Estas rayas, que se descubrieron efectivamente, se encuentran en el infrarrojo y sus números de ondas coinciden con los que dan las fórmulas anteriores.

El principio de combinación es esencial en espectroscopia y ha sido comprobado no sólo para el hidrógeno, sino también para todos los elementos. Los términos $\frac{R_H}{2^2}$, $\frac{R_H}{3^2}$, etc., se denominan *términos espectrales* del hidrógeno. Todos los términos espectrales no pueden combinarse y la espectroscopia, además de determinar los términos espectrales de los elementos, intenta encontrar las leyes según las cuales aquéllos se combinan.

Espectros de los metales alcalinos. — La complejidad del espectro de un elemento aumenta con el peso atómico, pero los espectros de elementos que pertenecen a una misma columna de la tabla de Mendeleiev son análogos, lo que demuestra que dependen, como las propiedades químicas, de los electrones periféricos del átomo. Los términos espectrales de los metales alcalinos no pueden representarse por fórmulas tan sencillas como en el caso del hidrógeno y se dividen en cuatro tipos, que se designan por las notaciones mS, mP, mD y mF:

$$mS = \frac{R}{(m+s)^2}, \; mP = \frac{R}{(m+p)^2}, \; mD = \frac{R}{(m+d)^2}$$

$$y \quad mF = \frac{R}{(m+f)^2}$$

en donde m es un número entero, R una constante, y S, P, D y F números menores de 1, cuyos valores varían con el átomo alcalino considerado. Los números de onda se obtienen combinando, es decir, tomando la diferencia de dos términos espectrales de distinta naturaleza, pero no todas las combinaciones son posibles. Se demuestra experimentalmente que los términos S sólo se combinan con los términos P, y que los términos D lo hacen con los términos P y F. Se tienen, pues, cuatro series de rayas para los metales alcalinos, cuyos números de onda se expresan por las fórmulas de la columna siguiente.

$$\nu' = R\left(\frac{1}{(1+s)^2} - \frac{1}{(m+p)^2}\right) \text{ ó } 1S - mP$$

$$\nu' = R\left(\frac{1}{(2+p)^2} - \frac{1}{(m+d)^2}\right) \text{ ó } 2P - mD$$

$$\nu' = R\left(\frac{1}{(2+p)^2} - \frac{1}{(m+s)^2}\right) \text{ ó } 2P - mS$$

$$\nu' = R\left(\frac{1}{(3+d)^2} - \frac{1}{(m+f)^2}\right) \text{ ó } 3D - mF$$

Las rayas de las series 2 y 3 no son simples, sino que son dobletes análogos al que proporciona el sodio, cuyas dos rayas tienen como longitudes de onda 5 896 angströms y 5 890 angströms aproximadamente. Se comprueba que, para una misma serie, la diferencia de los números de onda entre las dos rayas de un doblete es constante, porque el número p puede tomar dos valores muy próximos a p_1 y p_2, de forma que existen dos términos espectrales mP:

$$mP_1 = \frac{R}{(m+p_1)^2} \quad y \quad mP_2 = \frac{R}{(m+p_2)^2}$$

Espectros de los demás elementos. — Entre los metales alcalinos se encontró un término doble, el término mP, lo que explica la producción de dobletes. Para los metales alcalinotérreos existen dos series de términos espectrales: la primera formada por términos simples y la segunda por términos triples, lo que corresponde a la existencia de *tripletes* y *sextupletes*. Los términos se van complicando todavía más para los otros elementos porque las multiplicidades de los términos cambian de paridad cuando se pasa de una columna de la tabla de Mendeleiev a otra. De esta forma se obtienen multipletes cada vez más complejos, algunos de los cuales comprenden hasta quince rayas.

Las rayas de los multipletes no están forzosamente próximas y un triplete del mercurio, por ejemplo, tiene como componentes las rayas $\lambda = 5\,461$ (verde), 4 358 (índigo) y 4 047 (violeta), de modo que en el espectro de un elemento las rayas de las diversas series y de los distintos multipletes se mezclan. Afortunadamente, todas

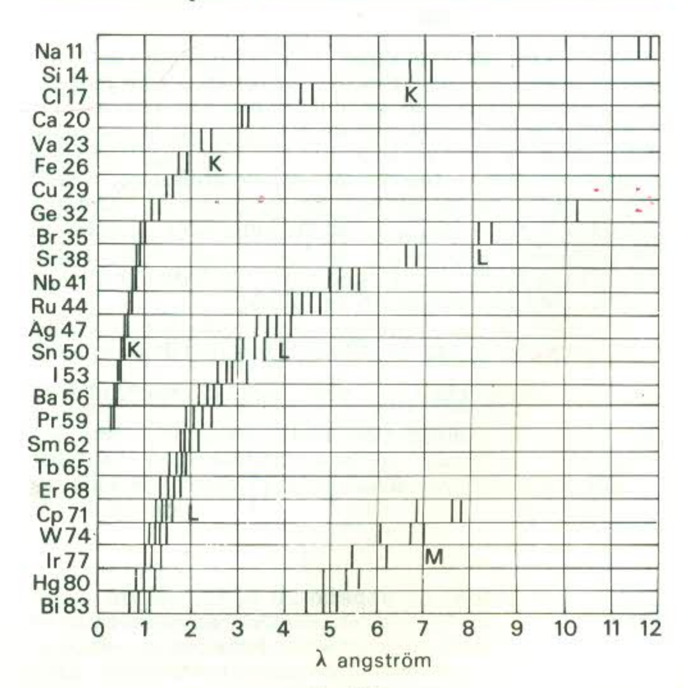


Fig. 422

las rayas de una serie tienen las mismas propiedades : son más o menos difusas y, sobre todo, son descompuestas de la misma forma por un campo magnético, característica que cobra, por tanto, una importancia fundamental en espectroscopia.

Espectros de los rayos X. — La naturaleza de la radiación X depende de la materia que forma el anticátodo y es característica de los elementos que entran en la composición de éste. Cada elemento tiene un espectro de rayos X, de la misma forma que posee un espectro óptico. El cuadro de las rayas X de los diversos elementos está representado en la figura 422 y, como puede verse, es muy sencillo. Existen tres series de rayas X, que se designan con las letras K, L, M. Los elementos de poco peso atómico sólo dan rayas K, y, para un peso atómico de 35, aparecen las rayas L, seguidas de las rayas M; cabe señalar que para los elementos muy pesados se conoce una cuarta serie denominada N.

La figura 422 muestra que una misma serie comprende 2, 3 ó 4 rayas, que se designan por $K\alpha$ $K\beta$, $L\alpha$ $L\beta$, etc. La frecuencia de una misma raya $K\alpha$, por ejemplo, aumenta con el número atómico. El físico inglés Henry Gwyn-Jeffreys **Moseley** (1887-1915) estableció la siguiente ley, que lleva su nombre :

El número de onda ν' *de una raya determinada del espectro de rayos X varía, al pasar de un elemento a otro, proporcionalmente al cuadrado de los números atómicos N de estos elementos;* es decir, $\nu' = a\,\mathrm{RN}^2$, donde a es una constante y R la constante de Rydberg. Esta ley no es de una exactitud rigurosa y se sustituye por la fórmula $\nu' = a\,\mathrm{R}(\mathrm{N}-1)^2$.

El principio de combinación se aplica a los espectros de rayas X y se puede decir que *el número de onda de una raya X de un elemento es igual a la diferencia entre dos términos espectrales.*

Como para los espectros ópticos, el problema consiste, por consiguiente, en calcular los términos espectrales y en encontrar las leyes con arreglo a las cuales se combinan.

Los espectros X no presentan ninguna periodicidad y no están en relación, por tanto, con los electrones de la capa periférica, sino con los de las capas internas.

40. — Mecánica ondulatoria

Principios generales. Postulado fundamental. Interpretación física de la función de onda. Longitud de onda asociada a un corpúsculo. Mecánica ondulatoria y luz. Determinación de la función de onda. Órbitas electrónicas. Principio de indeterminación de Heisenberg.

Principios generales. — Los fenómenos que se producen a escala atómica no pueden explicarse por la Mecánica clásica, si no se efectúan correcciones algo arbitrarias. En cambio, la Mecánica ondulatoria permite calcular, a partir de premisas sentadas como postulados, las acciones recíprocas de los corpúsculos atómicos y, sin estar en contradicción con la clásica, muestra que esta última constituye una primera aproximación que deja de ser válida para los cuerpos de dimensiones atómicas.

Postulado fundamental. — El postulado fundamental de la Mecánica ondulatoria es el siguiente : todo lo que puede saberse de un corpúsculo material, desde el punto de vista mecánico, se reduce al conocimiento de una función matemática de las coordenadas del corpúsculo y del tiempo. Ésta, que suele designarse por $\psi\ (x, y, z, t)$, donde x, y y z son las coordenadas del corpúsculo y t el tiempo, es una función de variable compleja de la forma $a + ib$, en la que a y b son números reales e i un símbolo imaginario, que vale $\sqrt{-1}$. Se llama *función de onda* del corpúsculo, porque recuerda por su forma la función de onda de la teoría electromagnética, y carece de realidad física.

Interpretación física de la función de onda. — Sólo puede darse una interpretación física de la función de onda diciendo que el cuadrado del módulo de la función de onda es igual, en un instante dado t, a la probabilidad de que el corpúsculo se encuentre en el punto de coordenadas x, y, z. Cabe recordar que se llama módulo de un número imaginario $a + ib$ la cantidad $\sqrt{a^2 + b^2}$

En Mecánica ondulatoria, contrariamente a lo que ocurre en la clásica, no se puede, por consiguiente, fijar exactamente, en un instante determinado, la posición de un cuerpo, sino que sólo es posible calcular las probabilidades de su localización en los diversos puntos del espacio. Pero esta probabilidad puede ser nula para algunos de estos puntos, como es el caso, por ejemplo, cuando un electrón tiene que desplazarse en cierto campo y no se encuentra, por tanto, nunca fuera del mismo. El cuadrado del módulo de la función de onda debe ser nulo para todos los puntos exteriores al campo y, como el electrón se halla forzosamente en el campo, la suma de las probabilidades de su presencia en cada punto del mismo tiene que ser igual a 1. La función de onda debe satisfacer estas condiciones, denominadas *condiciones de normalización.*

Para explicar lo anteriormente dicho, puede recurrirse a una imagen en la que el electrón, o cualquier otra partícula de este tipo, no se representa en el espacio por un punto, sino por una nube, cuya densidad varía con la probabilidad que tiene el electrón de encontrarse en un punto determinado. El contorno de la nube es el campo donde puede estar localizado el electrón. Si e es la carga de un electrón, se dirá, por ejemplo, en Mecánica ondulatoria, que en el punto M hay una carga de $1/3$ de e, cuando la probabilidad de la presencia de un electrón en M sea igual a $1/3$.

Longitud de onda asociada a un corpúsculo. — La función de onda de un corpúsculo recuerda por su forma matemática, y únicamente por ella, la función de onda que define la propagación de una onda electromagnética. Como la longitud de onda puede deducirse de la función de onda con variables reales de la teoría electromagnética, si se aplica el mismo cálculo a la función de onda de un corpúsculo, se obtiene una cantidad que sólo contiene valores reales y que es $\lambda = \dfrac{h}{mv}$, donde h es la constante de Planck, v la velocidad del corpúsculo y m su masa. Esta cantidad es la longitud de onda que delimita el campo en el cual la probabilidad de la presencia de un corpúsculo no es nula. Si se considera de nuevo la imagen anterior, puede decirse que la nube, que representa el electrón, se propaga como si fuera una onda electromagnética de longitud $\lambda = \dfrac{h}{mv}$.

En 1927, los físicos norteamericanos Clinton Joseph DAVISSON (1881-1958) y Lester GERMER (1896-1971) obtuvieron, al proyectar un haz estrecho de electrones contra un cristal de níquel, imágenes de difracción totalmente análogas a las que da en las mismas condiciones un haz estrecho de rayos X, con la sola diferencia de que la longitud de onda correspondiente era mucho más pequeña. Las medidas mostraron que esta última era inversamente proporcional a la velocidad de los electrones y concordaba perfectamente con la fórmula, hasta entonces teórica, de la Mecánica ondulatoria. Desde aquella época se han efectuado numerosos experimentos de difracción de electrones, que confirman los resultados anteriores.

Se ha visto, además, que los electrones pueden considerarse, cuando se quiere calcular sus trayectorias, como partículas o como si estuviesen transportados por una onda; el cálculo resulta más exacto en este último caso.

Mecánica ondulatoria y luz. — Para aplicar la Mecánica ondulatoria a la propagación de las ondas electromagnéticas, se sustituye el electrón por la partícula denominada *fotón*. La onda electromagnética clásica es la onda portadora en cada uno de cuyos puntos existe una probabilidad no nula de encontrar un fotón. Desaparece, por consiguiente, la contradicción entre la teoría ondulatoria de la luz y la teoría corpuscular, que constituyen en realidad descripciones aproximadas del fenómeno, más o menos válidas según los casos.

Si se considera, por ejemplo, un sistema de franjas de interferencia luminosas, cuando la teoría clásica indica una intensidad luminosa nula, la Mecánica ondulatoria señala que la probabilidad de encontrar en ella un fotón es muy reducida. En este caso sólo podrá concederse mayor validez a una de las dos teorías operando con un pequeño número de fotones.

Determinación de la función de onda. — La función de onda y, de manera general, cualquier magnitud mecánica se determinan, en Mecánica ondulatoria, recurriendo a cierto automatismo matemático. Para ello se hace que a cada magnitud mecánica corresponda un operador. Si x, y, z son las coordenadas del corpúsculo, los operadores correspondientes son las multiplicaciones por x, y, z. Si V_x es la proyección de la velocidad del corpúsculo sobre el eje de las x, y m es la masa del corpúsculo, se hace corresponder a la cantidad mV_x, llamada *momento conjugado* con respecto a O_x, un operador que es la multiplicación por $\frac{h}{2\pi i}$ de la derivada de mV_x con respecto a x. Se escribirá en este caso que el operador correspondiente a mV_x es $\frac{h}{2\pi i}\frac{\partial}{\partial x}$.

Así, partiendo de la ecuación general de la conservación de la energía $T + V = E$, en la cual T es la energía cinética, V la energía potencial y E la energía total, se llega, para determinar la función de onda, a una ecuación diferencial, es decir, a una relación entre la función y sus derivadas con respecto a las diferentes variables. Como la derivada de una constante es nula, la resolución de estas ecuaciones introduce constantes que tienen un significado físico. Si se supone, por ejemplo, que el electrón se mueve en un campo en el cual el potencial eléctrico es independiente del tiempo, la función de onda será el producto de una función de las coordenadas por una función del tiempo :

$$\psi(x, y, z, t) = A(x, y, z) \cdot T(t)$$

La función $A(x, y, z)$ vendrá dada por la ecuación diferencial que figura en la columna siguiente.

$$\frac{d^2A}{dx^2} + \frac{d^2A}{dy^2} + \frac{d^2A}{dz^2} + \frac{8\pi^2 m}{h^2}(E - V)A = 0$$

En esta *ecuación*, llamada *de Schroedinger*, h es la constante de Planck (ver TEORÍA DE LOS CUANTOS en el capítulo de ELECTRÓNICA), m la masa del corpúsculo, V el potencial y E una constante. Esta ecuación sólo tiene solución para ciertos valores de la constante E y se demuestra que éstos son los valores de la energía del corpúsculo en sus estados estacionarios.

Órbitas electrónicas. — La resolución de las ecuaciones que dan el estado mecánico del sistema formado por los electrones de un átomo que giran alrededor del núcleo es muy compleja, tanto en Mecánica clásica como en la ondulatoria. Aunque hasta ahora no se haya conseguido totalmente, pueden, por lo menos, obtenerse algunos resultados. Por medio de cálculos se establece la función propia de las coordenadas del electrón partiendo de los valores posibles de la energía del corpúsculo y aplicando el *principio de exclusión*, formulado por el físico suizo de origen austriaco Wolfgang **Pauli** (1900-1958), según el cual *dos electrones de un mismo sistema no pueden encontrarse en un mismo estado*.

Se vuelven a encontrar de este modo las diferentes capas de electrones de la clasificación periódica de Mendeleiev y se demuestra, además, que las longitudes de las órbitas electrónicas son iguales a un número entero de veces la longitud de onda asociada. Esto significa que, si l es la longitud de la órbita, se tiene necesariamente $l = \frac{ph}{mv}$, lo que es la condición que Bohr había impuesto arbitrariamente para volver a encontrar las leyes de las emisiones espectrales. Pero cabe señalar que la condición deja de ser arbitraria en este caso, puesto que es la consecuencia de los propios principios de la Mecánica ondulatoria.

Principio de indeterminación de Heisenberg. — La onda monocromática, es decir, la que tiene una longitud de onda λ perfectamente definida, asociada a un corpúsculo, debe sustituirse por un *tren de ondas*. Si se supone que este último se propaga a lo largo del eje O_x, con una anchura dx y en la gama λ, $\lambda + d\lambda$, se demuestra que deberá tenerse

$$d\left(\frac{1}{\lambda}\right) dx \geqslant 1, \quad \text{pero} \quad \frac{1}{\lambda} = \frac{mv}{h}$$

de donde $d\left(\frac{1}{\lambda}\right) = \frac{d(mv)}{h}$ y, por consiguiente, $\frac{1}{h}\, d(mv)\, dx \geqslant 1$ o finalmente $d(mv)\, dx \geqslant h$.

La cantidad de movimiento del corpúsculo es mv, x su abscisa, y $d(mv)$ y dx son las posibilidades de variación de estas cantidades. Se ve, por tanto, que, si se consiguiera precisar la posición exacta del corpúsculo, es decir, si dx fuera nula, el error relativo a la cantidad de movimiento sería infinito, y recíprocamente. Dicho de otro modo, no puede precisarse al mismo tiempo la posición y la cantidad de movimiento, o la velocidad, de un corpúsculo. Esta afirmación corresponde al *principio de indeterminación*, debido al físico alemán Werner HEISENBERG (1901-1976), que se enuncia de la forma siguiente : *cualquier medida simultánea de la posición y del impulso de un móvil implica errores cuyo producto no puede ser inferior a* h. Estos errores son despreciables a escala humana, pero no lo son a escala atómica, ya que la constante h vale $6{,}55 \cdot 10^{-27}$ unidades C. G. S.

41. — Teoría de la relatividad

Relatividad restringida : Principio de la relatividad en la Mecánica clásica. Incompatibilidad aparente entre el principio de la relatividad y el electromagnetismo. Análisis de la noción de tiempo. *Simultaneidad.* Análisis de la noción de longitud. Las fórmulas de Lorentz. Consecuencias de las fórmulas de Lorentz. *Modificación de las longitudes. Retraso recíproco de los relojes en movimiento de traslación mutuo. Nuevo teorema de la composición de velocidades.* Principio de la relatividad restringida. Masa. Energía. El universo de Minkowski. — **Relatividad general :** Principio de equivalencia. Gravitación y geometría no euclidiana. Pruebas de la teoría de la relatividad general. *Desviación de los rayos luminosos por un campo gravitatorio. Desplazamiento de las rayas del espectro. Desplazamiento del perihelio de Mercurio.*

Relatividad restringida

Principio de la relatividad en la Mecánica clásica. — El primer principio de la Mecánica es el de inercia, que se enuncia diciendo que *todo cuerpo sobre el cual no se ejerce fuerza alguna permanece en su estado de reposo o de movimiento rectilíneo y uniforme.*

Este principio sólo es válido para sistemas de ejes de coordenadas particulares, llamados *sistemas de Galileo,* que son infinitos. Si se considera, en efecto, un sistema de Galileo S y otro sistema S', animado con respecto al primero de un movimiento de traslación rectilínea y uniforme, es evidente que, si un cuerpo M se mueve con relación a S con movimiento rectilíneo y uniforme, su movimiento con respecto a S' será también rectilíneo y uniforme.

Sea $Oxyz$ el sistema S, y $O'x'y'z'$ el sistema S' (*fig.* 423) que se desplaza con respecto a S con la velocidad v.

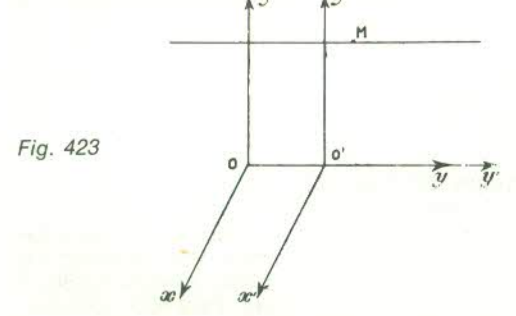


Fig. 423

Puede suponerse que los ejes Oy y $O'y'$ coinciden y que, en el tiempo cero, también lo hacen los puntos O y O'. Las fórmulas del cambio de coordenadas serán :

$$x = x' \quad z = z' \quad y = y' + vt \qquad \textbf{[41,1]}$$

Si un móvil M se desplaza lineal y uniformemente con respecto a S, según una trayectoria paralela a Oy y con una velocidad V, las ecuaciones del movimiento de M serán :

$$x = \text{constante}$$
$$z = \text{constante}$$
$$y = y_0 + Vt$$

Para obtener las ecuaciones del movimiento de M con respecto a S' basta con sustituir x, y, z por los valores de las ecuaciones **[41,1]**, de donde :

$$x' = \text{constante}$$
$$z' = \text{constante}$$
$$y' + vt = y_0 + Vt$$
$$y' = y_0 + (V - v)t$$

que son las ecuaciones de un movimiento rectilíneo y uniforme.

Se deduce de ello que todo sistema animado de un movimiento de traslación rectilíneo y uniforme con respecto a S es un sistema de Galileo. La recíproca también es cierta : todos los sistemas de Galileo están mutuamente animados de movimientos de traslación rectilíneos y uniformes.

Como el principio de inercia es válido para todos los sistemas de Galileo, las leyes de la Mecánica se expresarán de la misma forma en cualquiera de ellos, lo que corresponde al *principio de la relatividad* de la Mecánica clásica.

La fórmula $F = m\gamma$ de la Dinámica se escribe, si llamamos x, y, z, a las proyecciones de la fuerza F sobre los tres ejes de coordenadas,

$$X = m\frac{d^2x}{dt^2}$$
$$Y = m\frac{d^2y}{dt^2}$$
$$Z = m\frac{d^2z}{dt^2}$$

Las ecuaciones **[41,1]** muestran que :

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d^2x'}{dt^2}$$
$$\frac{d^2y}{dt^2} = \frac{d^2y'}{dt^2}$$
$$\frac{d^2z}{dt^2} = \frac{d^2z'}{dt^2}$$

En el sistema S', la ecuación $F = m\gamma$ se escribirá, por consiguiente,

$$X' = m\frac{d^2x'}{dt^2}, \quad Y' = \frac{d^2y'}{dt^2}, \quad Z' = \frac{d^2z'}{dt^2}$$

Estas ecuaciones son idénticas, desde el punto de vista formal, a las que se indicaron para el sistema S.

Incompatibilidad aparente entre el principio de la relatividad y el electromagnetismo. — La teoría electromagnética de Maxwell o, por lo menos, las fórmulas que contiene, han sido comprobadas miles de veces. En ella se establece que cualquier onda electromagnética se propaga en el vacío en todas las direcciones con una velocidad constante próxima a 300 000 km por segundo. Esta ley, llamada de la *isotropía* de propagación de las ondas electromagnéticas, es incompatible con el principio de la relatividad. En efecto, si la velocidad de la luz es c con respecto a un sistema S, su velocidad con respecto a un sistema S', que se propaga con un movimiento rectilíneo y uniforme de velocidad v' en el sentido de la señal luminosa, será $c - v$, en virtud del teorema de la composición de velocidades.

El número que mide la velocidad de la luz expresada en centímetros por segundo es igual al cociente entre la unidad C.G.S. electrostática de cantidad de electricidad y

la unidad C.G.S. electromagnética de cantidad de electricidad. Parece lógico que este cociente sea el mismo, ya se hagan las mediciones en un sistema de Galileo o en cualquier otro; el principio de la relatividad debe, por consiguiente, aplicarse a la ley de propagación de las ondas electromagnéticas, es decir, que la velocidad de propagación de dichas ondas debe ser la misma con respecto a todos los sistemas de Galileo. Esto va en contra del teorema de la composición de velocidades, que, como demostró Einstein, es erróneo, porque se fundamenta en dos principios inexactos, según los cuales se cree que el tiempo es el mismo en todos los sistemas y que la longitud de un objeto es la misma, ya esté medida en un sistema o en otro cualquiera.

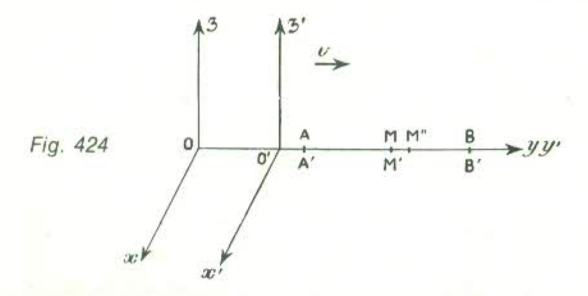
Análisis de la noción de tiempo. — *Simultaneidad.* — El físico norteamericano Albert **Einstein** (1879-1955) demostró que, si dos fenómenos son simultáneos para una persona, no lo son obligatoriamente para otra. Cabe distinguir, en primer lugar, entre simultaneidad en un mismo punto y simultaneidad a distancia.

La primera, o *coincidencia espacio-temporal*, difiere de la segunda en que es válida para todos los sistemas; en efecto, al afirmar que dos rayos han caído simultáneamente en un mismo punto A, quiere decirse que los relámpagos han sido observados al mismo tiempo por cualquier persona móvil o inmóvil.

No ocurre lo mismo con la simultaneidad a distancia. Ésta puede definirse diciendo que *dos acontecimientos que se producen en dos puntos* A *y* B *son simultáneos si un observador situado en medio de* AB *los percibe al mismo tiempo*. Esta afirmación concuerda con la idea que se suele tener de la simultaneidad, y se demuestra fácilmente que dos hechos simultáneos a un tercero lo son también entre sí.

Para ver si dos hechos simultáneos con respecto a un sistema S lo serán también con relación a otro sistema S', móvil con respecto a S, se vuelven a considerar los sistemas de coordenadas $Oxyz$ y $O'x'y'z'$, el segundo de los cuales se mueve con relación al primero con la velocidad v (*fig.* 424), y se supone que dos fenómenos se

Fig. 424

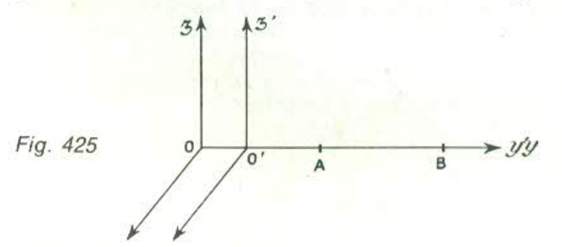


producen simultáneamente en los puntos A y B de S, es decir, son vistos al mismo tiempo por un observador situado en el centro M de AB. Sean entonces A' y B' los dos puntos del sistema S' que coinciden con A y B en los momentos en que ocurren los fenómenos considerados; estas coincidencias son *espacio-temporales*, de forma que son válidas para todos los sistemas. Sea también M' el punto medio de A'B'; según la definición anterior, los hechos que se han verificado en A y B serán simultáneos con respecto a S' si el observador en M' los percibe al mismo tiempo. Pero, como el punto M' se desplaza hacia B durante el tiempo en que se propagan las señales luminosas procedentes de A y de B, el observador percibirá el fenómeno producido en B antes del que haya tenido lugar en A, porque, para llegar a M', la luz que viene de A tendrá que recorrer un camino (contado en el sistema S) más largo que la procedente de B. El observador del sistema S' situado en M', en cambio, considerará que los dos hechos se han verificado en puntos A' y B' de su sistema y que no son simultáneos, puesto que, al estar situado exactamente en el punto medio de la distancia A'B', ha percibido el fenómeno producido en B' antes del ocurrido en A'.

Por consiguiente, dos hechos simultáneos con respecto a un sistema no lo son necesariamente para otro que sea móvil con respecto al primero, de donde se deduce que el tiempo que se mide en un sistema es característico del mismo, es decir, que cada sistema de referencia tiene su *tiempo propio*. El tiempo no es absoluto, sino relativo.

Análisis de la noción de longitud. — Se consideran de nuevo los sistemas S y S' y se supone que los físicos de S' quieren medir una longitud AB sobre Oy (*fig.* 425); para ello, colocarán una regla dividida a lo largo de $O'y'$ y

Fig. 425



señalarán las divisiones de esta última que se encuentren simultáneamente — con respecto a su sistema — enfrente de los puntos A y B. Como la simultaneidad no es la misma para S y S', los físicos del sistema S observarán que las divisiones marcadas en la regla dividida no estaban simultáneamente enfrente de los puntos A y B, es decir, que la longitud hallada por los físicos de S' para AB no es la misma que la que ellos miden. Por lo tanto, *las medidas de una misma distancia* AB *efectuadas en sistemas mutuamente móviles no son, en general, iguales.* Se llamará *longitud propia* de AB la medida de esta longitud efectuada en un sistema que sea inmóvil con respecto a AB.

Las fórmulas de Lorentz. — Es necesario ahora conocer las relaciones que existen entre los tiempos t y t' medidos en los dos sistemas S y S' y entre las coordenadas xyz y $x'y'z'$, es decir, que deben determinarse las fórmulas del cambio de coordenadas considerando el tiempo como una cuarta coordenada. Para ello, conviene señalar que las fórmulas dadas anteriormente no son válidas, porque se apoyan en principios inexactos; es preciso recordar asimismo que el principio de inercia debe verificarse para dos sistemas de Galileo y que la velocidad de la luz debe ser la misma en éstos.

La primera condición implica que las fórmulas sean de primer grado en $xyzt$, $x'y'z't'$, y la segunda que :

$$x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2t'^2$$

donde c es la velocidad de la luz. Se ve claramente que las fórmulas adecuadas, en el caso particular de los sistemas S y S' antes descritos, son :

$$\begin{cases} x' = x \\ y' = \dfrac{y - vt}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}} \\ z' = z \\ t' = \dfrac{t - \dfrac{v}{c^2} y}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}} \end{cases}$$

donde v designa la velocidad del sistema S′ con respecto a S. Éstas reciben el nombre de *fórmulas de Lorentz*, porque fueron establecidas por el físico neerlandés Hendrik Antoon LORENTZ (1853-1928).

Debe señalarse que, si la velocidad v es pequeña en relación con la velocidad c de la luz, como sucede generalmente, pueden despreciarse las relaciones $\frac{v^2}{c^2}$ y $\frac{v}{c^2}$, y las fórmulas se convierten en :

$$\begin{cases} x' = x \\ y' = y - vt \\ z' = z \\ t' = t \end{cases}$$

Éstas corresponden a las establecidas anteriormente, que se denominan *fórmulas de Galileo*.

Es preciso indicar asimismo que las fórmulas de Lorentz sólo tienen sentido cuando $1 - \frac{v^2}{c^2}$ es positivo, o sea, si v es menor que c. La velocidad de la luz constituye, por consiguiente, un límite que no puede alcanzar ningún móvil; de hecho los corpúsculos β, móviles de mayor rapidez entre los conocidos, tienen una velocidad que se aproxima mucho a la de la luz, sin llegar a ella.

Consecuencias de las fórmulas de Lorentz. — 1° *Modificación de las longitudes.* — Las fórmulas de Lorentz permiten ratificar la afirmación anterior según la cual la distancia que separa dos puntos no tiene la misma medida en los dos sistemas en movimiento uno con respecto a otro. Si, en el instante cero del sistema S, se

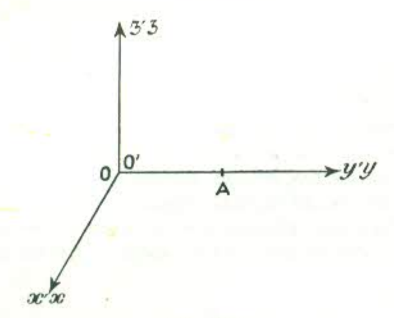


Fig. 426

quieren medir las distancias OA y O′A entre los orígenes O y O′, que se suponen confundidos en este instante (*fig.* 426), y un punto A situado sobre Oy, se tendrá

en el sistema S OA = y
en el sistema S′ O′A = y'

En virtud de las fórmulas de Lorentz,

$$y' = \frac{y - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

pero como, por hipótesis, $t = 0$,

$$y' = \frac{y}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

u

$$O'A = \frac{OA}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

O′A es menor que OA, mientras que la teoría clásica considera iguales estas medidas. Inversamente, si se tomara un punto A′ sobre O′y', se tendría

$$OA' = \frac{O'A'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

La medida de la distancia entre dos puntos del sistema S efectuada en el sistema S′ es inferior a la medida propia, y recíprocamente.

Debe indicarse que las longitudes tomadas sobre los ejes Ox, O′x', Oz y O′z' tienen iguales medidas en los dos sistemas. De estas modificaciones de las longitudes se derivan naturalmente aquellas que afectan las superficies y los volúmenes.

EXPERIMENTO DE MICHELSON. — El resultado que acaba de establecerse permite explicar un experimento, que efectuaron en 1887 los físicos norteamericanos Albert MICHELSON (1852-1931) y Edward Williams MORLEY (1838-1923) con dos espejos M y M′ colocados de modo que formasen un ángulo recto y equidistantes de un punto luminoso O (*fig.* 427). Cuando el dispositivo así constituido está inmóvil, se observa en O un sistema de

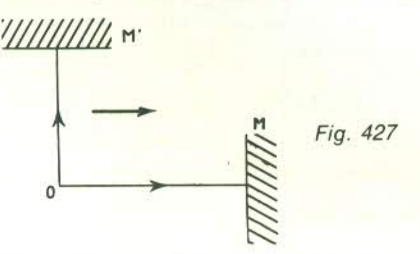


Fig. 427

franjas de interferencia debido a los rayos reflejados por M y M′, pero, si se le da un movimiento de traslación en la dirección OM, el cálculo, efectuado con arreglo a la teoría clásica, muestra que, de dos rayos procedentes simultáneamente de O y reflejados por los espejos M y M′, respectivamente, el primero vuelve a O después del segundo. Este retraso debería crear un desplazamiento del sistema de franjas de interferencia. Sin embargo, el experimento hecho para descubrir el movimiento de traslación de la Tierra reveló que este desplazamiento no se verifica, porque la distancia OM se contrae a causa de su movimiento, y esta contracción, calculada con arreglo a las fórmulas de Lorentz, es tal que no debe producirse ningún desplazamiento de las franjas. Cabe señalar que las medidas de las longitudes OM y OM′ son siempre iguales para un observador inmóvil con respecto al dispositivo empleado, pero dejan de serlo si aquél es móvil.

2° *Retraso recíproco de los relojes en movimiento de traslación mutuo.* — Sea un reloj del sistema S situado en el punto O que da los segundos; los tiempos $t_1 = 0$ y $t_2 = 1$ corresponden a dos segundos sucesivos. Si se calcula el intervalo que separa estos dos segundos en el sistema S′, aplicando las fórmulas de Lorentz, se obtiene

$$t'_1 = \frac{0 - \frac{v}{c^2} \cdot 0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = 0$$

$$t'_2 = \frac{1 - \frac{v}{c^2} \cdot 0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Para un observador del sistema S', el intervalo en el reloj de S es mayor que un segundo, lo que significa que este reloj retrasa en comparación con otro del sistema S'.

3° *Nuevo teorema de la composición de velocidades.* — Sea un móvil M que se desplaza, paralelamente a $O'y'$, con la velocidad v con respecto a S' y con un movimiento rectilíneo uniforme. Las ecuaciones de su movimiento son, si se admite que el punto M en el tiempo $t' = 0$ está en el plano $O'x'z'$,

$$x' = \text{constante}$$
$$y' = wt'$$
$$z' = \text{constante}$$

Para obtener las ecuaciones del movimiento de M con respecto a S', se efectúa el cambio de coordenadas utilizando las ecuaciones de Lorentz y se obtiene

$$\begin{cases} x = \text{constante} \\ \dfrac{y - vt}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}} = w \dfrac{t - \dfrac{v}{c^2} y}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}} \\ z = \text{constante} \end{cases}$$

o
$$\begin{cases} y - vt = wt - \dfrac{wv}{c^2} y \\ x = \text{constante} \\ z = \text{constante} \end{cases}$$

o finalmente, para la primera ecuación,

$$y = \frac{v + w}{1 + \dfrac{vw}{c^2}} t$$

La velocidad del punto M con respecto a S no es $v + w$, como indica el teorema clásico de la composición de velocidades, sino

$$\frac{v + w}{1 + \dfrac{wv}{c^2}}$$

Un experimento verificado por el físico francés Hippolyte FIZEAU (1819-1896) corrobora este resultado. Un fluido circula por un tubo T con una velocidad v, y una señal luminosa se propaga por él a una velocidad w. La velocidad c' de esta señal con respecto al tubo T es, según la teoría de la relatividad,

$$c' = \frac{v + w}{1 + \dfrac{vw}{c^2}}$$

o, aproximadamente,

$$(v + w)\left(1 - \frac{vw}{c^2}\right)$$

$$c' = v\left(1 - \frac{vw}{c^2}\right) + w - \frac{vw^2}{c^2}$$

Como $\dfrac{vw}{c^2}$ es pequeño en relación con las otras magnitudes, podrá escribirse

$$c' = v\left(1 - \frac{w^2}{c^2}\right) + w$$

Este resultado, obtenido por Fizeau y otros físicos, se explicó inicialmente por medio de ciertas hipótesis, que resultaron innecesarias al aplicar la teoría de la relatividad.

Debe señalarse que, si en la fórmula que da la composición de velocidades se añade a la velocidad de la luz c una velocidad cualquiera v, vuelve a encontrarse la primera; en efecto, la fórmula da

$$\frac{v + c}{1 + \dfrac{cv}{c^2}} = \frac{c^2(v + c)}{c^2 + cv} = \frac{c(v + c)}{c + v} = c$$

Este resultado se explica fácilmente, puesto que, en virtud de las fórmulas de Lorentz, la velocidad c es una velocidad máxima.

Principio de la relatividad restringida. — El principio de la relatividad puede enunciarse de la siguiente forma : *si las leyes físicas son válidas con respecto a un sistema de coordenadas* S *en su forma más sencilla, también lo serán para un sistema* S' *que se mueve con movimiento de traslación uniforme con respecto a* S. Se le da el nombre de *principio* o *postulado de la relatividad restringida* porque su validez se limita al caso en que S y S' se desplazan mutuamente con movimientos de *traslación uniforme.*

Masa. — Del principio de la relatividad restringida se deduce que, si las ecuaciones de la Dinámica son válidas en su forma más sencilla, es decir,

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = X, \quad m\frac{d^2y}{dt^2} = Y, \quad m\frac{d^2z}{dt^2} = Z$$

o también

$$\frac{d}{dt}\left(m\frac{dx}{dt}\right) = X, \quad \frac{d}{dt}\left(m\frac{dy}{dt}\right) = Y, \quad \frac{d}{dt}\left(m\frac{dz}{dt}\right) = Z$$

en un sistema S, también lo son en un sistema S' que se desplaza con respecto a S con movimiento de traslación uniforme. Se dice que las ecuaciones deben ser *invariantes* en la transformación de S y S'. Esta condición se cumplía en la Mecánica clásica suponiendo la masa m invariable y válida la transformación de Galileo; pero se demuestra por el cálculo que, como la transformación de Galileo debe sustituirse por la de Lorentz, la invariabilidad de la masa no puede conservarse. Para que las ecuaciones de la Dinámica sigan teniendo una forma invariante, hay que admitir que un cuerpo de masa m en un sistema S, en el que se encuentra en reposo, tiene la masa :

$$\frac{m}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}}$$

cuando se mueve en este mismo sistema con la velocidad v, lo que se expresa diciendo que *la masa de un cuerpo medida en un sistema dado no es invariable, sino que depende del estado de reposo o de movimiento del cuerpo.*

Si la masa de un cuerpo es m *cuando éste se encuentra en reposo, será igual a* $\dfrac{m}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}}$ *cuando éste se mueva con la velocidad* v.

Este resultado se comprobó experimentalmente al estudiar el movimiento de los rayos β y de los rayos catódicos. Se encontró efectivamente que la masa de un electrón aumenta con su velocidad, de conformidad con la fórmula anterior. Las mediciones sólo pudieron efectuarse con electrones, que son las únicas partículas móviles con velocidades suficientemente grandes para que la variación de su masa sea perceptible.

Como la masa es variable, el principio de conservación de la energía debe de dejar de ser válido; pero, en

realidad, lo sigue siendo mientras no haya variación de energía, ya que, como se verá a continuación, las nociones de masa y de energía se confunden.

Energía. — Según la teoría clásica, si un cuerpo se desplaza a la velocidad v, tiene una energía cinética $W = \frac{1}{2} m_0 v^2$, que restituye al detenerse. Este resultado no se obtiene con la teoría de la relatividad restringida, ya que se encuentra, para la energía cinética de un cuerpo de masa m_0 en reposo, el valor :

$$W = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right)$$

$$\text{o} \quad W = m_0 \frac{v^2}{2} + \frac{3}{8} m_0 \frac{v^4}{c^2} + \ldots$$

Este valor difiere muy poco del que da la teoría clásica, si la velocidad v es pequeña con respecto a la de la luz. Por consiguiente, la energía cinética de un cuerpo no es $\frac{1}{2} mv^2$, sino $m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right)$. Si un cuerpo pasa del estado de reposo a la velocidad v, su masa adquiere el valor $\frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$, es decir, experimenta un aumento de

$\Delta m = m_0 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right)$; se tendrá, por tanto, $\Delta m = \frac{W}{c^2}$,

lo que puede expresarse diciendo que *cuando la energía cinética de un cuerpo se incrementa en* W *su masa aumenta* $\frac{W}{c^2}$.

Este resultado se aplica a un incremento cualquiera de energía, puesto que una energía determinada puede transformarse en otra de todo tipo, y se dirá que *cuando la energía de un cuerpo se incrementa en* W *su masa aumenta* $\frac{W}{c^2}$.

La masa de un cuerpo aumenta con la temperatura del mismo. Por ejemplo, un gramo de agua que pasa de 0 °C a 100 °C recibe una energía de 100 calorías, o sea, de 418 julios o de 418.10^7 ergios, y su masa experimenta un aumento de :

$$\Delta m = \frac{418.10^7}{9.10^{20}} \quad (c = 3.10^{10}\ cm/s)$$

o $\Delta m = 4{,}6.10^{-12}$ gramos, o 4,6 milésimas de millonésima de miligramo.

Si la masa de un cuerpo se incrementa cuando aumenta su energía, este fenómeno significa que esta última tiene una masa, e, inversamente, que la masa es energía. *La energía y la masa son magnitudes de igual naturaleza*, es decir, que son una misma cosa bajo aspectos diferentes, de lo cual se deduce :

1.° Que un cuerpo en reposo, de masa m_0, tiene una energía $W = m_0c^2$.

Esta energía es muy grande, ya que la desaparición de un gramo de materia iría acompañada de una producción de energía dada por la fórmula $W = 1 \times 9 \times 10^{20}$ ergios = 9×10^{13} julios = 25 millones de KWh o, en calorías, $W = 2 \times 10^{13}$ calorías. Esto equivale al calor que produce la combustión de 2 500 000 kilogramos de carbón.

2.° Que la energía que tiene una masa debe ser pesante. Se verá más adelante que los rayos luminosos, que transportan energía, son desviados por el Sol y, de manera general, por toda masa pesante.

La energía que se libera en las pilas y bombas atómicas procede de la conversión en aquélla de una proporción muy pequeña de la materia. Esto constituye una de las principales pruebas experimentales de la teoría de la relatividad. Cuando unos electrones positivos penetran en la materia, se produce una emisión de radiación muy intensa ($\lambda = 2{,}4 \times 10^{-8}$ cm), que corresponde a una energía de 500 000 electronesvoltios por fotón. Cada electrón positivo da aproximadamente 2 fotones; como la conversión en energía de la masa de un electrón liberaría 500 000 electronesvoltios, se llega a la conclusión de que esta radiación se debe a la aniquilación de las masas de un electrón positivo y de otro negativo que chocan.

Se ha observado de manera inversa la producción simultánea de dos electrones, uno negativo y otro positivo, por materialización de la radiación γ.

Se admite que el átomo de helio está formado por cuatro átomos de hidrógeno (2 protones, 2 neutrones y 2 electrones planetarios). Como el átomo-gramo de hidrógeno vale 1,008, el del helio debería ser igual a 4,032; sin embargo, este último sólo tiene una masa de 4 a causa de la energía desprendida durante la formación del átomo de helio. Dicha energía es :

$$W = 0{,}032 \times 9.10^{20} = 0{,}288 \times 10^{20} \text{ ergios}$$

$$\text{o sea,} \quad W = 7 \times 10^{11} \text{ calorías}$$

Para volver a transformar el átomo-gramo de helio en otro de hidrógeno habría que proporcionar la misma energía, lo cual explica la estabilidad del helión, núcleo del átomo de helio, que constituye los rayos alfa del radio.

El universo de Minkowski. — En vez de formular ecuaciones propias de un sistema dado, es preferible escribir una que sea válida en todos y que recibe el nombre de *ecuación intrínseca*. Por ejemplo, las ecuaciones clásicas de la Mecánica se escriben :

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = X, \quad m\frac{d^2y}{dt^2} = Y, \quad m\frac{d^2z}{dt^2} = Z$$

La ecuación intrínseca correspondiente es $\vec{F} = \overrightarrow{m\gamma}$, que, para la teoría clásica, es válida en todos los sistemas, ya que los vectores $\vec{F}$ y $\vec{\gamma}$ son los mismos en todos ellos, lo que se expresa diciendo que un vector es un *invariante*. No ocurre lo mismo en la teoría de la relatividad, porque el empleo de vectores en el sentido tradicional de la palabra no puede conducir a ecuaciones intrínsecas, puesto que la longitud de un vector varía con los sistemas utilizados. Debe, por consiguiente, encontrarse una cantidad invariante análoga a la longitud. En la teoría clásica, la distancia ds entre dos puntos próximos de coordenadas x, y, z, y $x + dx$, $y + dy$, $z + dz$ se expresa por la fórmula :

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$$

Se dice que ds^2 es el invariante fundamental. Para saber lo que le corresponde en la teoría de la relatividad se toma como punto de partida la constancia de la velocidad de la luz en el vacío expresada por la ecuación :

$$x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2t'^2$$

o, en forma diferencial,

$$dx^2 + dy^2 + dz^2 - c^2dt^2 = dx'^2 + dy'^2 + dz'^2 - c^2dt'^2$$

En virtud de esta igualdad, el primer miembro es un invariante, que corresponde al ds^2 buscado. Se escribirá, por tanto :

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 - c^2dt^2$$

o, para simplificar los cálculos,

$$ds^2 = c^2dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$$

Se dará el nombre de *intervalo de universo* a ds.

Si se considera un espacio de cuatro dimensiones, cuyas coordenadas sean x, y, z y t, se tendrá :

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 + dt^2$$

Se observa que existe una gran analogía entre el ds^2 de un espacio de cuatro dimensiones y el del universo en que vivimos, sin que por eso haya identidad, puesto que en la expresión del intervalo de universo no todas las coordenadas van precedidas del mismo signo. El tiempo desempeña la función de una coordenada especial a la cual se puede aplicar, con ciertas variaciones, la geometría de cuatro dimensiones, generalización de la de tres. Se definirán vectores de cuatro componentes y, mediante éstos y cantidades también invariantes, llamadas *tensores,* se escribirán ecuaciones intrínsecas.

Este concepto, debido al matemático lituano Hermann MINKOWSKI (1864-1909), ha sido muy importante para el establecimiento de la teoría de la relatividad restringida y más aún para la teoría de la relatividad general.

Puede definirse, de modo análogo a lo que se hizo para el intervalo de universo, la *longitud de una línea de universo,* que será la suma de los intervalos que separan dos hechos consecutivos en la línea de universo. Si se calcula, por ejemplo, la longitud de la trayectoria de un móvil, como éste es un invariante, se pueden escoger los ejes que se quiera y, por consiguiente, los que están ligados al móvil. En este caso $dx = 0$, $dy = 0$, $dz = 0$ y se tendrá :

$ds^2 = c^2dt^2$, de donde $s = ct$ siendo t el tiempo propio del móvil.

La recta de universo será, por una generalización de la recta euclidiana, la línea de universo más larga que vaya de un hecho a otro.

Relatividad general

Principio de equivalencia. — La relatividad restringida, formulada en 1905 por Einstein, es insuficiente, porque establece que las leyes físicas son invariantes únicamente en los sistemas inerciales y además no es una teoría de la gravitación. Por ello el eminente físico la generalizó hacia el año 1916 partiendo de la gravitación. Si se consideran, por ejemplo, unos cuerpos sometidos a un campo gravitatorio uniforme en un sistema inercial, se observa que aquéllos están animados de un movimiento uniformemente acelerado. Ocurriría lo mismo con unos cuerpos que no fuesen sometidos a ninguna fuerza en un sistema no inercial animado de un movimiento uniformemente acelerado, puesto que todo se desarrollaría como si los cuerpos se encontrasen en un campo gravitatorio. Resulta imposible, por consiguiente, diferenciar los dos casos anteriormente mencionados y esto lleva a la formulación del *principio de equivalencia,* que establece que debe haber equivalencia total entre la *masa pesante m* de un cuerpo (cociente entre la fuerza f que se ejerce sobre él y la gravitación g) y su *masa inerte m'* (cociente entre la fuerza f' que se ejerce sobre él y la aceleración γ a la cual está sometido).

Gravitación y geometría no euclidiana. — La equivalencia local de las fuerzas de gravitación y de las fuerzas de inercia pone de manifiesto que existe una relación entre la gravitación y la geometría del espacio-tiempo. Einstein interpreta la gravitación creada por la presencia de masas como una deformación del espacio-tiempo con respecto al espacio euclidiano; en este caso, los cuerpos no se mueven según unas rectas sino según unas curvas llamadas *geodésicas*. En dicho espacio no puede aplicarse la geometría euclidiana y se deben utilizar sistemas de coordenadas distintos del habitual. Se llega de este modo a conocer completamente el movimiento de los cuerpos y a expresar las leyes de la Mecánica y de la Física para cualquier observador sometido a una aceleración o a un campo gravitatorio. Estas leyes, al formularse de la misma manera en todos los puntos del espacio, son universales.

Según la teoría de la relatividad general, el espacio-tiempo se expresa por el elemento de espacio generalizado en coordenadas cartesianas :

$$ds^2 = \sum_{i=0}^{3} \sum_{k=0}^{3} g_{ik}x_ix_k$$

en donde x_i e x_k son las cuatro coordenadas y $x_0 = ct$ es la coordenada de tiempo, mientras que x_1, x_2 y x_3 son las coordenadas de espacio. Los coeficientes g_{ik}, que forman un tensor simétrico ($g_{ik} = g_{ki}$), llamado *tensor métrico,* expresan la curvatura del espacio debida a los campos gravitatorios, reales o ficticios, ligados a las aceleraciones, y dependen de este modo del sistema de coordenadas empleado. Cuando no hay campo de gravitación o de aceleración, es decir, en el caso de un sistema inercial, se vuelve a encontrar el elemento ds^2 mencionado al tratar la relatividad restringida.

Pruebas de le teoría de la relatividad general. — Para apoyar la validez de la teoría de la relatividad general o generalizada, suelen considerarse esencialmente tres tipos de fenómenos, que se estudiarán a continuación.

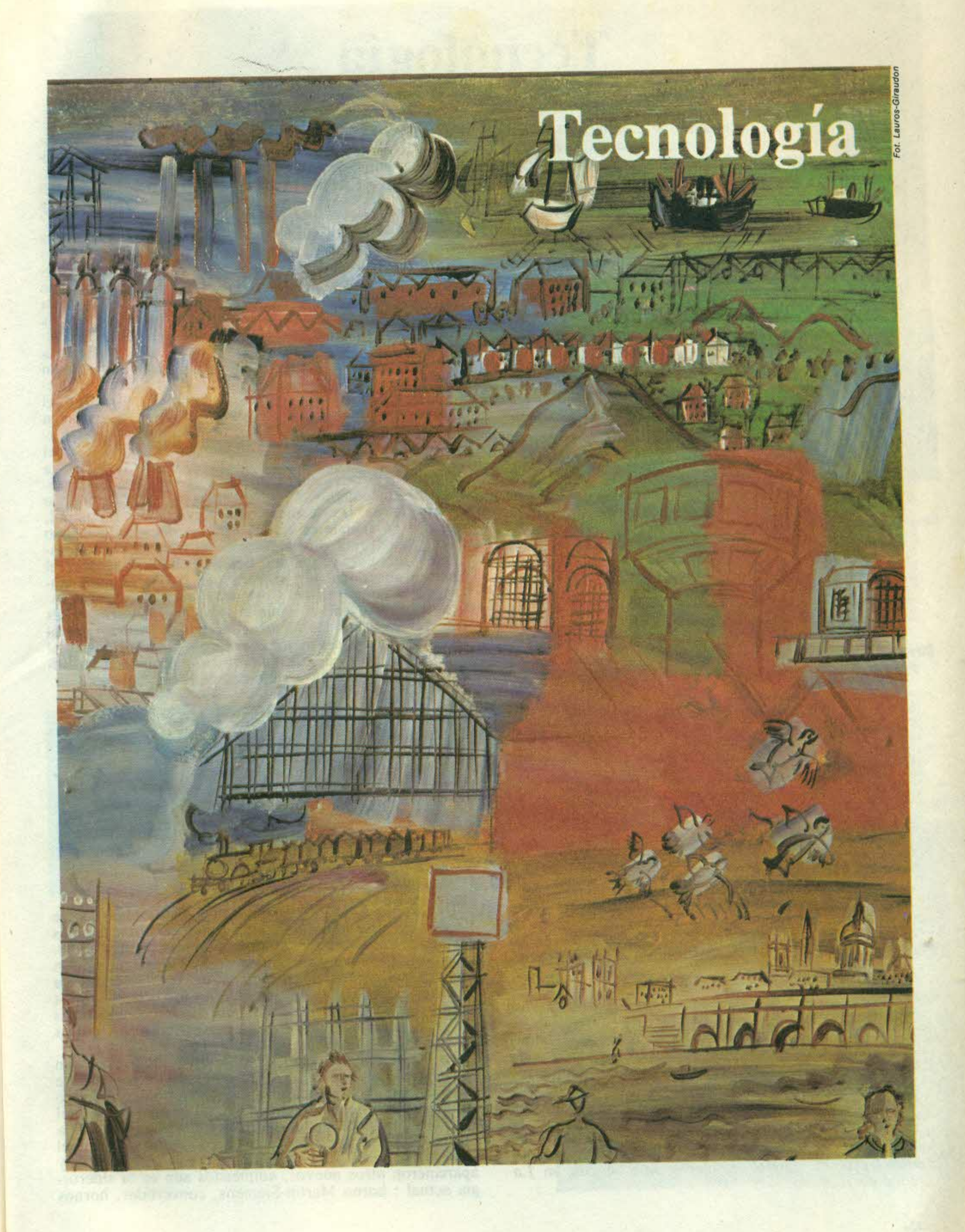
Desviación de los rayos luminosos por un campo gravitatorio. — Al estar en presencia de una masa, como el Sol, el espacio-tiempo se deforma localmente y la trayectoria de la luz deja de ser una recta. Un rayo que pase a una distancia r_0 del Sol se desvía en un ángulo $\alpha = 4\,GM/c^2r_0$ (G = constante de la gravitación; M = masa del Sol). Varios experimentos han permitido medir esta desviación y han dado resultados que concuerdan con la teoría de la relatividad general.

Desplazamiento de las rayas del espectro. — Se han llevado a cabo distintas investigaciones gracias a las cuales se ha comprobado que, como previsto por la teoría de la relatividad general, la longitud de onda de las rayas emitidas por un átomo es mayor si éste se encuentra en un campo gravitatorio que cuando no está sometido a él.

Desplazamiento del perihelio de Mercurio. — Las órbitas de los planetas no corresponden exactamente a las elipses de Kepler a causa de la curvatura del espacio cerca del Sol. La diferencia que existe es importante en el caso de Mercurio. Al tener una rotación lenta, el perihelio (punto de la trayectoria más cercano al Sol) de la órbita de este planeta tiene un desplazamiento aparente en el firmamento de $0{,}012^0$ cada 100 años. Según la teoría de la relatividad general, este fenómeno se debería a la proximidad relativa de la gran masa del Sol, pero algunos astrónomos lo achacan a un achatamiento del astro. Este desplazamiento no puede considerarse, por consiguiente, como una prueba irrefutable de la teoría de Einstein.

Se efectuán actualmente otros experimentos y, aunque las observaciones hechas hasta ahora no permiten confirmar de modo definitivo la exactitud de la relatividad general, debe reconocerse que han contribuido a demostrar que la mayoría de las teorías anteriormente aceptadas han sido superadas.

Tecnología

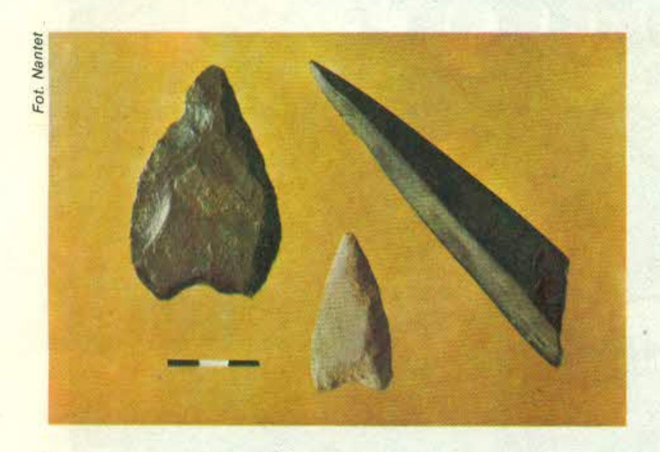


Fot. Lauros-Giraudon

Tecnología

Se ha dicho, y no sin razón, que el hombre empezó a distinguirse realmente del animal el día en que tuvo la idea de fabricar una herramienta. El ser humano fue, por consiguiente, un técnico en sus principios antes de manifestar su preocupación por el arte o la metafísica, y puede considerarse que el homínido, al tratar de resolver los problemas que se le plantearon cuando empezó a tallar la piedra o el sílex, desarrolló su capacidad mental o inteligencia, hasta llegar al período histórico denominado Paleolítico Superior, en el cual aparecen ya claramente las características o los rasgos que le configuran como antecesor del hombre actual.

Fot. Nantet



Diferentes armas de piedra pulimentada fabricadas en el período Neolítico en la región de Tichitt (Mauritania).

Inventos y descubrimientos se sucedieron : fabricación de utensilios e instrumentos de madera, hueso y metal, conocimiento del fuego y de la agricultura, domesticación de los animales y evolución de la vivienda desde las cavernas naturales hasta las casas de piedra y ladrillo, pasando por las cabañas de ramas y barro.

La evolución de las técnicas ilustra elocuentemente la lentitud del progreso a través de los tiempos, así como la vertiginosa aceleración del mismo en épocas más recientes. Transcurren cientos de miles de años antes de que se llegue a dominar el fuego y para pasar de la simple piedra tallada a la laminilla de pedernal. Otros treinta milenios son necesarios para conocer la agricultura, y varias decenas de siglos más para la reducción a la domesticidad de ciertos animales y para la aparición de la vida urbana, preludio ya de las sociedades modernas. Durante los tres o cuatro milenios siguientes, el progreso técnico es más lento, aunque se realizan algunos inventos fundamentales, como el de la metalurgia. Se llega así al siglo XV de nuestra era que señala el principio del Renacimiento, período trascendental en la historia de la Humanidad en el que se efectúan descubrimientos en todos los ámbitos, bases para un prodigioso desarrollo de las técnicas. La Revolución Industrial, iniciada en Inglaterra en las últimas décadas del siglo XVIII, transforma profundamente la vida de las poblaciones urbanas y, ya en tiempos muy recientes, el hombre abandona por primera vez la Tierra para lanzarse a la conquista del Cosmos.

Se exponen, en las siguientes páginas, las principales características de las técnicas modernas para ayudar al lector a comprender mejor el progreso tecnológico actual y los descubrimientos e inventos que, con toda seguridad, se realizarán en los últimos años del siglo XX.

Metalurgia

Reseña histórica. Minerales. Clases de minas. Tratamiento de los minerales. Fusión. — **Siderurgia :** Alto horno. Fabricación del acero. Productos siderúrgicos. — Obtención de otros metales. — **Técnicas de fundición y tratamientos térmicos :** Moldeado. Forja y laminado. Estampado y matrizado. Estirado y trefilado. Metalurgia de polvos. Soldadura y corte. Tratamientos térmicos. Calidad de los productos metalúrgicos. — **Labrado de los metales :** Torno. Taladradora. Fresadora. Rectificadora. Procedimientos modernos.

Recibe el nombre de *metalurgia* el conjunto de procedimientos y técnicas de extracción de metales a partir de sus menas, así como la elaboración y tratamiento de los mismos.

Reseña histórica. — Hacia el V milenio a. de J. C., se conocían ya metales como el oro, el cobre, el hierro, utilizados para fabricar armas y adornos, el mercurio, la plata y el plomo. Ciertas aleaciones (bronce y latón) alcanzaron notable desarrollo en Egipto, Grecia y Asia Menor, lo que no sucedió con las efectuadas con hierro, debido a dificultades de elaboración y conservación. Entre las técnicas metalúrgicas empleadas por los griegos hay que señalar el moldeo por el procedimiento de la cera perdida, que hacía posible el vaciado de las estatuas de bronce, la soldadura de los metales y el tratamiento térmico para el temple del hierro, que se cita en *La Odisea* de Homero.

Durante la Edad Media, gracias a los alquimistas, se llegó progresivamente a la extracción de otros muchos metales, aunque las técnicas metalúrgicas apenas evolucionaron. Los monjes cartujos de los Alpes mejoraron los procedimientos de reducción de los minerales de hierro y, en el siglo XIII, aparecieron los primeros altos hornos. A partir del Renacimiento surgieron numerosas forjas y ferrerías en diferentes países, entre los cuales cabe mencionar España (Cataluña, País Vasco).

La Revolución Industrial, que tuvo lugar en Gran Bretaña a finales del siglo XVIII, repercutió notablemente en el campo de la metalurgia. Empezó a obtenerse acero fundido valiéndose del *crisol* y, al quemar parte del carbono existente en el hierro colado, se llegó a la producción de hierro dulce o acero *(pudelado).* En el siglo XIX se perfeccionaron todos estos procedimientos y aparecieron otros nuevos, empleados aún en la siderurgia actual : horno Martin-Siemens, convertidor, hornos

Fot. Lauros-Giraudon

Los alquimistas llevaron a cabo una serie de investigaciones y experimentos en laboratorio, para lo cual se sirvieron de aparatos tales como el alambique. Llegaron a establecer también una notación simbólica para los metales.

eléctricos, electrólisis del aluminio, etc. Los estudios del físico francés RÉAUMUR (1683-1757), junto a los de otros investigadores, condujeron al mejor conocimiento de la metalografía, a la aplicación del tratamiento térmico y a la obtención de aleaciones de gran importancia industrial, gracias, en algunos casos, al descubrimiento de nuevos metales (cromo, níquel, wolframio).

Minerales. — La mayor parte de los metales se encuentran en la Naturaleza en forma de compuestos (óxidos, sulfuros, carbonatos, silicatos, etc.), aunque algunos se presentan en estado nativo (oro, plata, platino y cobre). En los primeros, el producto metálico se halla mezclado con otros, que forman la *ganga*, de la cual es necesario separarlo. Antes de cualquier tratamiento metalúrgico se suele efectuar el lavado, la trituración, el quebrantamiento, la selección magnética o la flotación del mineral extraído. Deben estudiarse en un principio las características del terreno, el porcentaje de mineral útil, la extensión de éste y las condiciones de transporte con objeto de estimar si es conveniente o no, desde el punto de vista económico, la explotación del yacimiento.

Clases de minas. — Las minas o yacimientos se encuentran a veces *a cielo abierto*, es decir, al aire libre, lo que facilita notablemente la extracción, pero en la mayoría de los casos se hallan *bajo tierra* y el filón puede bifurcarse en varias galerías. El pico y la pala se han visto sustituidos, en estas circunstancias, por modernas técnicas de extracción con el empleo del martillo neumático y de la rozadora, máquina que practica cortes profundos en el frente del filón y produce el desplome de importantes masas de mineral. Entre los diversos sistemas de transporte se destaca la cinta transportadora, cuyo rendimiento es muy superior al del acarreo mediante vagonetas o montacargas.



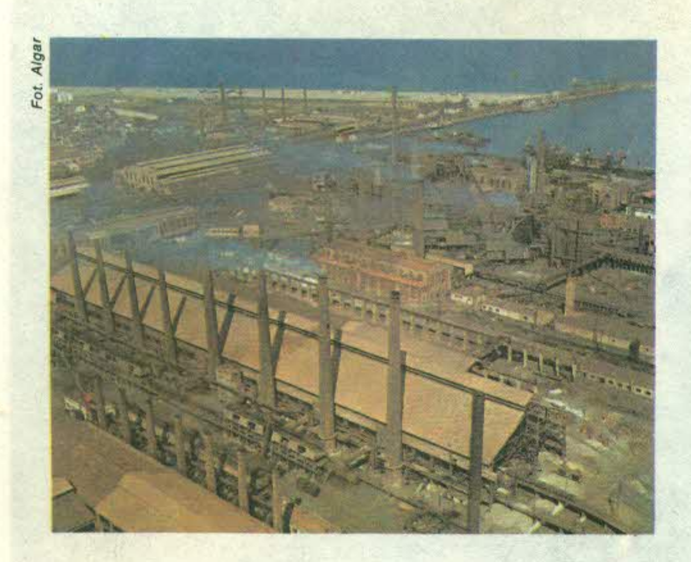
Fot. Lauros-Giraudon

La técnica de la metalurgia se pone de manifiesto en estas dos armaduras de la época del Renacimiento.

Pozo de una mina de mercurio en Almadén (Ciudad Real).



Fot. Algar


Fot. Algar

Vista del complejo siderúrgico de Sagunto (Valencia).

Tratamiento de los minerales. — El metal se extrae generalmente del mineral que lo contiene en estado de óxido por el procedimiento químico llamado *reducción*, consistente en agregar un cuerpo que se combine con el oxígeno (carbono o hidrógeno) para formar un nuevo cuerpo fácilmente separable. El calentamiento que acompaña esta operación se hace frecuentemente a temperaturas muy elevadas con objeto de provocar al mismo tiempo la *fusión* del metal desde el momento de su aparición. Cuando los métodos térmicos se revelan insuficientes, puede recurrirse, como es el caso del aluminio, a la *electrólisis*, verificada también a altas temperaturas.

Tras la elaboración, se efectúa el *afino*, operación que consiste en purificar el metal porque la utilización de éste depende esencialmente de su pureza. Esto se lleva a cabo por electrólisis, que incrementa la conductibilidad del cobre, por ejemplo, o poniendo en contacto el metal con otros cuerpos con los cuales se combina, como se suele hacer en fundición.

Fusión. — La simple *fusión* permite extraer de manera directa el metal de su mineral y se utiliza no sólo para la elaboración, sino también para el afino o para la fabricación de aleaciones. Se emplea asimismo para separar un mineral fácilmente fusible de la ganga que lo rodea.

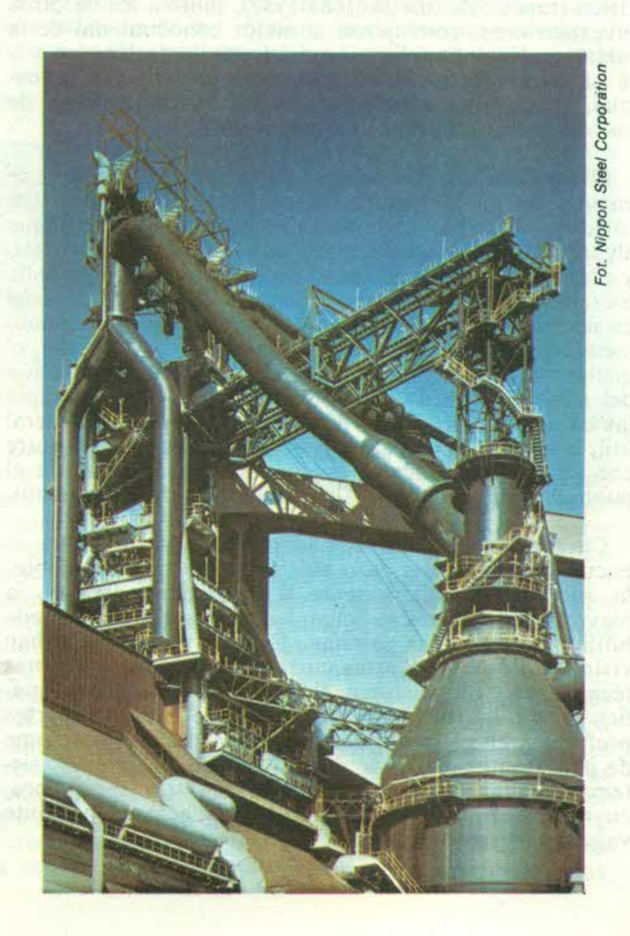
La fusión va a veces acompañada de modificaciones químicas y, según la reacción que tiene lugar, se dice que es reductora, oxidante, sulfurante, carburante, escorificante o por precipitación. Los hornos en que se realiza son de diversos tipos : alto horno, de reverbero, de crisol, rotativo, de arco, de resistencia y de inducción.

Siderurgia

El conjunto de procedimientos y técnicas que permiten extraer, producir y trabajar el hierro, la fundición y el acero recibe el nombre de *siderurgia*. En el *alto horno*, elemento fundamental de la factoría siderúrgica, se verifica la reducción del óxido de hierro por el óxido de carbono desprendido de la combustión del coque.

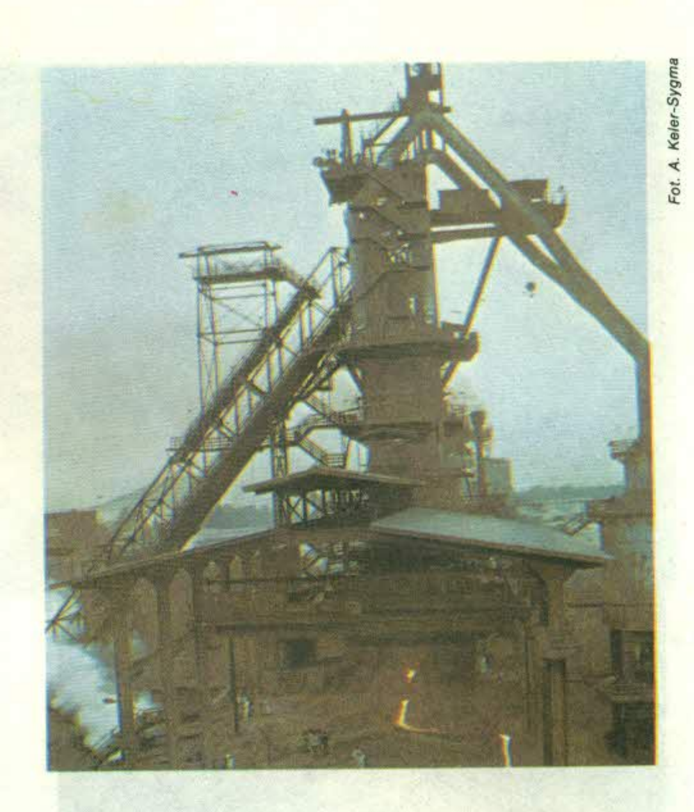
Alto horno. — El *alto horno*, con las instalaciones que lo acompañan, forma un complejo de grandes dimensiones. El horno propiamente dicho tiene una altura que puede rebasar los treinta metros y un diámetro interior de unos siete; está revestido por dentro de ladrillos refractarios y por fuera de una chapa que puede refrigerarse. El funcionamiento esquemático del mismo es el siguiente : por la boca superior o *tragante* se introduce el mineral de hierro, el combustible *(coque)* y un fundente calizo *(castina)*; la fusión se obtiene por la combustión del carbón, activada mediante la inyección de aire caliente por unos orificios de la parte inferior del horno, llamados *toberas*; las capas superpuestas se renuevan por arriba, a medida que por abajo éstas se van fundiendo; el hierro fundido se acumula en un *crisol*, parte inferior del horno, mientras que las *escorias*, constituidas, a partir de la ganga del mineral, por el fundente y las cenizas del combustible, flotan sobre el metal fundido y salen por un orificio o *bigotera*, situado en la parte superior del crisol. Al mismo tiempo que descienden los productos líquidos, los gases de la combustión ascienden por el horno y se utilizan, previa depuración, para calentar el aire que ha de inyectarse. El metal fundido, llamado *hierro colado, fundición* o *arrabio*, se sangra periódicamente por una *piquera*, orificio que se encuentra en la parte inferior del crisol, y se dirige por unos conductos hacia el lugar donde sufrirá un tratamiento adecuado.

La desaparición del alto horno no tardará quizá en producirse, ya que existen procedimientos que, mediante la reacción del carbono o del hidrógeno, transforman


Fot. Nippon Steel Corporation

Complicada estructura del alto horno de una factoría.

En Chimbote (prov. de Santa, Ancash) se encuentra la principal acería del Perú, inaugurada en el año 1958.



directamente el mineral en hierro. La primera fábrica que utilizó este sistema a nivel industrial se encuentra en Monterrey (México), y tras ella se han instalado unos veinte establecimientos piloto.

Fabricación del acero. — El hierro procedente del alto horno no puede forjarse ni reducirse a láminas, a causa de su consistencia quebradiza, y debe transformarse en *acero* para adquirir así las propiedades que lo hacen insustituible en la industria.

El hierro colado o arrabio contiene demasiado carbono, azufre y fósforo, además de algunas otras impurezas, que se eliminan por afino o *pudelado*. Éste se efectúa, según la composición específica de los hierros colados, con los convertidores Bessemer o Thomas, con hornos eléctricos y de reverbero o con crisoles. La mayor parte de los aceros se fabrican con el llamado *horno Martin-Siemens* y se utilizan para la fabricación de máquinas, herramientas, vías de ferrocarril, puentes y vigas para la construcción. El acero puede adquirir otras propiedades, si se alea con cromo, wolframio, molibdeno o níquel, metales que le confieren determinadas características (elasticidad, resistencia, inoxidabilidad, etc.).

El *convertidor Thomas* funciona esquemáticamente del siguiente modo : se cargan las grandes retortas metálicas con caliza troceada, a la que se añade chatarra y hierro fundido procedente del alto horno, se inyecta aire caliente y enriquecido para quemar las impurezas del arrabio que flotan sobre la superficie líquida y éstas se eliminan por vertido, obteniéndose así acero puro, que puede combinarse con diversos metales de aleación, según el producto que quiera obtenerse.

En el procedimiento Martin-Siemens, el horno se carga con chatarra y hierro fundido, que se calientan durante mucho tiempo con quemadores, y la atmósfera oxidante del horno elimina el exceso de carbón. El *horno eléctrico*, con el que se produce actualmente el 40 % del acero, funciona de manera parecida al anterior, pero el calentamiento del metal y de la chatarra se efectúa con un arco eléctrico formado por tres electrodos de carbón y se obtiene así un producto de gran calidad.

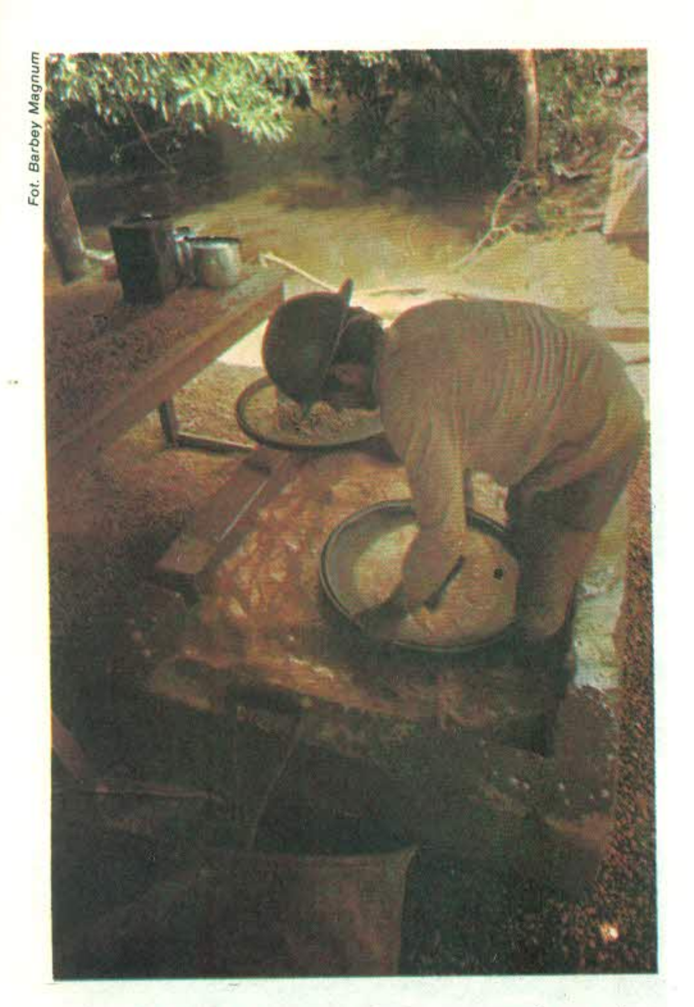
Productos siderúrgicos. — El *hierro* propiamente dicho, menos empleado hoy que el acero, se caracteriza por la resistencia a la corrosión y la facilidad que tiene para soldarse. Se utiliza actualmente como materia prima en la elaboración de ciertos aceros, por las propiedades magnéticas que tiene, y en estado pulverulento para la sinterización. Este metal, del que se han encontrado restos en Egipto que datan de 4 000 años, se conoció también en Babilonia y solamente llegó a Europa hacia el IV milenio a. de J. C.

El *arrabio* se divide en distintas variedades : *fundición blanca*, dura y quebradiza, que corresponde a una fase de la elaboración del metal, *fundición gris*, que contiene plomo y, a veces, grafito, para aumentar la resistencia al frotamiento, *fundición maleable*, que resulta de una cocción prolongada de la blanca, y *fundición de grafito esferoide*, de uso muy reciente. Existen también las llamadas *fundiciones especiales*, obtenidas por aleación con níquel, cromo, molibdeno o silicio, de mayor resistencia al desgaste y a las temperaturas elevadas.

Los *aceros* se clasifican en *aceros al carbono* y *aceros aleados* o *especiales*. Los primeros se dividen en extradulces (clavos, tornillos), dulces (estructuras metálicas), semidulces (maquinaria), semiduros (herramientas), duros (armas, cuchillos) y extraduros (cables). Los segundos pueden ser muy variados y se obtienen por adición de uno o varios elementos, como el níquel, que da el ferroníquel y el invar, el cromo, el manganeso, el silicio y el wolframio. La aleación de este último metal y del cromo proporciona los *aceros rápidos*, cuyo nombre se deriva de la resistencia que tienen a las temperaturas elevadas producidas en las máquinas herramienta por el rozamiento con las piezas labradas a grandes velocidades de rotación. Los aceros especiales más empleados son los que contienen níquel y cromo; cuando poseen una mayor proporción de níquel se denominan *perlíticos* y, en el caso contrario, reciben el calificativo de *austeníticos*, variedad que abarca los *inoxidables* y algunos, de propiedades refractarias, que se utilizan para fabricar resistencias eléctricas.



Planta del centro siderúrgico de Avilés (Oviedo).


Fot. Barbey Magnum

Cuidadoso lavado y cribado de las arenas de un placer aurífero explotado en un lugar de la región amazónica.

Colada continua en una fábrica de fundición de Monclova (Coahuila), importante centro siderúrgico mexicano.


Fot. X

Obtención de otros metales

Los minerales de cobre son óxidos o sulfuros. El tratamiento de los segundos consiste en eliminar el hierro y el azufre, por inyección de aire en el mineral fundido *(mata)*, para extraer sucesivamente el sulfuro y el cobre. Los óxidos, en cambio, se someten a operaciones de reducción y afino. El *bronce* no es más que una aleación formada por cobre y estaño, y el latón por cobre y cinc.

El *aluminio* se obtiene principalmente por electrólisis, a alta temperatura, de la alúmina, óxido de aluminio extraído de la bauxita (sesquióxido de aluminio). Esta operación se realiza con un fundente, llamado *criolita*, que es un fluoruro doble de aluminio y sodio. Las aleaciones de este metal *(alpax* y *duraluminio)* se utilizan mucho, sobre todo en fundición y aeronáutica.

El *magnesio* se obtiene por electrólisis de magnesia o dolomita. Con este metal se fabrican las aleaciones llamadas ultraligeras, muy empleadas en las industrias aeronáutica y del automóvil. Valiéndose de diversos métodos se consiguen varios metales de gran utilidad, como el cinc, plomo, estaño, níquel, cromo, titanio, wolframio, molibdeno y mercurio. Los llamados *metales preciosos* (oro, plata y platino) se encuentran nativos en filones, o combinados, a veces en cantidades muy pequeñas, con otros muchos y distintos elementos, lo que hace difícil y costosa su extracción.

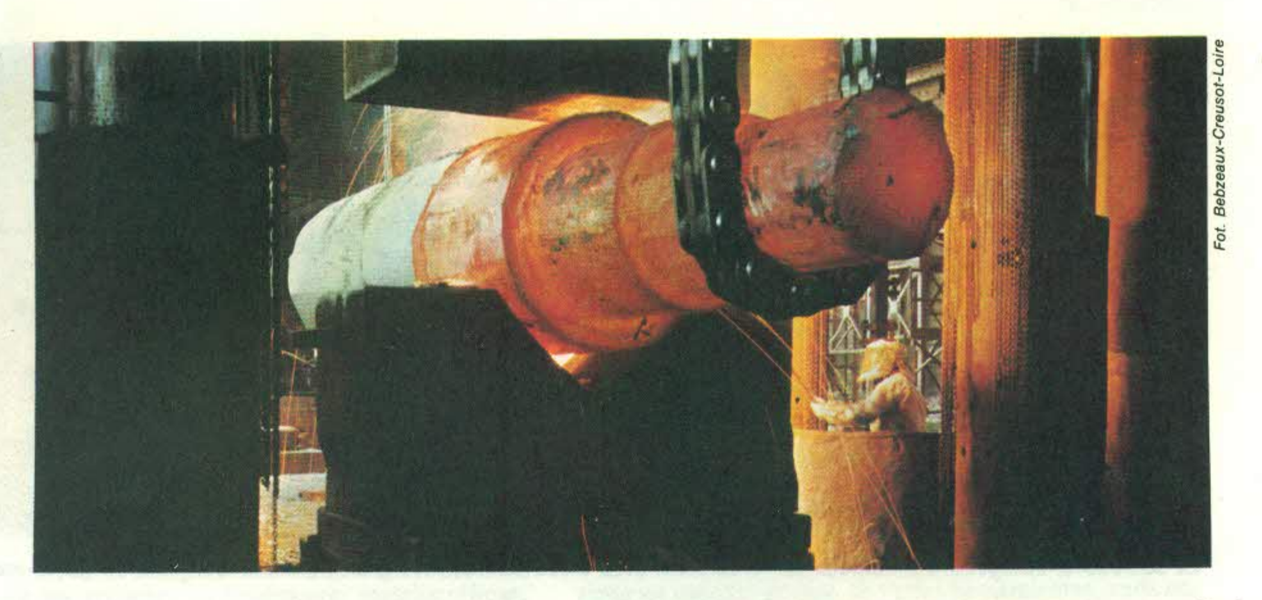
Técnicas de fundición y tratamientos térmicos

La *fundición*, conjunto de las operaciones que permiten obtener una pieza metálica a partir de un metal fundido, es muy conocida desde la más remota antigüedad, pero no se empleó corrientemente hasta el advenimiento del maquinismo y de la construcción mecánica.

Moldeado. — Los lingotes se forman por *moldeado* o *moldeo* vertiendo el metal líquido en unos moldes hechos de madera, de metal o de arena, según los casos. Los últimos tienen la ventaja de su porosidad, que permite la salida de los gases, pero sólo pueden emplearse una vez. La *colada* de los metales se remonta a la Edad de Bronce y se utilizó durante mucho tiempo para la fabricación de armas, campanas, estatuas, vasos, etc.

Desde la aparición de las grandes industrias en la segunda mitad del siglo XIX, las fábricas de fundición constan de varias secciones, en las que se llevan a cabo las operaciones de *preparación de moldes, fusión* o paso de los metales al estado líquido, *aleación*, si hay combinación con algún otro metal, *colada* o *vaciado* en los moldes, *desmoldeo*, después de enfriar la masa líquida, *acabado* o *desbastado* y limpieza de la pieza obtenida.

Forja y laminado. — La forja y el laminado o laminación son dos métodos corrientes que permiten dar al metal la forma más adecuada a su posterior labrado o uso. La *forja* se realiza a mano cuando se trata de una labor de herrería que se efectúa en la *fragua*, donde se calientan las barras de metal colocadas en el yunque para poder golpearlas luego con unos martillos, sujetándolas con tenazas; pero, si se deben labrar grandes piezas, se utiliza la *forja industrial*, en la cual se calienta el lingote en un gran horno antes de batirlo con un martillo pilón o una prensa hidráulica.



Moderno forjado industrial de un rotor de turbina por medio de una prensa hidráulica de más de 7500 toneladas.

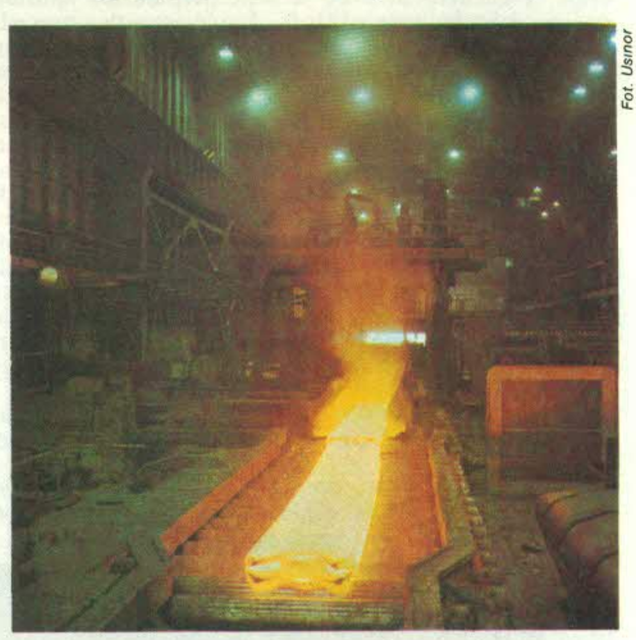
El *laminado* consiste en la reducción a chapa del metal mediante el paso único o repetido de los lingotes por un *laminador.* Éste consta de una serie de cilindros separados unos de otros por un espacio que puede reducirse o aumentarse según el espesor que se quiera obtener. La operación se efectúa a temperaturas elevadas, que alcanzan unos mil grados para el acero, pero se realiza en frío si se desea conseguir chapas muy finas.

Estampado y matrizado. — El *estampado* y *matrizado* son procedimientos destinados a modelar por deformación plástica unos metales colocados en moldes llamados *estampas* o *matrices.* En ambos casos se utilizan *prensas* o *martinetes,* pero en el primero la operación se efectúa en frío, mientras que en el segundo se lleva a cabo en caliente.

Estos métodos permiten la fabricación en serie de piezas idénticas que, mediante la eliminación de las *rebabas,* constituyen productos acabados.

Estirado y trefilado. — El *estirado* y *trefilado* consisten en reducir el diámetro o sección y aumentar la longitud de un producto metalúrgico mediante el paso del mismo por el orificio de una *hilera,* ejerciendo una tracción por un extremo. Estas operaciones, que se realizan en frío, pueden efectuarse, según el grueso deseado, en una o varias pasadas y después de cada una de ellas debe procederse al recocido del metal para regenerarlo. Si se quieren obtener alambres muy finos, es necesario evitar los riesgos de ruptura y se recubre la superficie con otro metal de mayor resistencia, que se disolverá al final por medio de un ácido.

Tren de laminado en una planta siderúrgica.



Metalurgia de polvos. — Además de los métodos anteriormente mencionados, existen otros, relativamente nuevos, que tendrán seguramente gran importancia en el futuro. Cabe citar entre ellos la llamada *pulvimetalurgia* o *metalurgia de polvos,* que se desarrolló durante la Segunda Guerra mundial. El procedimiento consiste básicamente en el aglomerado de pequeñas partículas de metal o aleación mediante distintos métodos : electrólisis por deposición del polvo en una solución acuosa de sal metálica ; atomización o pulverización del metal o aleación, previamente fundido, a través de orificios delgados ; trituración, cuando lo permite la materia prima ; y reacción química (reducción de óxidos, descomposición de un gas carbonilo o de un hidruro). Los polvos así tratados se someten luego a una compresión en frío dentro de una matriz que tiene la forma de la pieza deseada. El producto resultante es frágil, pero presenta ya entre sus granos una cohesión suficiente que permite la manipulación. Este prensado puede hacerse también en caliente, a temperaturas que oscilan entre los 300 ºC y los 1000 ºC.

Se efectúan, después de las operaciones reseñadas, el *fritado* o *sinterización,* elevación de temperatura en una atmósfera neutra o reductora para aumentar la rigidez de la masa metálica, el *revestimiento electrolítico,* los *tratamientos térmicos,* la *cementación,* calentamiento de la pieza en presencia de un producto, llamado cemento, que confiere a ésta nuevas propiedades, etc.





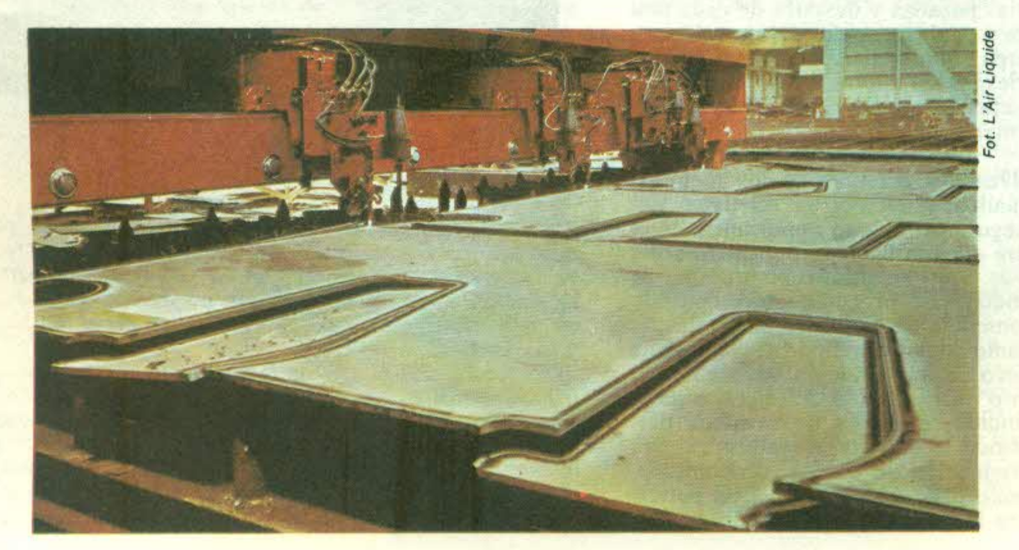
La soldadura, autógena o efectuada por medio del arco eléctrico, confiere gran rigidez a las construcciones metálicas.

Soldadura y corte. — La *soldadura*, es decir, la unión de varias piezas metálicas mediante una fusión local, se realiza por diversas técnicas y depende de la afinidad existente entre los metales, del estado en que éstos se encuentran y de la superficie de los mismos, que no debe hallarse oxidada. Los principales procedimientos de fusión son la *soldadura autógena*, en la cual la llama de un soplete oxiacetilénico calienta los metales que han de unirse a más de 3 000 °C y una varilla de la misma composición rellena la costura que se forma entre ambas piezas; la *soldadura por arco eléctrico*, bastante semejante a la anterior, pero que proporciona una temperatura elevada mediante un arco eléctrico formado entre la barrita y las piezas; la *aluminotermia*, consistente en la combustión de polvo de aluminio y óxido de hierro, que provoca la fusión de las superficies de soldadura y hace posible la unión con el metal fundido. Además de estos métodos, basados en la fusión, a los cuales podrían agregarse el empleo de los rayos luminosos y del laser, los metales se sueldan asimismo en frío, por presión o por la técnica de los ultrasonidos.

La operación inversa a la soldadura es el *corte*, hecho también con el soplete oxiacetilénico o con arco eléctrico.

Tratamientos térmicos. — Entre los *tratamientos térmicos* dados al metal o aleación durante su transformación o, a veces, en estado de pieza acabada, se cuentan el *recocido* y el *temple*. El primero, destinado a disminuir la fragilidad de la masa metálica, consiste en calentar ésta a elevada temperatura y en enfriarla después lentamente para conseguir la eliminación de las tensiones internas creadas durante la fabricación. El segundo, por el contrario, se efectúa sumergiendo de manera brusca en un líquido frío (agua, petróleo, salmueras refrigeradas, sales o metales fundidos) la pieza, previamente calentada, que adquiere de este modo dureza y flexibilidad, sobre todo en las capas superficiales. En el caso del acero, el temple llega a triplicar la dureza del producto.

Cabe mencionar también los *tratamientos termoquímicos*, destinados a producir una modificación superficial en el metal o aleación. El más empleado es la *cementación* del hierro dulce o del acero, consistente en la introducción de éstos en un baño muy caliente de carbono o de nitrógeno, elementos que ceden algunas partículas modificadoras al metal tratado y le dan una dureza superficial mucho mayor. Se pueden utilizar asimismo otros diferentes procedimientos con objeto de llevar a cabo la cementación. Estas operaciones se denominan, según el cuerpo empleado, *sulfinización* (azufre), *cromización* (cromo), *silicación* (silicio), *carbonitruración* (carbón y nitrógeno al mismo tiempo), etcétera.



Corte automático de chapas efectuado con sopletes oxiacetilénicos en un astillero.

Los *tratamientos electroquímicos* modifican asimismo la capa exterior del metal y lo recubren de una película protectora, obtenida por simple reacción química (fosfatación del acero) o por procedimientos electrolíticos (cromado, niquelado, galvanizado). Estos métodos, además de aumentar grandemente la dureza, proporcionan mayor resistencia a la corrosión, incluso cuando las temperaturas llegan a alcanzar un nivel muy elevado.

Calidad de los productos metalúrgicos. — Es necesario, al producirse a veces pequeñas irregularidades en el transcurso de las distintas operaciones metalúrgicas, comprobar de manera rigurosa la calidad del metal obtenido mediante pruebas efectuadas en laboratorio. Éstas pueden ser mecánicas y constan en este caso de operaciones de tracción, flexión, choque, cizalladura, dureza, etc. ; físicas, para estudiar la estructura cristalográfica o efectuar análisis térmicos y radiografías que permiten seguir la evolución de los tratamientos y comprobar la pureza de los metales ; químicas, con objeto de analizar las sustancias y estudiar la corrosión para observar el comportamiento de los metales y de la capa que los recubre ; y, finalmente, metalográficas, valiéndose del microscopio óptico o del microscopio electrónico (micrografía).

Labrado de los metales

El *labrado de los metales* consiste en la transformación de éstos del estado de semiproducto (lingote) al de pieza destinada a un uso determinado.

El *torno* es la máquina herramienta fundamental para efectuar esta labor, y puede decirse que de él se derivan otras auxiliares, como son la *taladradora*, la *fresadora* y la *rectificadora*, que estudiaremos a continuación.

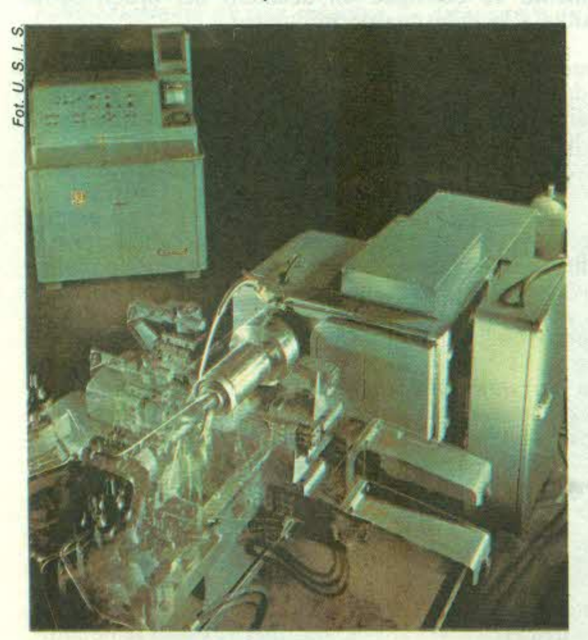
Torno. — El *torno*, máquina herramienta provista de elementos cortantes, sirve para labrar piezas metálicas a las que se imprime un movimiento giratorio. Entre los numerosos trabajos que realiza deben señalarse el labrado de superficies de revolución, el rectificado o alisado de piezas de fundición, la incisión de roscas en piezas cilíndricas y la fabricación de pernos y tornillos. Existen varios tipos de torno, que, según sus diferentes características, reciben la denominación de paralelo, revólver, automático, piloto y vertical.

El *torno paralelo*, el más corriente de todos, consta de un *bastidor* o *bancada*, provisto de guías por las que se deslizan uno de los *cabezales*, destinado a sujetar la pieza, y el *carro portaherramientas*, que orienta el elemento cortante en la dirección más adecuada y se acciona por un husillo de modo manual o automático. En un extremo del bastidor, se encuentran el cabezal fijo, el motor, el cambio de velocidades y los mandos. La extremidad del árbol motor sobresale del cabezal fijo, y a ella se acopla un *plato* o un *mandril*, con mordazas que permiten sujetar la pieza.

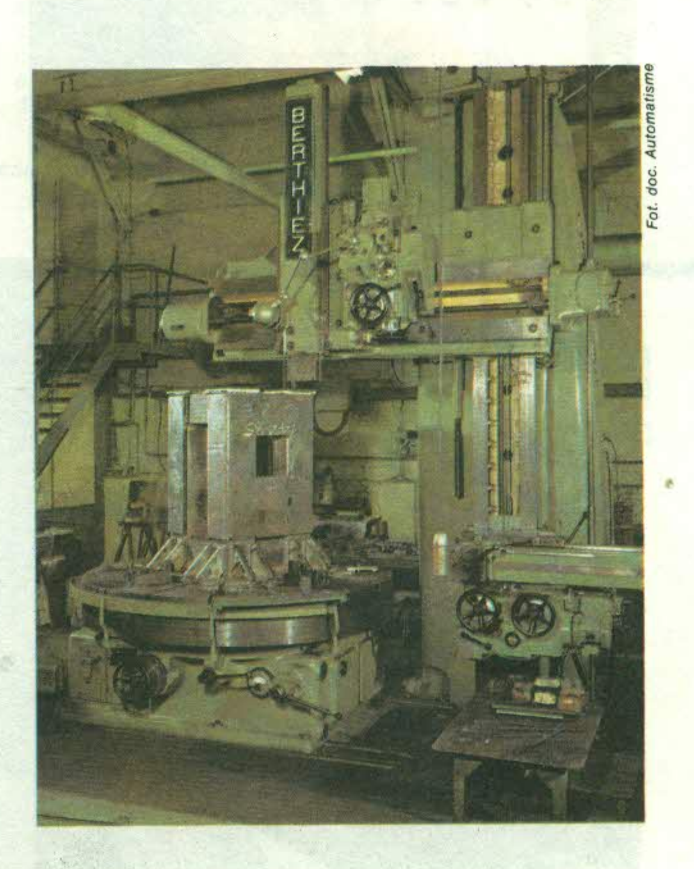
El *torno revólver* se distingue de los demás porque tiene un cabezal dotado de varias herramientas, cada una de las cuales cumple una función según un orden determinado. El *torno automático*, empleado para la fabricación de tornillos, labra la cabeza y la rosca, corta la barra a una distancia que corresponde al tamaño de la pieza y hace avanzar automáticamente la barra para repetir la misma operación. El *torno piloto*, llamado también *de reproducir* o *de copiar*, funciona automáticamente y su portaherramientas sigue el perfil de una plantilla que reproduce la forma del modelo. El *torno vertical* se diferencia de los anteriores en que el árbol motor y la pieza no se encuentran en posición horizontal.

El torno revólver se acciona de modo automático y tiene un cabezal dotado de varias herramientas, cada una de las cuales desempeña una función determinada; el torno vertical se suele utilizar para mecanizar piezas voluminosas.

Fot. U. S. I. S.



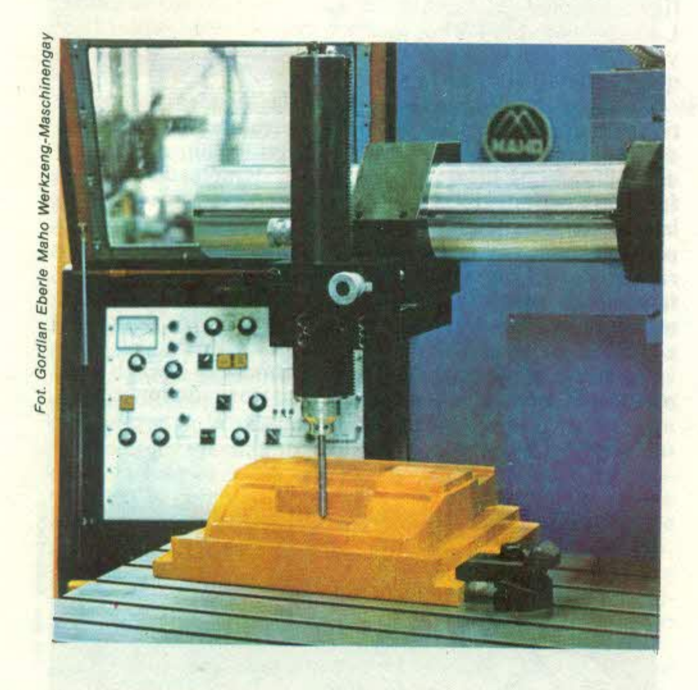
Fot. doc. Automatisme



Taladradora. — La *taladradora*, como su nombre indica, está destinada a hacer orificios. Puede ser un instrumento simple, como es el caso del berbiquí y de los taladros, que confieren un movimiento rotatorio a la *broca* o al *avellanador* mediante la fuerza manual o la energía eléctrica, o más complicado como la taladradora de taller, máquina herramienta montada verticalmente en un bastidor situado encima de una bancada donde se fijan las piezas que han de taladrarse. El mandril está dotado de un movimiento de rotación y de otro longitudinal; el primero hace girar la broca y el segundo permite que ésta avance o retroceda. Existen, según el empleo que se hace de ellas, varios tipos de taladradoras. Las llamadas *radiales* sirven para perforar piezas muy pesadas, las *horizontales* para hacer taladros muy profundos, como, por ejemplo, los que se realizan para el ánima de los cañones, y las *múltiples*, provistas de diversas brocas y capaces de efectuar simultánea o separadamente diferentes taladros, se utilizan generalmente en la fabricación del bloque motor de los automóviles.

Para metales excesivamente duros se siguen otros procedimientos, entre ellos el *chispeado*, basado en el poder abrasivo de la chispa eléctrica, y el empleo de los *ultrasonidos*. Cuando el diámetro del taladro es muy grande y la chapa muy espesa, se recurre al soplete oxiacetilénico.

Fot. Gordian Eberle Maho Werkzeng-Maschinengay



Máquina herramienta compuesta de taladradora y fresadora.

Fot. Larousse



Fresadora. — La *fresadora*, máquina herramienta que sirve para alisar las superficies planas, abrir canales o estrías, realizar perfiles complicados y tallar los dientes de engranajes, consta esencialmente de una *bancada*, que lleva los órganos de recepción, transformación y transmisión del movimiento, una *mesa*, en la que se encuentran el *carro* y el soporte de la pieza, y un *cabezal portafresa*, que transmite el movimiento de rotación a la herramienta mediante un *mandril*. La *fresa*, especie de corona que adopta muy diversas formas, ha de ser de acero para tener una gran dureza y resistir al calor generado por la rotación rápida. Puede tener filos tallados en la propia masa o cuchillas independientes y desmontables. La pieza que se labra se coloca en la bancada, directamente o en un soporte móvil.

Existen tres tipos principales de fresadora : la *horizontal* y la *vertical*, según la dirección del eje de rotación, y la *universal*, cuyo cabezal orientable permite labrar la pieza en todos los ángulos.

Rectificadora. — El *rectificado* o *rectificación* consiste en afinar la superficie ya labrada de una pieza, dando a esta última las dimensiones más exactas posibles. Dicha operación se realiza con una *rectificadora*, máquina herramienta provista de muelas de grano muy fino, cuyas principales características son la rigidez del bastidor, la precisión rigurosa de los movimientos de la muela y de la pieza y la velocidad de giro, que oscila entre 15 000 y 30 000 revoluciones por minuto. Con este instrumento se consigue un acabado del orden de la centésima a la milésima de milímetro.

Procedimientos modernos. — La industria metalúrgica, dado el incesante avance de la tecnología, utiliza procedimientos cada vez más revolucionarios que facilitan el labrado de nuevos materiales y aleaciones de gran dureza. Entre los nuevos métodos descubiertos y empleados corrientemente se encuentran la *electroerosión*, en la que un electrodo de cobre penetra en el metal gracias a la acción abrasiva de las chispas producidas por la corriente eléctrica, que se descarga en un líquido dieléctrico interpuesto entre ambos; el *mecanizado electrolítico* o *electroquímico*, operación análoga a la señalada anteriormente, pero con una disolución anódica; el empleo de los *ultrasonidos*, que permite el movimiento de una herramienta a razón de 12 000 a 30 000 períodos por segundo dentro de un líquido cargado de abrasivos y es particularmente adecuado para materiales no conductores, como el vidrio y la cerámica; y, por último, la utilización de un *haz electrónico* en el vacío, procedimiento que provoca un calentamiento muy localizado capaz de producir la volatilización del metal. La industria electrónica se vale de este método para obtener orificios de diámetro muy pequeño. Se prevé en un próximo futuro, dados los experimentos realizados, el empleo de rayos *laser* para lograr un resultado semejante.

Operación de fresado para labrar una pieza pequeña.

Energía

Carbón : Diferentes clases. Extracción. Combustión. Destilación. Del carbón al petróleo. — **Energía eléctrica** : Hidroelectricidad : Presas. Producción de energía eléctrica. Energla mareomotriz. — Centrales térmicas : Funcionamiento. — Centrales nucleares : Fisión nuclear. Preparación del combustible. Otros combustibles y moderadores. Funcionamiento de un reactor. Estructura de un reactor. Tipos de reactores. Presente y futuro de las centrales nucleares. — **Otras fuentes de energía** : Energía eólica. Energía solar. Energía geotérmica.

La energía se halla muy difundida en la Naturaleza en formas muy diferentes, algunas de ellas, como el Sol, el viento y el interior de la Tierra, de extraordinaria potencia e inagotables. Baste citar, a guisa de ejemplo, que un simple relámpago tiene una potencia de miles de millones de kilovatios. El ser humano se enfrenta, sin embargo, con la dificultad de llegar a dominar en provecho propio dichas fuentes energéticas y de descubrir otras aún poco conocidas. Entre estas últimas cabe mencionar la energía nuclear, cuya utilización ha abierto una nueva era en la historia de la Humanidad, sobre todo después de la gran crisis energética por la que atraviesa el mundo desde 1973. Gracias a esta revolución científica y tecnológica, es posible provocar en nuestro planeta reacciones análogas a aquellas que se producen en el Sol.

El hombre ha utilizado hasta ahora, por su relativo bajo costo, la fuerza motriz suministrada por los animales y la energía proporcionada por el carbón y el petróleo. No obstante, la demanda de estos combustibles fósiles se ha incrementado considerablemente originando, en diversas ocasiones, crisis y penurias más o menos largas, que hacen necesaria la búsqueda o prospección de nuevos yacimientos y una explotación más racional de las reservas.

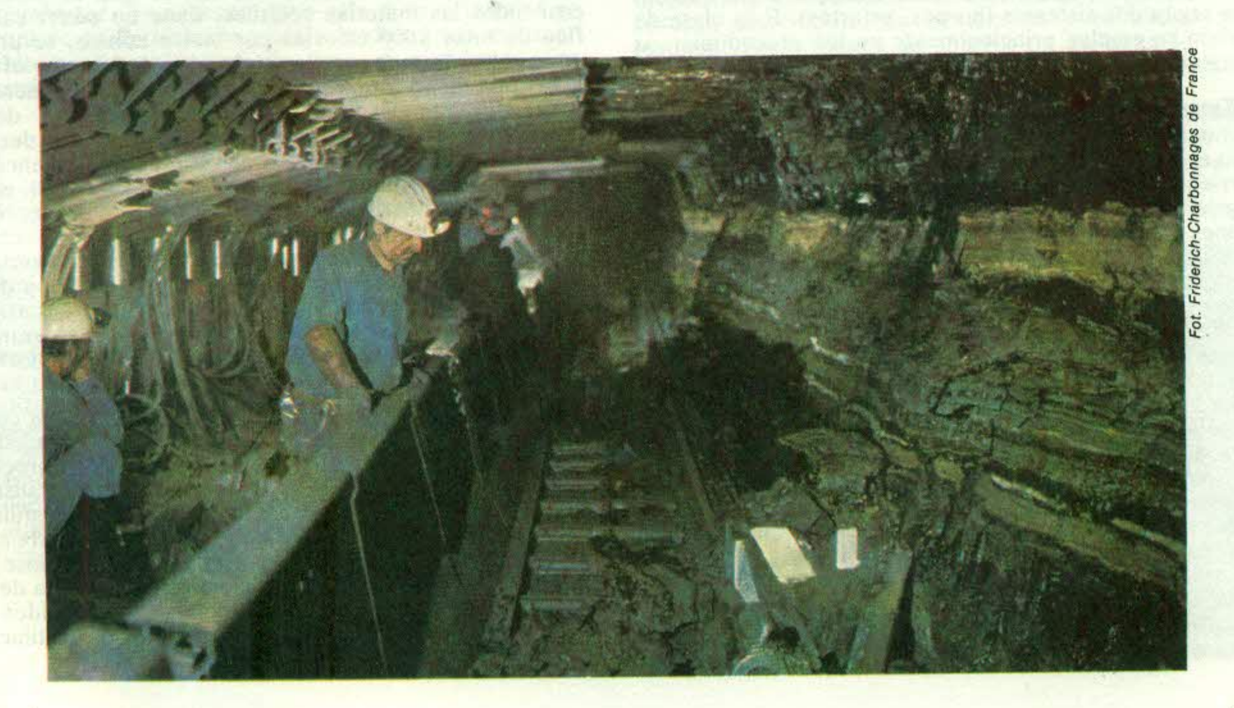
El aumento desmesurado del consumo mundial y la existencia de estos combustibles fósiles en puntos determinados del Planeta han provocado naturalmente fricciones y creado problemas internacionales de orden político por la propiedad y la explotación comercial de estos indispensables recursos energéticos. Es necesario, por tanto, orientarse hacia nuevos descubrimientos e incrementar el rendimiento de las fuentes ya parcialmente explotadas. El átomo, por ejemplo, abre perspectivas alentadoras ; tanto el Sol como el viento apenas han sido aprovechados hasta ahora, y el calor existente en el interior de la Tierra parece estar llamado a convertirse en una energía de gran utilidad.

Carbón

Se suele designar con el nombre de *carbón* al de origen mineral, llamado también de piedra, por oposición al carbón vegetal o de leña.

Diferentes clases. — Los *carbones minerales* se clasifican según la cantidad de materias volátiles que encierran, cuyo porcentaje es inferior al 8 % en la *antracita* y alcanza el 45 % en la *hulla*. Se dice que el carbón es un combustible fósil porque se ha formado a partir de la acumulación de vegetales durante la Era Primaria, principalmente en el período denominado *Carbonífero*. El *lignito* y la *turba* son posteriores a esta época y no han sufrido un proceso completo de carbonización. El poder calorífico de los carbones es muy superior al de la madera. El más utilizado de todos es la hulla, que sirve de combustible en las centrales térmicas de electricidad y permite obtener importantes productos derivados muy empleados en la industria química.

Funcionamiento de una máquina de arranque y de carga mecánica empleada en la explotación de una mina de carbón.



Fot. Friderich-Charbonnages de France


Fot. Charbonnages de France

La rozadora efectúa cortes en el frente de una galería.

El *carbón de leña,* procedente de la carbonización incompleta de la madera a temperaturas superiores a 400 ºC, da un residuo negro formado por carbono casi puro, un 3 % de cenizas y aproximadamente un 15 % de materias volátiles. Arde con facilidad y tiene un poder calorífico casi igual al del carbón mineral. De las maderas resinosas se extraen alquitrán y ácido piroleñoso, y pueden separarse algunos de los componentes de este último, como el alcohol metílico y la acetona. La fabricación industrial del carbón vegetal se efectúa actualmente en recipientes cerrados de gran capacidad (retortas o túneles), dotados de instalaciones secundarias que permiten aprovechar los subproductos, aunque sigue utilizándose también el primitivo procedimiento de las *carboneras,* situadas en el mismo terreno que se explota y consistentes en una pira de leña con un tiro o chimenea interior donde se verifica la combustión parcial de la madera y de las materias volátiles desprendidas, que plantean serios problemas al no poder recuperarse. Para evitar la pérdida de estos residuos se recurre a los *carbonizadores,* aparatos de fácil transporte que funcionan según dos sistemas (hornos, retortas). Esta clase de carbón se emplea principalmente en los procedimientos metalúrgicos y para usos domésticos.

Extracción. — El carbón no puede frecuentemente extraerse a cielo abierto, puesto que este procedimiento sólo es aplicable a criaderos superficiales, y resulta más corriente, sobre todo en el caso de la hulla, cavar pozos y galerías, que constituyen la *mina,* para explotar los filones del mineral. Éstos alcanzan profundidades que oscilan entre los 400 y 1 400 m, y la excavación de la mina ha de hacerse tomando infinidad de precauciones, como la de proceder al revestimiento con ladrillos o al *entibado* metálico de las galerías para evitar las filtraciones y los hundimientos causados por la presión del terreno.

La ventilación de la mina es también imprescindible, no sólo con el fin de proporcionar el oxígeno necesario para que respiren los mineros, sino también para diluir y aspirar los gases inflamables, capaces de provocar explosiones de gran gravedad, como es el caso del *grisú* (metano), que ciertos carbones contienen en una proporción de más de 100 m^3 por tonelada.

La extracción del mineral, actualmente muy mecanizada, se hace gracias a unas vagonetas que transportan el carbón hasta las torres de elevación, desde donde se lleva a la superficie por medio de montacargas o de un sistema de cangilones. En las minas más modernas, al utilizar computadoras para controlar automáticamente la excavación y el transporte, se consiguen una mayor seguridad y una notable reducción de la mano de obra.

Combustión. — La *combustión* del carbón, sobre todo si es incompleta, plantea una serie de problemas difíciles de resolver, como la contaminación atmosférica debida a los gases (óxido de carbono) y al humo. Se intentó en un principio evitar este peligro con la construcción de altas chimeneas por las que salían los residuos, pero en la actualidad se procura alcanzar una combustión más completa para impedir la formación de estos gases tóxicos. Otra dificultad proviene de que la acumulación de carbón en una caldera trae consigo la destilación de la capa superior, con desprendimiento de elementos volátiles. En las grandes centrales térmicas, para paliar este grave inconveniente, se recoge el polvo de carbón que, mezclado con aire comprimido, vuelve a inyectarse.

El rendimiento del carbón ha mejorado notablemente y, desde el punto de vista de los aparatos domésticos, cabe señalar que las calderas y cocinas actuales son más económicas que las antiguas por prestar mejores servicios y son menos peligrosas al desprender una cantidad muy inferior de gases tóxicos.

Destilación. — La *destilación* de la hulla permite obtener diferentes productos : gas, coque, alquitrán, benzol, sulfato amónico, etc.

El *gas de hulla,* llamado también *gas de alumbrado* o *gas ciudad,* proviene de la destilación lenta y de la purificación posterior del carbón, que eliminan el agua, la naftalina, el alquitrán y los compuestos sulfurosos. Este gas, que se distribuye en las ciudades y produce unas 4 500 calorías por metro cúbico, se compone fundamentalmente de hidrógeno, metano y óxido de carbono, a los que se pueden añadir, según el uso a que se destine, algunos otros. Este producto industrial se sustituye a veces por el *gas natural,* cuyo precio de coste es muy inferior.

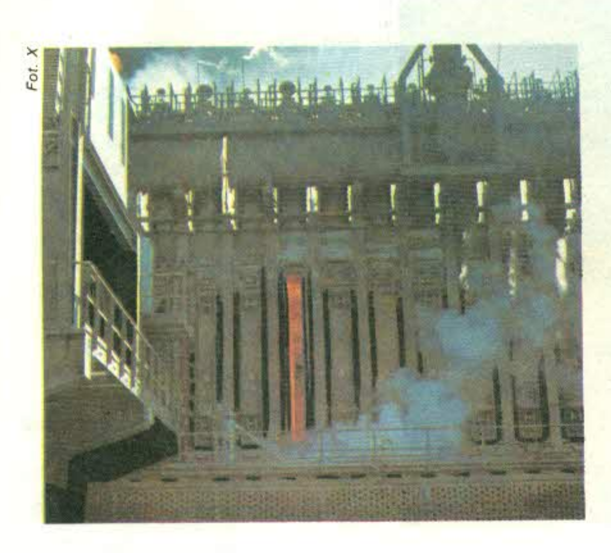
El *coque,* combustible sólido que procede de la destilación parcial de la hulla, con la cual se eliminan casi todas las materias volátiles, tiene un poder calorífico de unas 8 000 calorías por metro cúbico, se utiliza en los altos hornos para la producción de hierro y ofrece la ventaja de no formar capas de hollín en las chimeneas.

El *alquitrán* de hulla, producto secundario de la fabricación del gas de alumbrado, origina, por destilación fraccionada, toda una serie de productos (benceno, tolueno, sileno, fenol, naftaleno, antraceno, cresol, etc.). Cuando se destila la hulla, sale vaporizado y mezclado con el gas, del que se separa por condensación.

El *benzol,* mezcla de benceno, tolueno y sileno, es materia prima de numerosas industrias químicas y de él se derivan carburantes y disolventes.

El *sulfato amónico,* fabricado por síntesis en grandes cantidades, es el abono nitrogenado más empleado.

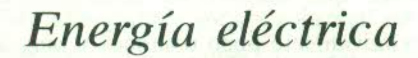
Del carbón al petróleo. — Tanto en Alemania como en la Unión Soviética se ha estudiado la posibilidad de producir petróleo a partir del carbón mediante procedimientos químicos complicados y costosos. Esta transformación, de alto interés científico, pero sin utilidad económica inmediata, se obtiene al calentar el carbón en presencia de oxígeno y de vapor de agua formándose así un gas de síntesis ; éste se convierte, con la ayuda de un catalizador, en una gama de hidrocarburos líquidos de propiedades muy similares a los productos de destilación del petróleo.



Transformación, a elevada temperatura, de la hulla en coque en una planta de la ciudad de Monclova (México).



Central hidroeléctrica de Villarino (prov. de Salamanca).



Energía eléctrica

La *energía eléctrica*, base del gran desarrollo alcanzado por la industria en nuestros tiempos, se produce en *centrales hidráulicas, térmicas* y *nucleares*, situadas en determinados lugares geográficos. Debe, por tanto, ser transportada a los centros de consumo valiéndose de líneas eléctricas, pero éstas suponen siempre una pérdida de energía, sobre todo a gran distancia, debida al calentamiento originado por el paso de la corriente, a la limitada eficacia de los aisladores, a los empalmes y contactos defectuosos y a los efectos de la intemperie. Para paliar en lo posible estos inconvenientes, se recurre a la elevación de la tensión, que puede alcanzar los 380 000 voltios y disminuye de este modo la resistencia del conductor. Es necesario por este motivo instalar en los centros de distribución transformadores que reduzcan el voltaje al nivel adecuado para el alumbrado, las industrias, etc.

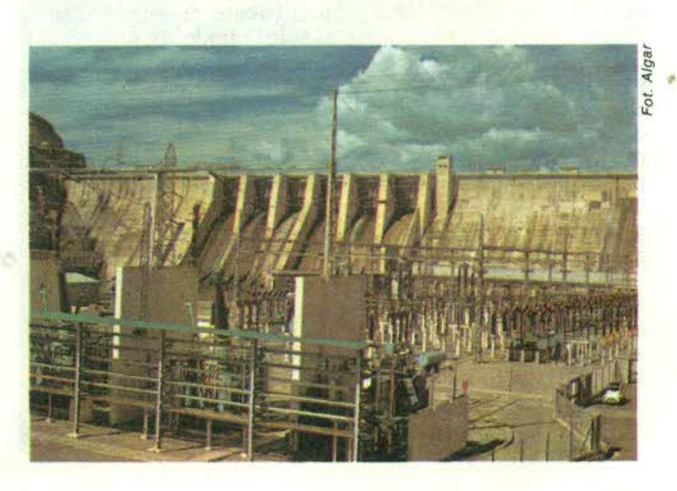
Hidroelectricidad

El funcionamiento de las *centrales hidroeléctricas* o *hidráulicas* se basa en el aprovechamiento de la energía cinética proporcionada por el agua que, al caer sobre los álabes de una turbina, da a esta última un movimiento mecánico de rotación que se transmite a un generador eléctrico.

Presas. — Cuando se quiere embalsar el agua de un río se recurre a la construcción de una *presa* o *represa*, constituida generalmente por un muro de fábrica que detiene el curso del agua y provoca la formación de un lago artificial, utilizado para la producción de fuerza electromotriz o para otras finalidades distintas, como la regulación del río, la protección contra las crecidas, el regadío, etc. Hay presas de gravedad, de bóveda y mixtas. Las *de gravedad*, de perfil triangular, resisten el empuje del agua por la gran solidez del muro y están dotadas de sistemas de estanqueidad y drenaje. Tienen el inconveniente de ser muy sensibles a las sobrecargas accidentales y a las bajas de presión. Las *de bóveda*, que solamente pueden realizarse en valles angostos y cuyo coste de construcción, al necesitar un muro menos espeso, es inferior a las anteriormente citadas, desvían el empuje del agua sobre los estribos y éstos, a su vez, lo transmiten a las laderas del valle gracias al efecto de arco. La convexidad de la bóveda se dispone de forma que haga frente a las aguas. Las *mixtas*, dotadas de un muro relativamente grueso, tienen una forma abovedada, lo que les da una gran resistencia a la rotura, y reúnen las ventajas de las dos primeras.

También se construyen presas con elementos sin trabar (piedras o tierra apelmazada), aunque se hacen inyecciones de cemento en determinados puntos y se colocan dispositivos de contención y escolleras protectoras. Estos diques de contención del agua se construyen cada vez más a causa de su carácter económico.

Producción de energía eléctrica. — Para obtener corriente eléctrica, cualquiera que sea la presa, hay que dirigir el agua por medio de tuberías o canales hasta las



Presa de Mequinenza (Zaragoza) en el río Ebro.



Central mareomotriz en el estuario del río Rance (Bretaña, Francia), primera realización de este tipo en el mundo.

turbinas, máquinas constituidas por una corona fija y una rueda móvil o rotor, que están situadas a un nivel inferior y acopladas a grandes alternadores.

Las turbinas más utilizadas son la de tipo *Pelton,* que recibe, en los álabes dispuestos en la circunferencia exterior, el agua que baja a elevada presión por unos conductos apropiados y da a la rueda un movimiento de rotación; la *Francis,* caracterizada por una corona de paletas destinadas a orientar y proyectar los chorros de agua sobre los álabes del rotor, que gira con más velocidad que la anterior, pero cuya construcción crea dificultades si el salto es superior a 200 m; la *Kaplan,* que, al tener álabes de inclinación graduable, permite obtener mejor rendimiento en los saltos más bajos y es particularmente adecuada en las centrales *fluviales,* es decir, las que aprovechan la corriente normal de un curso de agua.

En las centrales más modernas se han instalado alternadores capaces de desarrollar una potencia de 1 000 MW (megavatios), es decir, un millón de kilovatios. Junto a ellos se encuentran gigantescos transformadores que elevan la tensión hasta 220 000 ó 380 000 voltios. Así, la energía puede transportarse a través de las líneas conductoras en condiciones mucho más ventajosas, y se une con otras diferentes, procedentes de distintas centrales, gracias a las interconexiones existentes entre los puntos de producción.

Energía mareomotriz. — La fuerza motriz engendrada por la diferencia de nivel entre el flujo y el reflujo del agua del mar constituye una fuente de energía, pero el aprovechamiento de ésta sólo puede realizarse en lugares donde las mareas son bastante fuertes y penetran por un paso estrecho. Así ocurre, por ejemplo, en el caso del estuario del río *Rance,* en Bretaña (Francia), donde se ha construido una *central mareomotriz,* inaugurada en 1966, compuesta principalmente de una presa, provista de turboalternadores de funcionamiento reversible, que cierra la ría. Tiene una potencia de 240 MW y una producción anual de energía que alcanza casi la cifra de 600 kWh.

Aunque existen varios proyectos de índole semejante en el mundo entero, pocos de éstos se han llevado a cabo hasta la fecha a causa de la escasez de lugares que reúnan las condiciones requeridas. Se teme además que estas instalaciones modifiquen el régimen de las mareas.

Centrales térmicas

La manera más fácil de obtener energía eléctrica es la utilización de un combustible o de un carburante en un motor térmico que acciona un generador. Son muy conocidos los llamados *grupos electrógenos,* de reducido volumen, relativamente poco onerosos y muy utilizados en las obras públicas o dondequiera que no exista la corriente eléctrica normal.

Funcionamiento. — Una *central térmica* consta esencialmente de *calderas* y *turbinas de vapor* que accionan unos *alternadores.* La combustión de carbón, gas o aceites pesados produce calor que forma vapor de agua en la caldera y la expansión de este último, a más de 500 ºC, provoca la rotación de la turbina y la del generador eléctrico que lleva acoplado.

Se instalan generalmente varios grupos turboalternadores, cuya alimentación en combustible requiere una serie de instalaciones auxiliares. Las centrales térmicas suelen construirse cerca de las minas de carbón para evitar el transporte del combustible. El rendimiento de las más modernas aumenta con el aprovechamiento, mediante un condensador, de parte del vapor producido



Central térmica situada en el sur de España (Algeciras).

para precalentar el agua que alimenta la caldera. Esta refrigeración del vapor exige el empleo de grandes cantidades de agua, procedentes casi siempre de un río vecino, o la construcción de torres de refrigeración.

Las centrales térmicas ofrecen la ventaja de adaptarse perfectamente a las variaciones de la demanda, lo cual no es el caso en las hidráulicas, y pueden construirse cerca de las zonas de consumo, disminuyendo así los gastos de transporte. No obstante, dado el estado actual de la tecnología, éstas, a causa del precio cada día más elevado de los combustibles, serán probablemente sustituidas en un futuro más o menos próximo por otras similares de carácter nuclear.

Centrales nucleares

Una *central nuclear,* compuesta esencialmente de un *reactor,* un *circuito* recorrido por un *fluido,* un *cambiador de calor* y un *turboalternador,* funciona de manera similar a las centrales térmicas, pero el procedimiento seguido para calentar el agua es distinto ya que la energía necesaria para elevar la temperatura se produce mediante el empleo de un combustible nuclear y no por la combustión de carbón o de hidrocarburos.

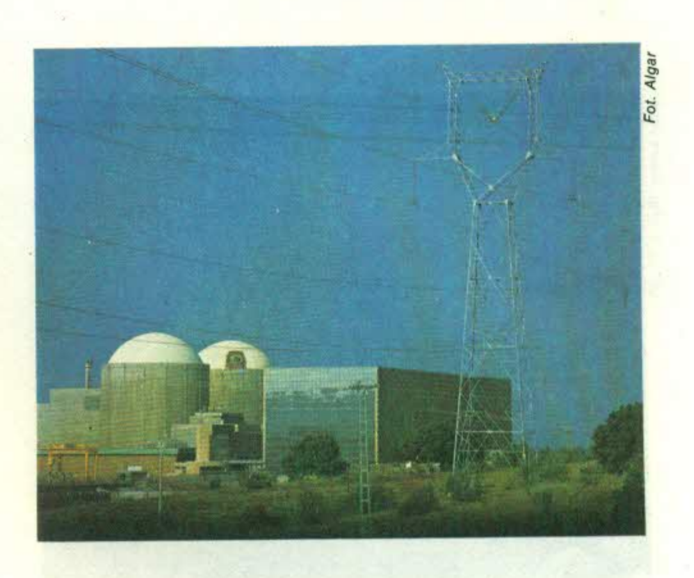
Cabe señalar que la instalación de un reactor nuclear es actualmente de un costo muy elevado, aunque el combustible resulta más económico que los millones de toneladas de carbón o de *fuel oil* requeridos por las centrales térmicas.

Fisión nuclear. — En 1939, se descubrió que el núcleo de uranio podía escindirse y que esta *fisión* producía al mismo tiempo una gran cantidad de energía y la emisión de electrones capaces de desintegrar otros núcleos. Una serie de investigaciones, realizadas a partir de esa fecha, permitió demostrar en 1942 que era posible tener una reacción en cadena con una cantidad mínima de este metal *(masa crítica).* Al poner en contacto varios bloques de uranio 235, isótopo físil, para alcanzar esta masa, igual a unos 15 kilogramos, se provocaba una reacción explosiva, que constituye el principio mismo de la bomba atómica.

El reactor nuclear actual no es más que el resultado de los estudios y experimentos encaminados no sólo a desencadenar la reacción, sino a controlarla en el mayor grado posible mediante materiales moderadores de los neutrones emitidos por la fisión.

Preparación del combustible. — La preparación del *combustible* y de los otros materiales necesarios para el funcionamiento de los reactores es muy compleja. El mineral de uranio se concentra y se purifica mediante una serie de operaciones químicas, efectuadas en primer lugar por vía líquida y luego en seco, para obtener fluoruros gaseosos o lingotes. El metal que compone estos últimos tiene una densidad de 18,9 y se presenta en estado natural como una mezcla de tres isótopos, diferenciados entre sí por los números de masa atómica que poseen (238, 235 y 234).

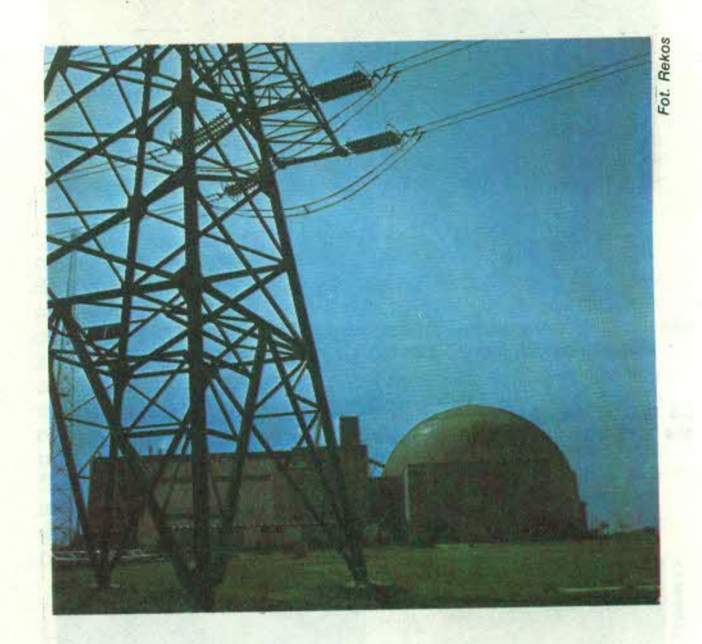
Debido a la mayor radiactividad, el 235 es el más utilizado, pero sólo representa el 0,7 por ciento del metal. En los reactores se emplea el *uranio natural* o el *enriquecido.* El porcentaje de isótopos 235 de este último es dos o tres veces mayor, pero la separación de los mismos constituye una operación difícil y costosa, que se realiza industrialmente por *difusión gaseosa* o por *ultracentrifugación.* El primer procedimiento se basa en que dos cuerpos de masa atómica diferente se difunden, a velocidades también distintas, a través de una pared



Fot. Algar

Central nuclear construida en Almaraz (Cáceres).

Central nuclear de Atucha, prov. de Buenos Aires.

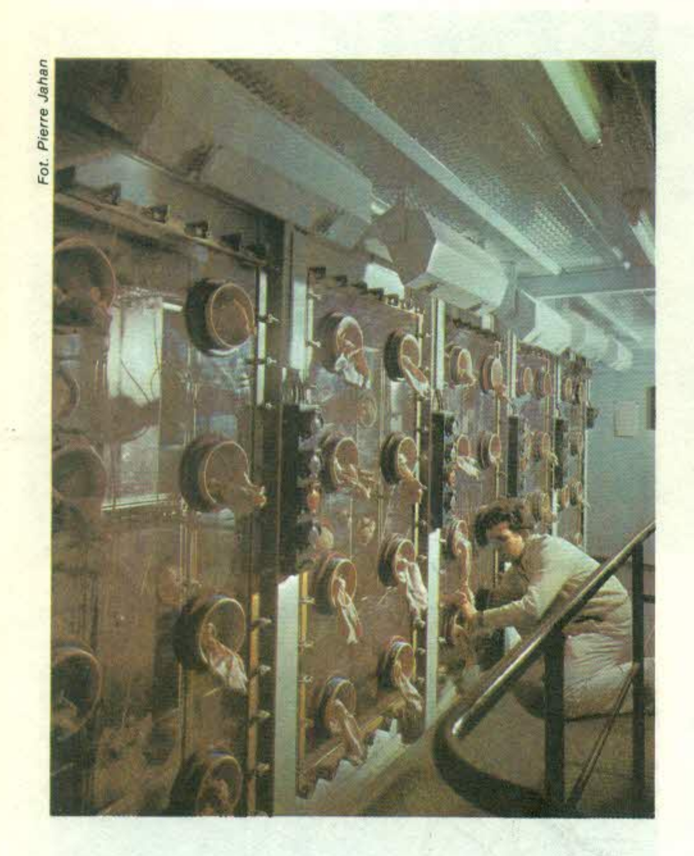


Fot. Rekos



Fot. C. E. A.

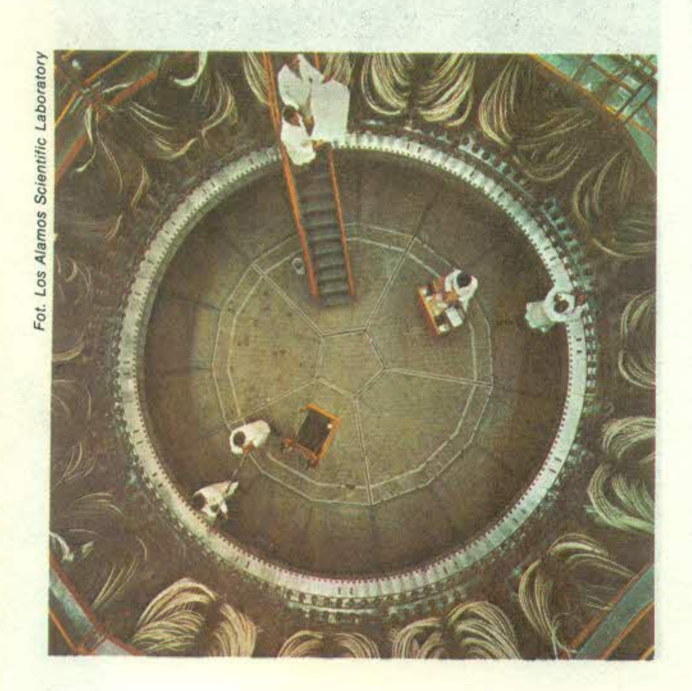
Macrofotografía de uranio procedente del Gabón.



Fot. Pierre Jahan

Maquinaria para extraer plutonio, primer metal radiactivo descubierto, en un centro de estudios nucleares.

La fusión en esta cámara de la central de Los Álamos en los Estados Unidos se mantiene sólo 200 microsegundos.



Fot. Los Alamos Scientific Laboratory

porosa. El hexafluoruro de uranio es un gas que se enriquece muy poco en isótopo 235 al pasar por un filtro y debe, por tanto, utilizarse un gran número de estas membranas porosas. Este sistema encierra considerables dificultades prácticas de realización, necesita unas instalaciones muy costosas y requiere demasiado tiempo.

El segundo método, llamado ultracentrifugación, consiste en separar los isótopos por medio de aparatos que giran a altas velocidades para crear fuerza centrífuga.

El uranio tratado que se emplea en las centrales se presenta generalmente en forma de barras revestidas de acero inoxidable o de una aleación de metales especiales (circonio, berilio), que han de fabricarse con gran cuidado dado su carácter peligroso.

Otros combustibles y moderadores. — Además del uranio, pueden usarse como combustibles nucleares el *plutonio* y el *torio*. El primero, que se separa del uranio por procedimientos químicos bastante complicados, es un metal que tiene varios isótopos, dos de los cuales, con masas atómicas 239 y 240, no existen en la Naturaleza y se forman en los reactores nucleares. Sus características como combustible nuclear lo hacen en ciertos casos más útil que el uranio, a pesar de presentar un elevado índice de toxicidad. El segundo, de uso muy reciente en las centrales nucleares, tiene numerosos isótopos, algunos de los cuales son radiactivos.

En las centrales nucleares son también muy importantes, para mantener la reacción, los *moderadores de neutrones*, como el grafito, el agua ordinaria y el agua pesada. Esta última, derivada de la ordinaria, es tóxica para los seres vivos y está formada por moléculas en las que el hidrógeno ha sido sustituido por el isótopo pesado de éste, denominado *deuterio*.

Funcionamiento de un reactor. — Un neutrón libre choca en el *reactor* con un átomo pesado de la materia físil o combustible nuclear y lo desintegra en dos o más fragmentos. Esta escisión lleva aparejada la producción de otros tantos núcleos de átomos más ligeros y la emisión de varios neutrones libres. La suma de las masas de los nuevos núcleos y de los neutrones libres es más pequeña que la masa inicial del núcleo físil, y una parte de la materia se convierte en radiaciones que engendran un calor aprovechable.

Los neutrones liberados en la desintegración provocan a su vez la fisión de otros átomos pesados y la correspondiente emisión de nuevos neutrones. Este proceso, que se desarrolla automáticamente, se llama *desintegración en cadena.* Cuando los neutrones se proyectan con tal rapidez que algunos de ellos atraviesan la materia físil sin desintegrar los átomos que la forman, la reacción puede llegar a extinguirse y recibe el nombre de *reacción convergente.* Por el contrario, si todos los neutrones provocan una fisión, se llega a un rápido aumento de las desintegraciones, acompañado de un gran desprendimiento de calor y del riesgo de que se produzca la explosión del reactor, verificándose entonces la denominada *reacción divergente.*

Así, con objeto de obtener un número constante de desintegraciones, es decir, mantener de este modo un determinado régimen en el funcionamiento del reactor, es necesario frenar los neutrones y regular el número de impactos con los núcleos físiles, para que cada uno de éstos, al estar desintegrado, dé un neutrón desintegrador en lo que se califica con el nombre de *reacción crítica.*

Estructura de un reactor. — Un reactor nuclear se puede descomponer de la siguiente manera :

a) El *combustible nuclear,* constituido sobre todo por uranio natural o uranio enriquecido en forma, casi



Nave con una pila de reactor nuclear de neutrones rápidos.




Diferentes barras de control de un reactor nuclear.

siempre, de barras o rodajas, revestidas de otro metal.
b) El *moderador*, sustancia, como el agua pesada, el grafito y el óxido de berilio, en la cual se encuentran las barras de combustible y que tiene la propiedad de frenar los neutrones rápidos para hacer así posible la fisión.
c) El *reflector*, masa fabricada generalmente con los mismos materiales que el moderador, que rodea los dos elementos anteriores y limita la salida de neutrones.
d) Las *barras de control*, absorbentes de neutrones y, por consiguiente, reductoras del número de desintegraciones, que regulan la reacción. Son casi siempre de cadmio, boro y hafnio.
e) El *fluido refrigerante* que, al circular por los elementos anteriormente descritos, permite la evacuación del calor engendrado por la reacción en cadena. Los más corrientemente empleados son el agua y el gas carbónico.
f) El *blindaje biológico*, protección metálica y de hormigón armado alrededor de todo el conjunto para impedir la difusión de radiaciones ionizantes capaces de dañar a las personas que trabajan en el reactor.
g) Un *sistema automático de carga y descarga*, para que el combustible, peligroso por su radiactividad, no haya de ser manipulado por los operarios.
h) Un *sistema de canales* que permite la introducción en el reactor de sustancias que se quieren irradiar o someter a distintas clases de experimentos.

Tipos de reactores. — Existen varios tipos de reactores, diferentes entre sí según el uso a que se destinen, y se aprovechan los constantes progresos tecnológicos para encontrar nuevos modelos que sobrepasen en rendimiento y eficacia a los hasta ahora conocidos. Entre los más corrientes cabe citar el *reactor homogéneo*, donde el moderador y el combustible se hallan mezclados, y el *reactor de plutonio*, que produce este elemento y es también *regenerador*, porque proporciona materias físiles mediante el bombardeo, por neutrones, de materias fértiles. Algunos de estos últimos se denominan *reactores superregeneradores*, al dar una cantidad de materia físil superior a la que ellos mismos consumen. Hay, asimismo, el *reactor de potencia*, utilizado para obtener electricidad o calor destinado a la calefacción urbana o a la potabilización del agua de mar mediante el procedimiento de destilación. El fluido refrigerante que circula por él alcanza elevadas temperaturas y atraviesa un cambiador, en el cual calienta otro fluido, constituido generalmente por agua. Ésta se transmite en forma de vapor a las turbinas, a los turboalternadores de centrales eléctricas, a las instalaciones de calefacción urbana, etc.

Presente y futuro de las centrales nucleares. — Las centrales nucleares se construyen cada vez en mayor número y todos los países tratan de acelerar los programas de inversiones para poder contar con ellas. Los Estados Unidos son los que más tienen, seguidos por Gran Bretaña y Francia. España posee algunas ya en funcionamiento en Zorita (Guadalajara), Vandellós (Tarragona) y Santa María de Garoña (Burgos), o en construcción en Almaraz (Cáceres), Lemoniz (Vizcaya), Ascó (Tarragona) y Cofrentes (Valencia), y existen proyectos avanzados, lo mismo que en las naciones latinoamericanas, para instalar otras.

El consumo de electricidad se duplica cada diez años, mientras que las reservas de carbón o de fuel son limitadas y se concentran en determinadas áreas geográficas, de tal modo que la distribución de éstas depende demasiado de factores políticos y económicos. Semejantes motivos reafirman por sí solos el interés creciente despertado por la energía nuclear y la certeza de que en un futuro no muy lejano el mayor porcentaje de electricidad consumida procederá de las centrales atómicas. No debe olvidarse, sin embargo, que la eliminación de los residuos radiactivos, con sus peligros ecológicos, plantea un problema difícil de resolver satisfactoriamente.

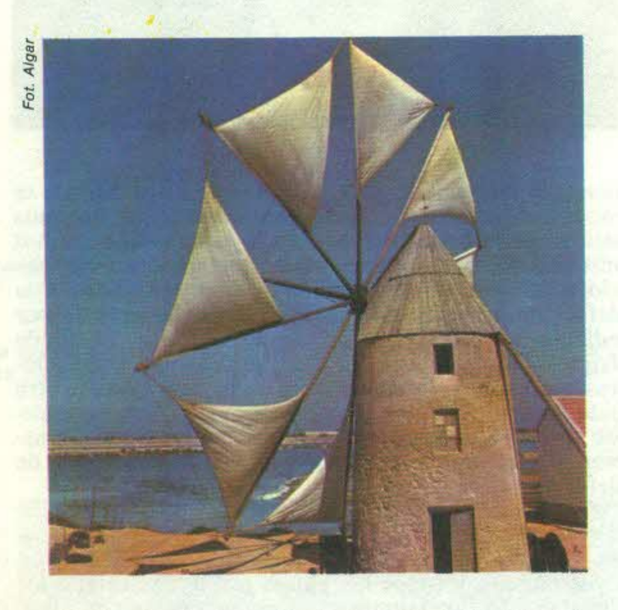
Otras fuentes de energía

Existen otras fuentes de energía, como las eólica, solar y geotérmica, poco explotadas aún, que pueden llegar a desempeñar un importante papel en la economía.

Energía eólica. — La *energía eólica,* es decir, la producida por el viento, se conoce desde muy antiguo, como lo prueban los innumerables molinos de viento existentes en aquellas regiones donde éste sopla frecuentemente y con una intensidad que permite su empleo.

Los mayores inconvenientes en la explotación de esta energía residen en la irregularidad que caracteriza este fenómeno atmosférico y en el costo elevado de su aprovechamiento.

Además de las pequeñas máquinas domésticas que se acoplan a generadores de poca potencia, se han realizado algunas instalaciones de gran tamaño. En los Estados Unidos existe una *central eólica,* cuya hélice, que tiene 55 metros de diámetro, desarrolla una potencia de 1 000 kilovatios. Los alternadores suelen montarse en una plataforma orientable cerca del eje de la hélice.



Fot. Algar

Molino de viento en Cartagena (prov. de Murcia).

Energía solar. — Se ha calculado que el Sol proporciona a la Tierra una energía de 1 kilovatio por metro cuadrado aproximadamente, y el hombre ha intentado aprovechar esta fuente energética abundante y gratuita, pero la nubosidad y la brevedad del período diurno son factores que dificultan y hacen poco rentable su utilización. La aplicación más importante que se ha hecho de la energía solar ha sido en los satélites artificiales, ya que éstos, al encontrarse en un medio carente de atmósfera, pueden captar los rayos solares sin ninguna disminución de su potencia calorífica o luminosa. El funcionamiento y rendimiento de los dispositivos empleados para aprovechar este tipo de energía han sido tan satisfactorios que los técnicos han elaborado un interesante proyecto de *central solar* instalada en una estación orbital; ésta podría enviar a nuestro planeta la energía que hubiese captado, sirviéndose para ello de un haz de rayos hertzianos.

Se conocen otros usos menos complejos de esta energía, como el del *horno solar,* consistente en un espejo parabólico que concentra el calor en un punto determinado, donde es posible alcanzar temperaturas superiores a 3 000 °C. Este sistema permite efectuar reacciones químicas o fusiones desconocidas anteriormente, llevar a cabo la destilación del agua del mar con su consiguiente potabilización en aquellas regiones con escasa agua dulce, y proporcionar agua caliente o calefacción mediante la instalación de paneles de vidrio en los tejados y de depósitos de agua o de soluciones salinas para conservar las calorías captadas hasta el momento de utilizarlas.

Energía geotérmica. — El calor propio del subsuelo es una fuente de energía poco explotada hasta ahora, pero que puede desempeñar un papel importante en el porvenir. Al efectuar perforaciones se ha comprobado que la temperatura aumenta, poco más o menos, en 1 °C cada 30 metros, lo que indica que hay una gran diferencia térmica entre el interior y la superficie terrestre.

Los desprendimientos de vapor característicos de ciertas zonas volcánicas se utilizan para accionar turbinas, como ya se hace en Italia desde hace tiempo, y existen *centrales geotérmicas* de elevada rentabilidad en varias partes del mundo. Cuando no llega a producirse vapor, sino simplemente agua caliente, ésta se dirige, por medio de canalizaciones adecuadas, hacia los centros urbanos próximos donde se utiliza para la calefacción de las viviendas. Este sistema, salvando los gastos iniciales de perforación de la corteza terrestre y de instalación de tuberías, tiene la ventaja de ser prácticamente gratuito.

Central geotérmica en Nueva Zelanda.

Espejo parabólico para aprovechar la energía solar.



Fot. Martine Franck Viva



Fot. New Zealand Publicity Studio

Industria del petróleo

Naturaleza y origen del petróleo. Yacimientos. Distribución geográfica de los yacimientos. Prospección. Prospección submarina. — **Explotación** : Perforación. Instalación del pozo. Técnicas empleadas para facilitar la extracción. — **Transporte y almacenamiento.** — **Proceso industrial del petróleo** : Refinerías. Refino. Métodos de refino. Otros tratamientos. — **Productos del petróleo** : Gasolina para automóviles. Gasolinas especiales. Petróleo lampante y queroseno. Gasóleo. Aceites minerales y grasas. Fuel. Asfalto. — **Gases** : Gases de petróleo. Gas natural. — **Petroquímica** : Reseña histórica y geográfica. Procedimientos petroquímicos. Etileno y derivados. Propileno. Butadieno. Derivados del metano. Hidrocarburos aromáticos. Azufre.

El rápido crecimiento alcanzado por el consumo de petróleo, sobre todo desde que se generalizó el uso del motor de explosión, hace que todo el proceso de perforación, extracción, refino y fabricación de subproductos haya llegado a ocupar un lugar primordial en la industria de varios países.

Naturaleza y origen del petróleo. — El *petróleo* es un líquido viscoso, cuya coloración va del amarillo al pardo oscuro, de olor penetrante muy característico y con una densidad que oscila entre 0,80 y 0,95. Tiene una composición química que puede variar, según la naturaleza de los yacimientos, aunque consiste básicamente en una mezcla de los hidrocarburos resultantes de la descomposición de los detritus de animales y vegetales acuáticos de anteriores épocas geológicas. Parece ser que esta sustancia orgánica, al cubrirse paulatinamente de capas sedimentarias, se transformó en hidrocarburos mediante un proceso químico en el que intervinieron bacterias aerobias y anaerobias y se desprendieron *compuestos volátiles* (oxígeno, nitrógeno y azufre). Por efecto de la presión cada vez mayor de los sedimentos, el petróleo entró a formar parte de una masa esponjosa llamada *roca madre* y, posteriormente, impregnó rocas y arenas más porosas (calizas, areniscas, dolomías), donde, asociado en general con gases o agua salada, se encuentra actualmente.

Yacimientos. — Los *yacimientos* de petróleo se encuentran en terrenos pertenecientes a épocas que se extienden de la Era Primaria (Cámbrico) a la Terciaria (Mioceno), y suelen estar cubiertos por una capa de marga o arcilla impermeable que retiene los hidrocarburos. Se sitúan generalmente en un *anticlinal*, especie de bóveda en cuya parte superior se acumulan los gases. Si no existe capa impermeable, el petróleo aflora a la superficie, donde se rezuma, o forma *asfalto* al desprenderse los cuerpos volátiles.

Los depósitos, que pueden hallarse a profundidades superiores a los 15 000 m, aunque sólo se explotan los que no sobrepasan los 7 000 m, tienen una longitud de varias decenas de kilómetros y un espesor casi siempre inferior a 30 metros. Esto ha dificultado el descubrimiento de las bolsas petrolíferas, pero, gracias a los estudios geofísicos, éstas se encuentran actualmente con mayor facilidad.

El valor económico de un campo de petróleo depende de la relación entre la cantidad de mineral existente y el costo implicado por la extracción.

Distribución geográfica de los yacimientos. — El desequilibrio geográfico entre las zonas de producción y las de consumo se puso de manifiesto de modo patente a partir de 1973, cuando los países árabes decidieron frenar la exportación de crudos.

Los grandes productores de petróleo son los Estados Unidos, la Unión Soviética, Arabia Saudí, Irán, Venezuela, México, Kuwait, Canadá, Iraq, los Emiratos Ára-



Fot. Jane Fasquel

Torres de perforación en el Lago de Maracaibo (Venezuela) y en el Océano Atlántico, cerca de la población de Comodoro Rivadavia (Argentina). Estos países, junto a otros enclavados en Latinoamérica (México en especial, Brasil, Colombia y Ecuador), son zonas de producción petrolífera.



Fot. Lauros Rekos


Fot. Chris Kutschera

Derrick o torre de perforación en el Desierto de Arabia (Abu Dhabi).

bes Unidos, Libia, Indonesia, China, Argelia y Rumania, al lado de los cuales cabe mencionar también, en Latinoamérica, Argentina, Ecuador, Colombia, Brasil, Perú, Bolivia y Chile. Esta repartición indica que casi todos los países anteriormente mencionados cubren sus necesidades, mientras que otros, como el Japón y el continente europeo, salvo Gran Bretaña, son ampliamente tributarios de los que poseen este combustible indispensable. Debe agregarse que Venezuela, México, Argelia y naciones del Oriente Medio sólo consumen una pequeña parte de su producción y destinan el resto a la exportación. Existen asimismo reservas petrolíferas, que todavía no se han evaluado con precisión, en Asia Central, el Sáhara, la cuenca del Amazonas y la plataforma continental de Argentina, y las perforaciones efectuadas en el mar del Norte, situado en el NO. de Europa, Alaska y parte de la región costera del territorio mexicano (Chiapas y Tabasco) han dado ya resultados más que alentadores.

Prospección. — La primera operación necesaria para descubrir la presencia de una bolsa de petróleo en un lugar determinado consiste en estudiar el terreno y los distintos estratos geológicos que lo componen y, si se llega a una conclusión satisfactoria, deben efectuarse *sondeos, análisis de muestras* y una serie de observaciones de orden magnético, gravimétrico y sísmico.

Los métodos *magnéticos*, realizados mediante un aparato colocado a bordo de un avión, que se orienta automáticamente según el vector del campo magnético terrestre, miden la intensidad de éste y registran sus distorsiones debidas a las variaciones del magnetismo permanente de las rocas. Se descubren así las anomalías que afectan a amplias zonas de la superficie terrestre y se determina el espesor de las capas sedimentarias al no ser éstas magnéticas. De este modo se delimita la cuenca sedimentaria antes de iniciar los sondeos.

Los métodos *gravimétricos* miden las fluctuaciones del campo de gravedad terrestre y contribuyen a localizar los *domos* o *anticlinales* de sal, mineral de densidad inferior a los otros tipos de sedimento, ya que existe una relación entre este cuerpo y los campos petrolíferos.

Los métodos *sísmicos* se basan en la creación, mediante una serie de cargas explosivas, de un campo artificial de ondas que se propagan en función de la elasticidad de las capas, se reflejan o se refractan y son registradas por medio de unos detectores situados en la superficie. Las informaciones suministradas por este procedimiento son más precisas que las proporcionadas por los mencionados anteriormente, pero, a pesar de su elevado coste, el sondeo y la recogida de muestras continúan siendo todavía las operaciones fundamentales en las que se basa la prospección.

Prospección submarina. — La *prospección submarina*, llamada muchas veces con el término inglés *off shore*, aplica las mismas técnicas que el método sísmico, pero plantea problemas específicos, debidos en gran parte a la agitación de la superficie del mar. Se realizó inicialmente en la plataforma continental, es decir, a una profundidad inferior a los 200 metros, y ahora se puede superar este límite. Las operaciones se efectúan desde embarcaciones dotadas de sondas y de aparatos radioeléctricos capaces de efectuar localizaciones muy precisas.


Fot. Total

Barco de exploración petrolera «off shore» o submarina.

Uno de los procedimientos usados consiste en provocar una explosión a poca profundidad y en captar los ecos producidos mediante unos micrófonos, que reciben el nombre de *hidrófonos*. Se puede emplear otro método en el que un barco remolca un emisor de sonidos constituido por electrodos, que originan descargas a alta tensión, y por hidrófonos. También se utiliza a veces un tubo de gas en el que se hace explotar una mezcla compuesta de oxígeno y de propano.

Explotación

La *explotación* se inicia al conocerse la presencia de petróleo en un terreno, después de haber evaluado su rentabilidad. Los métodos de prospección anteriormente mencionados nunca dan una certeza absoluta de la existencia del mineral y se requiere, por consiguiente, proceder a la perforación, que mostrará si los análisis previos han sido acertados o no.

Perforación. — Para perforar un terreno petrolífero se recurre a la *sonda*, que se introduce en la roca por medio de una *barrena* o *trépano*. El método más utilizado es el rotatorio *(rotary)*, en el cual la *perforación* se obtiene por acción del trépano que se encuentra en el extremo de un varillaje constituido por una serie de tubos que, a medida que la operación avanza, se van empalmando uno con otro. El último de los tubos, llamado *de arrastre* o *cuadrante*, por tener sección cuadrada, está unido a un dispositivo exterior *(mesa giratoria)*, que le imprime un determinado movimiento de rotación, y a la *cabeza de inyección*. La *torre de perforación* o *de sondeo*, denominada también *derrick*, que puede ser fija, móvil o flotante, es decir, montada sobre pontones o barcazas, sujeta todos estos mecanismos.

Para evacuar hacia el exterior los fragmentos de roca arrancados por el trépano, se inyecta a presión *lodo* que, al volver a la superficie, los arrastra consigo, además de lubricar y refrigerar la barrena, sometida a fuerte calentamiento. Este lodo sirve también para consolidar las paredes del pozo al depositar en ellas una costra denominada *cake*. Para mayor seguridad y con objeto de conseguir la perfecta estanqueidad de la instalación, se procede al *entubado* de la parte superior del pozo y se rellena de cemento el espacio comprendido entre el revestimiento metálico y la pared.

Existen otros métodos de perforación diferentes del que se acaba de describir. El más elemental de todos es el llamado de *percusión*, en el que el trépano, animado de un movimiento alternativo vertical, da golpes repetidos en el fondo del agujero. Los fragmentos se extraen por medio de una pala o cuchara y con la ayuda de una inyección de agua. Este procedimiento está prácticamente abandonado ya que no permite alcanzar mucha profundidad.

Una de las variantes del método rotatorio consiste en sustituir el lodo por aire o gas natural comprimido, produciendo así una presión menor en el fondo del pozo, lo que favorece la acción del trépano, al mismo tiempo que impide las obstrucciones o las pérdidas de agua por infiltración. Esta cualidad es muy útil cuando se opera en zonas desérticas. Si el terreno está, en cambio, sobrecargado de agua, se adicionan al aire unos productos adecuados que lo transforman en una especie de espuma. Se utiliza también la *turboperforación*, en la que, para suprimir el esfuerzo de torsión al que suelen someterse los tubos del varillaje, el movimiento de rotación del trépano lo produce una turbina, accionada mediante la inyección de lodo, o un motor eléctrico.



Fot. B. A. S. F.

Varillaje o conjunto de tubos, en cuya extremidad se encuentra el trépano, utilizado para efectuar perforaciones.

Torre de sondeo en un yacimiento de hidrocarburos.



Fot. Editura Enciclopedica Romana



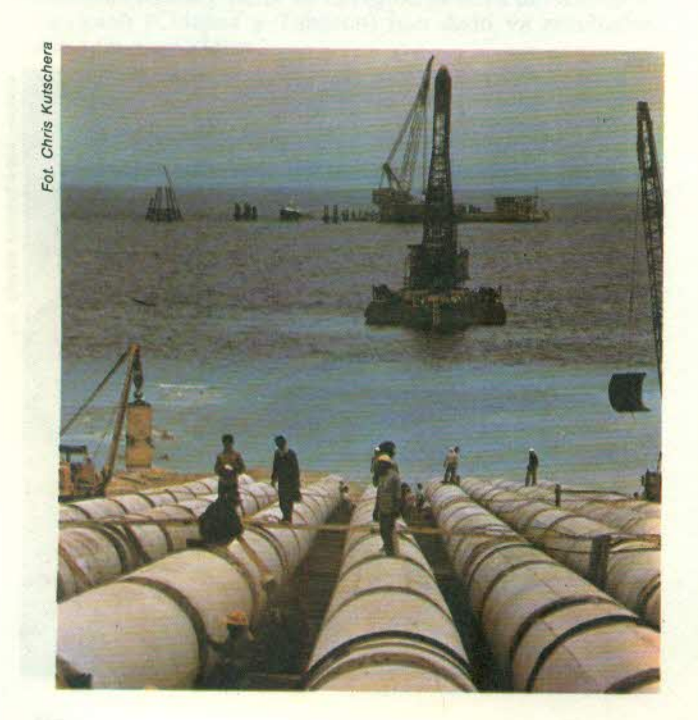
Fot. Norsk Fly of Flyfoto

Gigantesca plataforma para extraer petróleo del fondo del mar.

La perforación en el mar se efectúa valiéndose de métodos similares a los anteriormente descritos, pero requiere la construcción de plataformas situadas a distancias más o menos grandes de la costa, como ocurre en Venezuela, México y Argentina o en el Mar del Norte.

Instalación del pozo. — Si el sondeo ha dado resultado positivo y la extracción de los hidrocarburos se estima rentable, se procede a la instalación de una serie de accesorios en el pozo. La cabeza o parte superior de éste se equipa con un conjunto de tuberías llamado *árbol de Navidad,* porque consiste en un tubo vertical del que salen otros laterales, dotados de un sistema de cierres y válvulas de distintas dimensiones, que permiten regular convenientemente el caudal de extracción. Se colocan también unas canalizaciones y un depósito a presión en el que se separa el gas antes de conducir el crudo a los tanques de almacenamiento.

Tendido de un oleoducto en el Golfo Pérsico.



Fot. Chris Kutschera

Técnicas empleadas para facilitar la extracción. — Cuando la presión del yacimiento es suficiente, el petróleo brota al exterior, pero, cuando el caudal es insuficiente, por falta de permeabilidad de la roca, se inyecta en el pozo ácido clorhídrico o se efectúan lateralmente disparos con un cañón especial que se introduce hasta el fondo. Se mejora de esta manera el rendimiento, aunque hay que recurrir al bombeo si la presión es demasiado baja. De todos modos, valiéndose de estos procedimientos no puede extraerse más que una parte del petróleo contenido en el yacimiento y, para continuar la explotación, es preciso mantener una presión determinada por medio de una inyección de gas o de agua que hace que el crudo salga expelido. Una de las técnicas utilizadas recientemente para lograrlo es la introducción en el fondo del pozo de un explosivo nuclear que rompe las rocas y forma una gran oquedad por la que se filtran el petróleo y el gas.

Transporte y almacenamiento

Transporte. — El *transporte* del petróleo, al estar los centros de producción muy alejados de las refinerías y de los lugares de consumo, adquiere una gran importancia en el complejo proceso de industrialización y comercialización de este producto.

Los oleoductos y gasoductos, así como los petroleros, son los procedimientos empleados usualmente, aunque en algunos países se utiliza también la navegación por ríos y canales.

Los *oleoductos,* medio de transporte más racional para llevar el petróleo bruto desde los yacimientos hasta las refinerías o puertos de embarque, son tubos de acero, con un diámetro de 50 a 80 cm, enterrados a poca profundidad y a lo largo de cuyo tendido suele haber *estaciones de bombeo* destinadas a impulsar el producto. Tienen a veces una longitud de varios millares de kilómetros y se utilizan también para enlazar las refinerías con los centros de consumo. Pueden ser submarinos, pero en este caso el tendido resulta más difícil. Si se quiere hacer circular por ellos productos diferentes, éstos deben ir separados por tapones de queroseno para evitar que se mezclen entre sí. Cuando estas tuberías se emplean exclusivamente para el gas natural, reciben el nombre de *gasoductos.*

Petrolero descargando crudo en Algeciras (Cádiz).

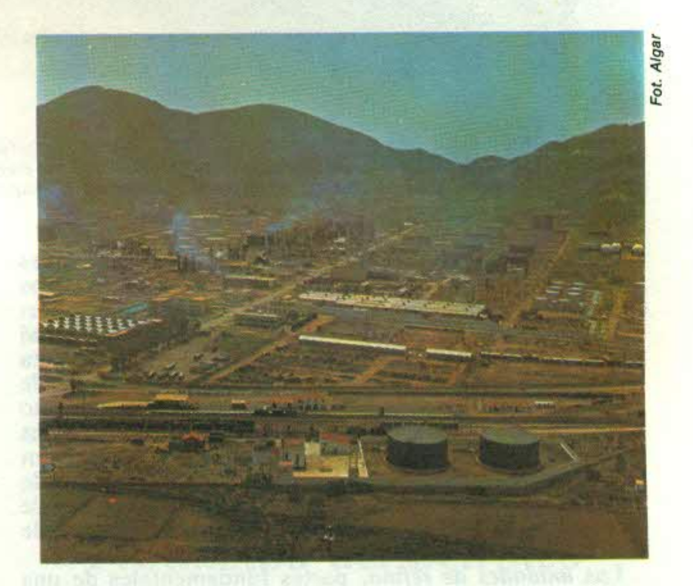

Fot. Algar

Los *petroleros* son buques cisterna especialmente concebidos para el transporte del petróleo crudo o de sus derivados. El tonelaje de estos barcos aumentó considerablemente con el cierre del Canal de Suez de 1967 a 1975. Los que hasta entonces desplazaban 40 000 toneladas, considerados ya como gigantescos en comparación con los transatlánticos y portaviones, se convirtieron en *superpetroleros* de 300 a 500 mil toneladas, y serán probablemente mayores aún en el futuro. Esta evolución se explica por razones de rentabilidad en el transporte, ya que la navegación procedente del Oriente Medio no podía pasar directamente del mar Rojo al Mediterráneo y se veía obligada a seguir la ruta del cabo de Buena Esperanza, recorriendo así una distancia tres veces mayor.

Los petroleros actuales tienen una eslora de 300 m, una manga de 40 m y un calado que puede sobrepasar los 20 m. Tienen un casco dividido por dos paredes longitudinales y una serie de mamparos transversales, que forman un conjunto de cisternas independientes, y están dotados de un equipo de bombas capaces de descargar más de 5 000 toneladas de petróleo por hora. Algunas cisternas están equipadas con serpentines por los que circula vapor de agua, de manera que el asfalto y otros productos muy espesos se mantengan en el estado de fluidez necesario.

Las instalaciones portuarias han tenido que superar ciertas dificultades para adaptarse a esta nueva forma de transporte. No obstante, se intenta concentrar este tráfico en determinados puertos clave continentales, equipados adecuadamente, donde se descargan los crudos que luego se distribuyen a las refinerías.

Existe un tipo particular de petrolero, diseñado para los hidrocarburos gaseosos licuados, que recibe el nombre de *metanero*.


Fot. Algar

Almacenamiento. — El petróleo bruto o los productos refinados que deben almacenarse representan un volumen muy considerable. Los depósitos cilíndricos de las refinerías llegan a tener un diámetro de 75 m y una altura del orden de los 20 m, con lo que la capacidad puede alcanzar los 100 000 m³. Recientemente se ha instalado en los yacimientos del Mar del Norte un gigantesco depósito regulador, construido con cemento y remolcado hasta el lugar de perforación, que permite adaptar la carga de los buques petroleros a las necesidades.

En los Estados Unidos los pozos agotados se utilizan para almacenar bajo tierra ingentes cantidades de energía. Lo mismo se hace en Francia aprovechando ciertas estructuras geológicas, como los anticlinales, en las que se introduce el gas natural a elevada presión. De este modo, el agua que había en el suelo sube a la parte superior y forma una especie de tapón.

Proceso industrial del petróleo

Para la obtención de los diferentes productos del petróleo, ya que éste en estado bruto no tiene ninguna aplicación, es necesario llevar a cabo una serie de operaciones de tratamiento y transformación, mediante un proceso, llamado *refino* o *refinado*, que se realiza en enormes plantas industriales llamadas *refinerías*.


Fot. Algar

Refinerías españolas de Escombreras y Puertollano.


Fot. M. Durand

Refinería del complejo petroquímico de La Cangrejera, cerca de Minatitlán (Veracruz). México, gracias a los yacimientos descubiertos recientemente, se ha convertido en uno de los países del mundo con mayores reservas de petróleo que satisfacen el consumo nacional y permiten la exportación de combustible a otras naciones.

Refinerías. — Las complejas y enormes instalaciones destinadas a transformar el petróleo bruto en diversos productos reciben el mineral, como se indicó anteriormente, por medio de oleoductos procedentes de los campos petrolíferos o de los puertos más cercanos en los que descargan los petroleros. Las *refinerías* han de disponer de una gran capacidad de almacenamiento, no sólo para los crudos, sino también para los productos acabados o en curso de tratamiento. La expedición, después de haberse utilizado las estaciones especiales de llenado, se efectúa por medio de camiones cisterna o de oleoductos que llevan el líquido hasta los centros de distribución o embarque.

Las *unidades de refino,* partes fundamentales de una refinería, llevan a cabo el fraccionamiento, transformación y purificación del petróleo. Cada una de ellas forma un conjunto independiente. Los hornos, los cambiadores de calor y los recipientes en los que se separan los productos están junto a la columna de fraccionamiento.



Fot. X

La *central energética* suministra electricidad para el accionamiento de las bombas, vapor para el calentamiento de ciertos depósitos, agua para la refrigeración y aire comprimido para el funcionamiento de los aparatos neumáticos. La seguridad de las instalaciones, requerida por la inflamabilidad de los hidrocarburos que pueden producir incendios de difícil extinción, es esencial y hace que se hayan adoptado medidas muy rigurosas para evitar este peligro.

Las industrias del refino y de la petroquímica han experimentado un gran desarrollo, debido a la creciente demanda energética, y el coste implicado por la construcción o el funcionamiento de las gigantescas plantas de tratamiento resulta muy elevado. Se intenta actualmente reducir lo más posible la mano de obra gracias a la automatización de todo el proceso.

Refino. — El *refino* o *refinado* consiste en el conjunto de procedimientos y operaciones que permiten elaborar, a partir del petróleo bruto, los combustibles, lubricantes y productos petroquímicos. El tratamiento fundamental es la destilación de los crudos que se realiza después de la separación, mediante decantación, desalado químico o métodos electrostáticos, del agua salada y de las impurezas contenidas en ellos. Tiene lugar en una torre o columna provista de hornos, cambiadores de calor y un equipo completo de dispositivos automáticos. El crudo entra en el horno, donde se calienta a más de 300 ºC, y de allí pasa a la *torre de destilación,* denominada también *columna de fraccionamiento,* donde se efectúa el llamado *topping,* destilación atmosférica por la cual las fracciones más ligeras del petróleo suben y las que se evaporan más difícilmente se depositan en la parte inferior del aparato. Los diversos productos, como el propano, el butano, la gasolina bruta, que ha de destilarse nuevamente, el queroseno y el *fuel,* se extraen a alturas diferentes. El mencionado en último lugar, que es el más pesado, se recoge en la parte inferior de la torre y se vuelve a fraccionar por destilación para dar aceites minerales, fuels de varias calidades y asfalto.

Transporte de petróleo por medio de un camión cisterna.



Planta industrial de fraccionamiento o craqueo, uno de los métodos de refino.

Métodos de refino. — El *fraccionamiento* o *craqueo (cracking)*, uno de los métodos de refino, separa, a una temperatura elevada (unos 500 ºC) y a presión, las diversas moléculas de los hidrocarburos pesados para dar gasolina. La presencia de un catalizador, constituido por el silicato de aluminio en polvo, favorece la reacción. El fraccionamiento catalítico hace, sin embargo, innecesaria la presión y permite obtener, para alimentar los motores modernos, una gasolina de mejor calidad por su elevado índice de octano.

El *hidrocracking* es un método empleado desde una fecha mucho más reciente para transformar los productos pesados en gasolina, en el que se combinan, en presencia de un catalizador, el fraccionamiento a presión y la hidrogenación.

El *visbreaking*, variedad del fraccionamiento térmico, reduce la viscosidad y convierte los *fuels* pesados en otros más ligeros. La polimerización produce gasolina a partir de ciertos gases llamados *olefinas*.

La *alquilación*, por último, proporciona, partiendo de gases distintos, una gasolina de alto índice de octano. Este procedimiento es muy costoso y se emplea sobre todo en los Estados Unidos.

Otros tratamientos. — Los productos obtenidos por los métodos citados anteriormente pueden someterse a un nuevo tratamiento para mejorar la calidad. El *reforming*, por ejemplo, modifica la proporción de los componentes de las gasolinas para aumentar el índice de octano. Consiste, en realidad, en una forma particular de *cracking*, que utiliza un catalizador de platino y se emplea sobre todo a partir de las naftas (gasolinas pesadas). Con este tratamiento se producen también hidrocarburos aromáticos, que se añaden a la gasolina y se usan en petroquímica, e hidrógeno, muy útil en las operaciones de hidrogenación, realizadas para conseguir mejores parafinas y aceites y para separar el azufre de la gasolina, del queroseno y del gasóleo (desulfuración). El hidrógeno sulfurado, con ayuda de catalizadores metálicos, se transforma en azufre puro, limitando así la contaminación atmosférica. La gasolina se separa, por estabilización, de los gases disueltos y, por extracción o reacciones químicas, de los mercaptanes, líquidos incoloros y malolientes. Cabe señalar también que los elementos inestables de los aceites se eliminan por medio de disolventes y se decoloran por la acción del hidrógeno o de ciertas tierras. Los residuos bituminosos pueden todavía recuperarse, gracias a algunos disolventes y recurriendo a la destilación, para dar, por último, un producto que recibe el nombre de *coque de petróleo*.

Productos del petróleo

Gasolina para automóviles. — La *gasolina* destinada al funcionamiento de los motores de automóvil es un carburante muy volátil que se mezcla fácilmente con el aire. Se obtiene en la refinería a partir de diferentes



Surtidor de gasolina para automóviles en Madrid.

gasolinas procedentes de la destilación y de los tratamientos complementarios. Tiene una densidad que varía entre 0,75 y 0,78 y no ha de contener elementos que puedan obstruir los carburadores. La característica más importante de este producto es su poder antidetonante, expresado por el llamado *índice de octano,* establecido al comparar el carburante con dos hidrocarburos puros, el isooctano, que no detona fácilmente (de índice 100), y el heptano, cuya reacción es inversa. La detonación, debida a una combustión demasiado rápida, se produce sobre todo cuando el índice de compresión es alto y se traduce por el efecto de golpe en el motor *(picado),* en lugar del empuje normal, un derroche de energía y recalentamiento. Los automóviles dotados de motores muy revolucionados necesitan, por tanto, un octanaje muy elevado, lo que se obtiene, de modo costoso y con aumento de la toxicidad, mediante aditivos como el plomo tetraetilo.

Las gasolinas para automóviles son de dos clases, según el índice de octano que tienen : *normal* (entre 80 y 90) y *supercarburante,* llamada familiarmente « súper » (entre 90 y 100).

Gasolinas especiales. — Existe una clase especial de gasolina empleada en aviación, cuyo índice de octano puede llegar a 145 porque así lo requiere la elevada compresión de los motores. Pero hay también otras como las conseguidas limitando las temperaturas inferior y superior de la destilación. Entre 30º y 75º se extraen esencias usadas en perfumería, entre 40º y 100º se obtienen quitamanchas, entre 60º y 80º se saca aceite de los cuerpos grasos y entre 70º y 100º se producen combustibles para encendedores y estufas catalíticas.

Petróleo lampante y queroseno. — El *petróleo lampante,* único producto obtenido por destilación del crudo durante mucho tiempo y cuyo punto de inflamación no rebasa los 40 ºC, se usaba antes del alumbrado eléctrico para alimentar las lámparas de mecha y los quinqués. Se utiliza actualmente como combustible de ciertas estufas.

El *queroseno,* muy empleado como carburante para los aviones de reacción y los cohetes, no es más que un petróleo lampante menos refinado.

Gasóleo. — El *gasóleo, gas-oil* o *gasoil,* carburante propio de los motores Diesel, tiene una densidad de 0,85 y una viscosidad variable. Esta última, cuando es demasiado elevada, dificulta la pulverización por los inyectores y, si es excesivamente baja, facilita los escapes. El combustible estudiado puede tener una inflamación deficiente, provocando en este caso un retraso en el encendido con una detonación y un golpeteo muy característico. Crea además, dada su volatilidad, depósitos de carbono muy perjudiciales para el motor, si destila a una temperatura superior a 400 ºC, y ha de desulfurarse por medio de una hidrogenación catalítica. Todas las características que han sido mencionadas se hallan recogidas en el llamado *índice Diesel.*

Aceites minerales y grasas. — Los *aceites minerales,* llamados así para distinguirlos de los vegetales y animales, son hidrocarburos no saturados, aromáticos, nafténicos y parafínicos, mezclados en proporciones diversas, que han sido purificados y enriquecidos con una considerable gama de aditivos. Todos se emplean como lubricantes en máquinas y motores, pero algunos de ellos son también detergentes y sirven para mantener en suspensión las impurezas e impedir que éstas se depositen en la superficie de las piezas mecánicas. Las sustancias agregadas les proporcionan las cualidades más apropiadas para el fin a que se destinan (antióxidos, adhesivos, antiespumas, reguladores de la viscosidad, etc.). La viscosidad, indicada en grados S. A. E. *(Society of Automotive Engineers),* es un elemento que debe tenerse muy en cuenta para escoger el aceite más adecuado según la temperatura ambiente, aunque en la actualidad se emplean frecuentemente los *multigrados* en cualquier estación del año.

Las *grasas,* utilizadas también como lubricantes, se obtienen por semisaponificación de los aceites minerales y son, por consiguiente, más espesas.

Fuel. — El *fuel,* formado por los residuos pesados de la destilación y del *cracking,* tiene diferentes variedades, las más ligeras de las cuales se componen de un 90 a 95 % de gasóleo. Una de las más importantes es el *fuel doméstico,* utilizado en las instalaciones de calefacción e incluso en los motores Diesel más corrientes. Deja, sobre todo a causa de su contenido en asfalto, algunos residuos tras la combustión, lo que obliga a una limpieza periódica de depósitos y quemadores.

El *fuel pesado* es muy empleado en la industria (metalurgia, vidrio, cerámica, cementos, etc.) por su bajo precio, combustión regular, reglaje flexible, marcha automatizada y la posibilidad que ofrece de adoptar dispositivos de seguridad muy perfeccionados. Las grandes instalaciones que se sirven de este combustible suelen estar dotadas de aparatos destinados a reducir la contaminación, producida por el azufre, mediante la mezcla con el fuel de algunas sustancias alcalinizantes.

Asfalto. — Se da el nombre de *asfalto* tanto al producto natural, llamado también *betún de Judea,* como al artificial, derivado de la destilación del petróleo. No existe, en realidad, entre las dos clases una diferencia muy clara desde el punto de vista de la composición y propiedades.

Los asfaltos obtenidos por destilación del petróleo se preparan, según el uso a que se destinen, de varias maneras. El empleado para el revestimiento de carreteras sufre varias destilaciones al vacío para llegar a ser bastante duro y se mezcla con queroseno o con *fuel* para adquirir mayor fluidez. Se vierte sobre el lecho de hormigón que cubre la calzada después de haberlo fundido y se alisa con una llana de madera, o se esparce una capa de polvo asfáltico, que se apisona luego con rodillos de hierro caliente.

El asfalto, al tener la propiedad de repeler el agua, se utiliza además para revestimientos impermeables de obras hidráulicas, calafateado de embarcaciones, fabricación de fieltros, pinturas, barnices, aglomerados, etc.


Fot. Algar

Máquina destinada al asfaltado de las calzadas.



Combustión al aire libre de gas natural, producto cuyo consumo, por sus diferentes usos, aumenta cada vez más.

Gases

Se distinguen dos clases de gases : el obtenido en la refinería a partir *del petróleo* y el *natural,* procedente de los yacimientos de este mismo mineral, con el que se encuentra mezclado.

Gases de petróleo. — Los principales *gases de petróleo* son el *butano* y el *propano,* que a baja presión se licúan fácilmente, lo que permite transportarlos en cisternas o bombonas. Al comercializarlos, se mezclan en general con otros, como el *butileno* y el *propileno,* y se deshidratan para evitar cualquier clase de obstrucción en las canalizaciones. Estos gases tienen una densidad superior a la del aire y un poder calorífico elevado, de modo que puede acumularse en una bombona de 25 litros el equivalente energético de 35 a 40 m^3 de gas ciudad. Al utilizarlos, se vaporizan por efecto de la expansión, con el consiguiente enfriamiento del recipiente en el que están contenidos. No son tóxicos, pero se les suele añadir, sin embargo, una sustancia olorosa para poder descubrir cualquier escape debido a la falta de ajuste o a la rotura de las tuberías.

El butano se adapta mejor al uso doméstico, mientras que el propano está más indicado en las calderas de calefacción central y en diversos usos industriales (sopletes, hornos metalúrgicos, trabajo del vidrio, etc.). Ambos gases se emplean también en los motores térmicos.

Gas natural. — El *gas natural,* compuesto de un 80 a un 99 por ciento de metano, según los yacimientos, y de otros gases (etano, hidrógeno sulfurado, gas carbónico, nitrógeno), es de baja densidad, más ligero que el aire y de combustión bastante difícil. Requiere por este último motivo el empleo de quemadores bien adaptados a los diferentes usos a los que se presta. Constituye el combustible de base en la calefacción doméstica y en la industria de algunos países por tener un coste tres veces inferior al del petróleo. Tiene un rendimiento del 90 por ciento, arde con una llama limpia, no crea problemas de contaminación a causa del azufre o de la mala combustión y, si se utiliza en calderas, ofrece la ventaja de hacer innecesarios los grandes depósitos de almacenamiento.

El consumo de este combustible es cada día mayor en el mundo, siendo los primeros productores los Estados Unidos, la Unión Soviética, Holanda, Canadá, Gran Bretaña, Argelia, Irán, Arabia Saudí, Kuwait, Nigeria, Libia, Rumania, Alemania, Francia e Italia. En el continente americano hay también en México, Venezuela, Argentina, Perú, Brasil, Colombia y Bolivia. El mejor medio de transporte es el *gasoducto,* tubo construido con una mezcla de cemento ligero y amianto para evitar la corrosión, aunque también se puede licuar el gas a baja presión y almacenarlo en los tanques de los *metaneros,* tipo especial en la categoría de petroleros.



Planta de licuefacción de gas natural en Skikda (Argelia).

Petroquímica

La *petroquímica*, fase intermedia entre el refino y las industrias diversas que utilizan los derivados del petróleo, estudia todos los cuerpos elementales o complejos obtenidos, de forma total o parcial, de las materias primas extraídas de ese mineral o del gas natural. Abarca un campo difícil de delimitar con precisión porque emplea procedimientos análogos a los del refino y en ella intervienen reacciones químicas relativamente complicadas.

La petroquímica proporciona casi la mitad de los productos de la industria química, sobre todo de la orgánica, por razones de orden económico, ya que los derivados del petróleo resultan mucho menos costosos que las materias primas de origen animal o vegetal.

Reseña histórica y geográfica. — La industria petroquímica, de creación reciente, nació en los Estados Unidos hacia 1920 cuando empezaron a fabricarse el *glicol* y el *isopropanol*. Poco antes de la Segunda Guerra mundial, los norteamericanos lograron obtener el *caucho sintético* y los alemanes desarrollaron todo lo referente a la *carboquímica*. La experiencia técnica acumulada durante el conflicto bélico sirvió para que esta nueva industria surgiera pujante en la posguerra y progresara rápidamente, tanto en Europa como en los Estados Unidos y Japón, a partir de 1960.

Los miembros de la Comunidad Económica Europea marchan en cabeza en el Viejo Continente, sin olvidar a Rumania, dotada de importantes recursos petrolíferos (Ploesti). España se ha integrado también en esta industria de vanguardia, lo mismo que Brasil, México, Venezuela y Argentina. Los Estados Unidos son el primer productor mundial, y el Japón ha alcanzado un espectacular desarrollo, como ocurre también, aunque en menor escala, en todos los países industrializados.

Procedimientos petroquímicos. — Los procedimientos petroquímicos, como el *fraccionamiento*, la *destilación* y la *extracción* por medio de disolventes, son muy semejantes a los empleados en las refinerías. El fraccionamiento con inyección de vapor *(steam cracking)*, uno de los más utilizados, consiste en la descomposición, a elevada temperatura (700 a 800 ºC) y en presencia de vapor de agua que actúa como diluyente, de la *nafta*, producto intermedio entre la gasolina y el queroseno. De este modo se forma una mezcla de gases (metano, etileno, propileno, butileno y butadieno), que se separan después del enfriamiento, y se logra además una gasolina residual de buena calidad.

El gas natural, sobre todo el metano que contiene, es también muy utilizado en petroquímica y permite fabricar los mismos productos que los conseguidos a partir del petróleo.

Etileno y derivados. — El *etileno*, obtenido por medio del *steam cracking* del tratamiento del etano y, en pequeña proporción, del gas de coquería, es un gas incoloro que se licúa a – 104 ºC y se solidifica a – 169 ºC. Constituye la materia prima más importante en petroquímica y se emplea industrialmente tanto en la síntesis del alcohol etílico *(etanol)* como en la elaboración de los compuestos derivados del glicol. Cuando se polimeriza, da lugar a los *polietilenos*, una de las familias de materias plásticas más usadas.

El *estireno* o *estiroleno*, derivado del etileno por deshidrogenación catalítica del etilbenceno, es también una materia plástica que, al polimerizarse con *butadieno*, da caucho sintético.

El *óxido de etileno*, producido por oxidación directa, sirve para fabricar el *etilenglicol*, que se utiliza como anticongelante, y para elaborar fibras de poliéster, disolventes, plastificantes, detergentes, clorhidrina y etanolaminas, productos empleados de manera diversa en química y en distintas industrias.

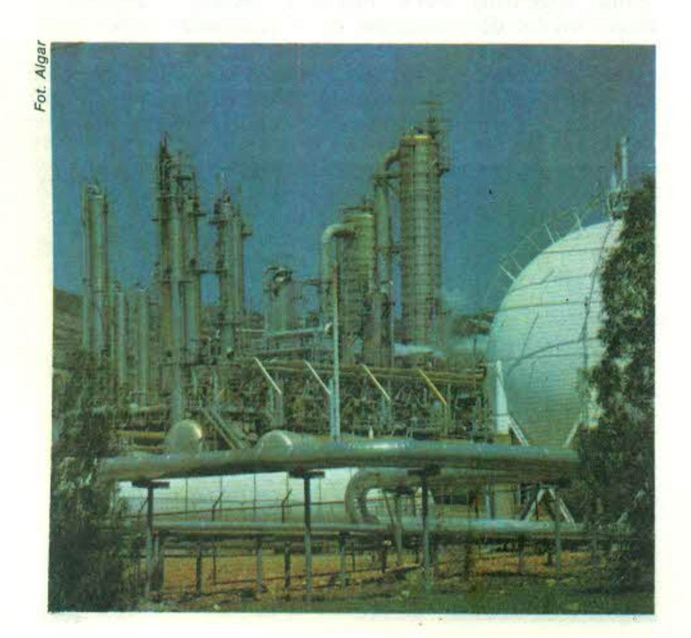
El *dicloroetano*, otro disolvente, entra en la fabricación del cloruro de vinilo y se forma a partir del etileno. El *acetaldehído*, origen del ácido acético, proviene del etanol, aunque puede conseguirse por oxidación directa del etileno. Se citará en último lugar el *acetato de vinilo*, producido en otros tiempos por medio de una serie de reacciones y extraído hoy directamente, a causa de su mayor facilidad, a partir del etileno.

Propileno. — El *propileno*, otro importante producto petroquímico, es un gas incoloro que se licúa a – 48º y se obtiene por *cracking* o *reforming* del petróleo o por deshidrogenación del propano. Constituye la materia prima de numerosos compuestos, como el *isopropanol*, disolvente empleado también para la fabricación de la *acetona*. Esta última, bajo la acción del ácido cianhídrico, da lugar a la acetona cianhídrica, con la que se produce una materia plástica que recibe el nombre de *metacrilato de metilo*.

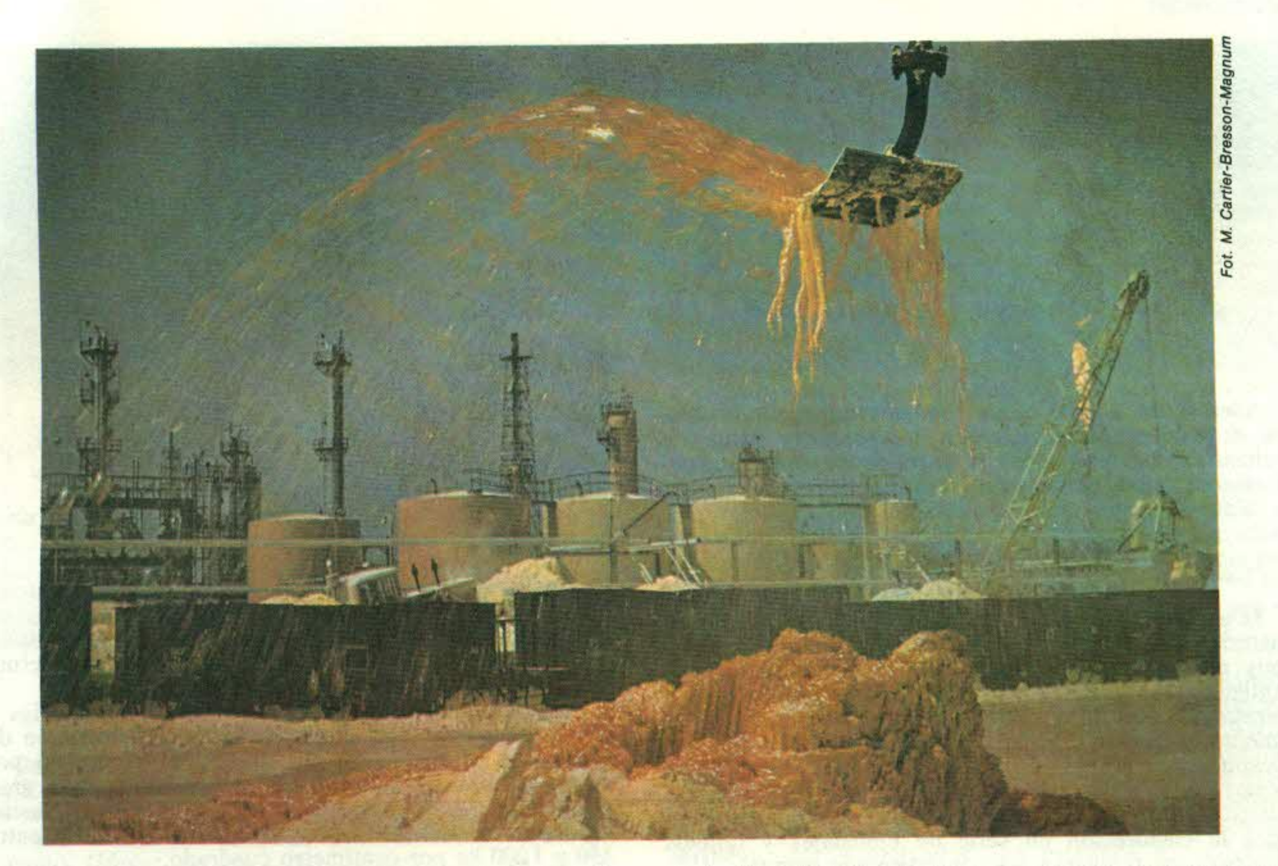
El *fenol*, derivado monohidroxilado del benceno, tiene diversas aplicaciones en la industria química (resinas fenólicas, colorantes, medicamentos, policarbonatos, poliésteres, nylon, etc.). El *polipropileno*, materia plástica recientemente descubierta y de uso bastante extendido, se emplea, tras polimerización catalítica, en la fabricación de detergentes.

El cloruro de alilo, al reaccionar con el polipropileno, produce la *glicerina*, muy útil en la fabricación de pinturas y explosivos. Permite obtener asimismo *resinas epóxidas*, que se emplean como colas y aglomerantes. El caucho nitrilo y el acrilonitrilo (base de las fibras acrílicas) proceden también del propileno. El *propilenoglicol* polimerizado sirve para fabricar *espumas plásticas*.

Fot. Algar



Gran complejo petroquímico de Puertollano (Ciudad Real).



Almacenamiento de azufre, subproducto del gas natural, cerca de la población de Lacq en el suroeste de Francia.

Butadieno. — El *butadieno* es un gas que, por polimerización, da la mayor parte de los *cauchos artificiales* que se conocen. Antiguamente se obtenía a partir del acetileno y del alcohol, pero en la actualidad se prefiere extraerlo por deshidrogenación del butano, por fraccionamiento con inyección de vapor o por tratamiento del butileno. Se emplea en la fabricación de materias plásticas y de fibras como el *nylon*. El *isobutileno* es uno de los constituyentes del caucho butilo y de algunas materias plásticas.

Derivados del metano. — Entre los derivados del metano figura en primer lugar el *acetileno*, gas que se desprende del carburo de calcio, pero que ha encontrado numerosas aplicaciones tras obtenerse por síntesis química. En petroquimíca, se extrae sobre todo a partir del metano por procedimientos de combustión parcial o por fraccionamiento. Al combinarse con el cloro y por reacción directa forma el *tetracloroetano*, que se convierte a su vez, mediante un tratamiento con cal, en *tricloroetileno*, uno de los disolventes de engrase más eficaces. El ácido clorhídrico se combina con el acetileno para dar *cloruro de vinilo*, que se polimeriza y da lugar a los plásticos de esta denominación. El *acetato de vinilo*, que se produce por la acción del ácido acético sobre el acetileno, se condensa por la acción de los rayos ultravioleta o en contacto con catalizadores (peróxidos) para originar las llamadas *resinas vinílicas*, materias plásticas con muchas aplicaciones, cristales orgánicos, aislantes, fibras textiles, diferentes clases de adhesivos, aprestos, etc.

Hidrocarburos aromáticos. — Los *hidrocarburos aromáticos*, extraídos durante mucho tiempo a partir de la hulla, se han utilizado en la fabricación de perfumes, colorantes y medicamentos. La petroquímica de los aromáticos nació en los Estados Unidos durante la última guerra por la necesidad de disponer de grandes cantidades de *tolueno*, líquido indispensable para la elaboración de explosivos como el trinitrotolueno (T. N. T.). Las aplicaciones surgidas con posterioridad han favorecido el desarrollo de nuevos métodos de extracción basados en el glicol combinado con gasolinas pesadas, previamente sometidas a un tratamiento catalítico.

El *benceno*, el *tolueno* y el *xileno* se separan mediante destilación. El primero de estos hidrocarburos sirve para la fabricación del estireno y del fenol. El segundo constituye un disolvente de numerosas sustancias. El tercero, por último, entra en la composición de algunos plásticos, pinturas e insecticidas.

Azufre. — El *azufre* se encuentra en proporciones más o menos grandes en el petróleo bruto (de 0,5 a 5 por ciento) y en el gas natural. La eliminación de los productos sulfurosos en el petróleo, realizada mediante una operación de refino, es necesaria ya que su existencia perjudica el papel que deben desempeñar los antidetonantes y los catalizadores del *reforming*. El azufre que se obtiene en estado líquido es muy puro y se utiliza para la fabricación de ácido sulfúrico, fósforos, pólvora negra, fuegos artificiales y ebonita, para la vulcanización del caucho, para proteger las plantas contra organismos vegetales o animales y en dermatología.

Otras industrias

Materias plásticas : Naturaleza. Fabricación. Espumas. Estratificados. — **Caucho :** Caucho natural. Cauchos sintéticos. Aplicaciones. — **Textiles artificiales y sintéticos.** — **Jabones y detergentes.** — **Industria química mineral :** Ácido nítrico. Ácido sulfúrico. Ácido clorhídrico. Abonos minerales : *Abonos fosfatados. Abonos nitrogenados. Abonos potásicos. Abonos compuestos.* — **Vidrio :** Fabricación. Temple. Vidrios especiales. — **Cemento :** Fabricación. Clases de cementos. — **Industria papelera :** Pasta de papel. Fabricación del papel. Clases de papel. — **Artes gráficas :** Procedimientos de impresión. — Imprenta : Reseña histórica. Composición. Grabado. Preparación de la forma tipográfica. Prensas tipográficas. Manipulado. — Huecograbado : Preparación de la planchas. Prensas de huecograbado. — Litografía y offset. — Serigrafía.

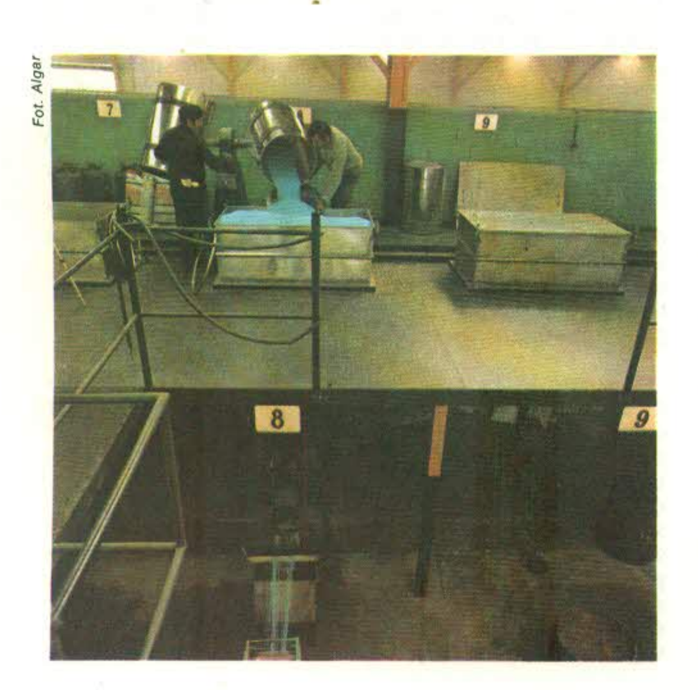
Además de las industrias fundamentales que acaban de describirse existe también una extensa gama de industrias que se dedican a la transformación de productos naturales o sintéticos.

Materias plásticas

Se agrupan bajo la denominación de *plásticos* aquellas materias de origen orgánico que son imputrescibles y muy moldeables si se someten a la acción del calor. Antiguamente se obtenían a partir de fuentes animales o vegetales, como la caseína, con la que se fabricaba la *galalita*, o la celulosa, base del *celuloide* y del *celofán*. Después de la Segunda Guerra mundial, y gracias al desarrollo logrado por la petroquímica, las materias plásticas han alcanzado una importancia fundamental para la elaboración en serie de embalajes y objetos diversos que requieren poca intervención manual.

Naturaleza. — La materia plástica, denominada también *resina sintética*, puede ser *termoplástica* o *termoestable*. La primera se ablanda y llega a fundirse por el calor, lo que le da carácter moldeable. No obstante, el calor continuo le hace perder sus cualidades al producir fenómenos de oxidación y despolimerización, pero la pasta fría y endurecida puede fundirse de nuevo. La segunda, en cambio, no puede volverse a ablandar ya que su endurecimiento provoca la aparición de unos encadenamientos moleculares suplementarios.

Interior de una fábrica de materias plásticas en Madrid.



Fot. Algar

Fabricación. — Los plásticos se fabrican industrialmente, mediante procedimientos químicos de polimerización o de condensación, reuniendo moléculas simples para constituir otras más grandes, cuyas formas determinan las propiedades del producto resultante.

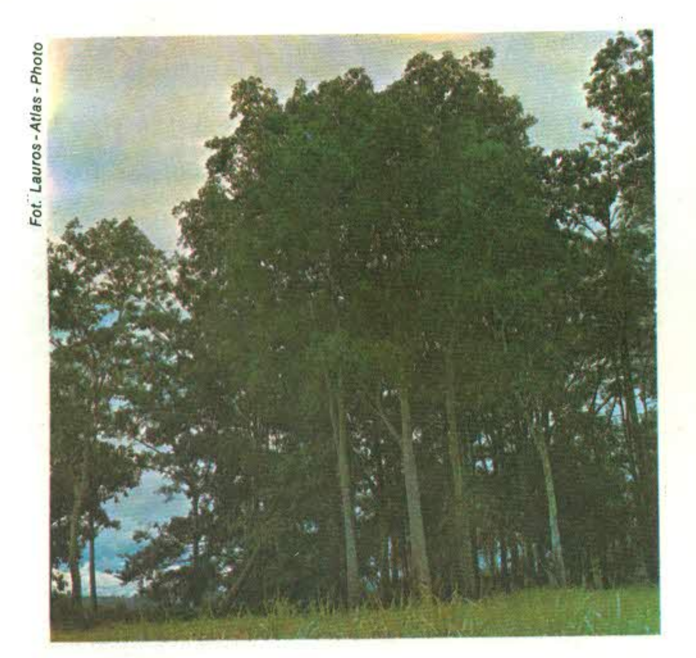
Las materias termoplásticas son las más utilizadas y el procedimiento más empleado para la fabricación de objetos es el moldeado por inyección, efectuado por medio de prensas automáticas que permiten una gran producción. Las temperaturas para lograr la fusión oscilan entre 150 y 260 ºC y las presiones varían entre 150 y 1 200 kg por centímetro cuadrado.

Los plásticos, labrados de manera similar a los metales o al vidrio (prensado, laminado, etc.), superan en muchos aspectos a las materias naturales que sustituyen y tienen cada día más aplicaciones en el hogar moderno, en las instalaciones industriales y hasta en Astronáutica. Los más empleados son las resinas vinílicas, el cloruro de polivinilo, los polietilenos, los poliestirenos, las siliconas, las poliamidas *(nylon, rilsan)*, los poliuretanos, los polipropilenos, las resinas acrílicas y los poliésteres.

Espumas. — Muchas de las materias plásticas adoptan una consistencia de *espuma*, rígida o flexible y de gran ligereza (de 15 a 30 kg por metro cúbico), cualidad ésta que es imposible lograr con otros materiales naturales. La fabricada con *poliuretano* se obtiene por mezcla de varios componentes líquidos y se utiliza frecuentemente como relleno.

Estratificados. — El más conocido de los *estratificados*, asociaciones de fibras y de materias plásticas, es el *vidrio poliéster*, obtenido a baja presión o por contacto y sin presión alguna. Las resinas empleadas, que pueden ser termoestables, en estado líquido y a la temperatura ambiente, poliésteres no saturados y resinas epóxidas, se introducen, con la ayuda de un catalizador y, a veces, de un acelerador, en un molde que contiene capas de tela o de tejido de vidrio superpuestas. En éste se elabora un material relativamente rígido, parecido, en ciertos aspectos, a los metales. En la estratificación a alta presión se usan una resina termoestable y unas hojas superpuestas de papel. Entre estas últimas, la que se encuentra en la superficie tiene muchas veces carácter decorativo *(Formica)*.

Los plásticos realizados en los laboratorios son cada vez más perfectos y de aplicaciones muy variadas, pero presentan todavía inconvenientes por su inflamabilidad e indestructibilidad.


Fot. Lauros - Atlas - Photo

***Hevea brasiliensis*, árbol productor del caucho natural.**

Caucho

Caucho natural. — El *caucho*, que tiene numerosas aplicaciones tanto en la industria como en la artesanía, es una sustancia de composición compleja y elástica sacada del *látex*. Este líquido lechoso mana del árbol del caucho *(Hevea brasiliensis)*, existente en las selvas tropicales y cultivado también en otras regiones, y no es más que un polímero del isopreno. Las plantaciones de este vegetal, localizadas sobre todo en Malaysia, Indonesia, Tailandia, Ceilán, India, Vietnam, Nigeria, Liberia, Filipinas, Libia, Zaire y Brasil, han incrementado su producción gracias a métodos científicos modernos. El caucho natural, que alcanza actualmente la cifra de unos 5 millones de toneladas anuales, representa un 30 % del consumo mundial.

El caucho bruto se vuelve quebradizo con el frío y se hace blando y pegajoso con el calor. Para paliar estos inconvenientes se recurre a la *vulcanización*, consistente en la agregación de azufre en polvo y calentamiento de la masa a unos 140 ºC. La proporción de azufre varía, según el tipo que quiera obtenerse, y puede llegar a un 30 % en el caso de los cauchos duros y de la ebonita.

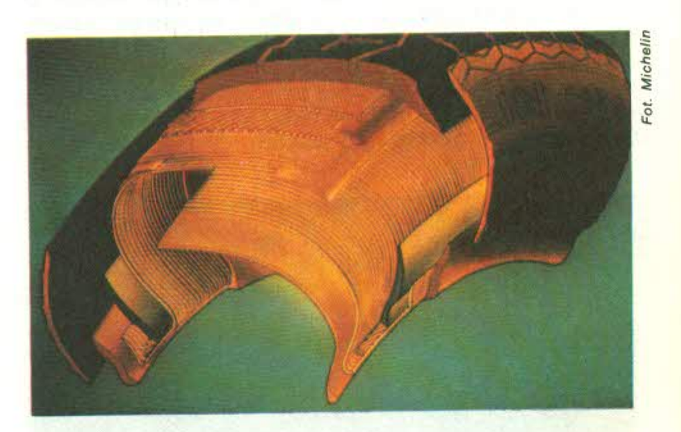
El caucho natural, hasta la aparición del sintético, se consideraba como insustituible y sigue siéndolo todavía en la fabricación de los neumáticos que equipan los vehículos pesados.

Cauchos sintéticos. — Los *cauchos sintéticos*, conocidos tanbién con el nombre de *elastómeros de síntesis*, son numerosos y variados. El llamado S. B. R. *(Styrene Butadiene Rubber)*, que representa aproximadamente un 80 % de todos los utilizados, se fabrica al emulsionar el estireno y el butadieno con una sal sódica de un ácido graso. El resultado obtenido se copolimeriza después en caliente en presencia de un catalizador persulfatado. El látex producido de este modo se parece mucho al natural, pero es en realidad inferior a éste ya que se calienta mucho al usarlo (en un neumático, por ejemplo). Se mejora la resistencia al calor con el *caucho nitrilo*, en el que el estireno se sustituye por el acrilonitrilo.

El *caucho butilo*, a base de polibutileno, es impermeable a los gases y, por consiguiente, particularmente apropiado para las cámaras de aire. El *neopreno*, obtenido por polimerización del cloropreno, posee gran resistencia a la oxidación, al calor y a los agentes químicos y tiene muchas aplicaciones (tubos, mangueras, cables eléctricos, rodillos de máquinas de imprimir, etc.). Desde el punto de vista químico, las variedades mencionadas tienen una estructura irregular si se efectúa la comparación con las cadenas moleculares del caucho natural.

Algunos procedimientos nuevos han dado por resultado la producción del *polisopreno* y del *polibutadieno*, muy adecuados para la fabricación de neumáticos por tener estructuras muy similares a las del caucho natural. Más recientemente se han obtenido polímeros de etileno y propileno, con propiedades que hacen posible el moldeado. Existen, por último, cauchos especiales, entre los cuales se hallan los *elastómeros fluorados*, que, por su comportamiento elástico, pueden clasificarse entre los plásticos, no sólo por la estructura, sino también por el modo de utilización.

Aplicaciones. — La fabricación de neumáticos absorbe un 75 % aproximadamente de la producción mundial de caucho. Este material también se emplea en juntas, amortiguadores, calzado, aislamiento de cables, juguetería, prendas impermeables, ciertos tejidos elásticos, aparatos o instrumentos médicos y ortopédicos (prótesis dentales), etc. En la actualidad, las resinas acrílicas, cuyos derivados son estéticos y fáciles de reparar, tienden a sustituir al caucho en la industria textil.


Fot. Michelin


Fot. X

Corte que muestra las diferentes capas de un neumático y extracción de uno de éstos del molde de fabricación.



Fot. Basf

El empleo de innumerables fibras sintéticas es cada vez más frecuente en todas las ramas de la industria textil.

Textiles artificiales y sintéticos

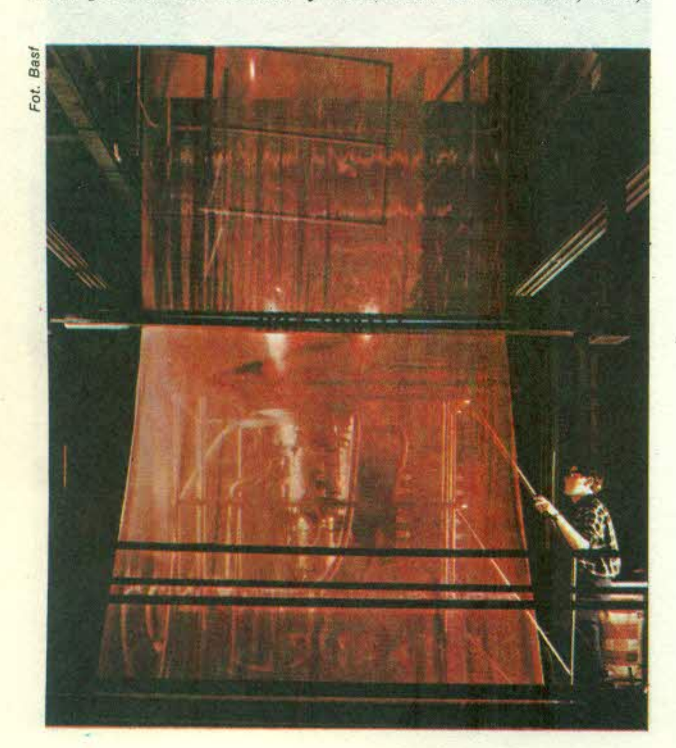
Los textiles naturales están constituidos por cuerpos orgánicos de estructura macromolecular rectilínea. Así, la materia de los tejidos vegetales (algodón, lino) es la celulosa, mientras que la de los animales (lana, seda) son polímeros de proteínas. Las fibras artificiales y sintéticas tienen análoga composición y se llega, gracias a los progresos técnicos, a elaborar tejidos de gran parecido con los naturales.

Los *textiles artificiales* se obtienen por hilado o coagulación de moléculas naturales o de sus derivados, sobre todo de la celulosa. Ésta, extraída de todos los vegetales e incluso de la madera, tiene aspectos variados y se convierte, al someterse a una serie de operaciones químicas, en fibras de cualidades diferentes (viscosa, fibra polinósica, acetato y triacetato de celulosa, etc.).

Los textiles artificiales existen desde el siglo XIX y los *sintéticos* aparecen sólo en la época de la Segunda Guerra mundial. El primero de estos últimos fue el *nylon,* llamado científicamente *poliamida 6-6,* cuyas fibras, obtenidas por el hilado de materias plásticas, son imputrescibles, presentan una resistencia superior a la de la seda natural y no se ven afectadas por la acción de los agentes atmosféricos. Más tarde se fabrican las *poliamidas 6* y *11,* el *poliuretano textil,* elastómero con fórmula diferente a las de las espumas, el *poliéster,* las fibras *polivinílicas,* compuestas de cloruro de polivinilo polimerizado, que tienen la característica de ser ininflamables y resistentes a las intemperies, las *acrílicas,* resultado de la polimerización del acrilonitrilo, y muchas otras fabricadas a partir del polipropileno.

Todos los textiles sintéticos, cuya lista completa sería larga de enumerar, presentan cada uno ventajas particulares como la resistencia a los productos químicos o a las manchas y una débil higroscopicidad, pero tienen el inconveniente de cargarse fácilmente de electricidad estática y, por tanto, de atraer el polvo. Estos tejidos, cuya manufactura es muy similar a la de los naturales, tienen, gracias a una serie de técnicas, una consistencia y un acabado muy semejantes al material tradicional. En la actualidad, no se crean muchas fibras nuevas, pero se realizan, en cambio, numerosas mezclas.

Se fabrican también unos textiles que no son, en realidad, ni tejido ni papel. Están formados, como este último, por fibras que se depositan unas sobre otras, lo que permite, utilizando máquinas de papel o procedimientos similares, producirlos con gran rapidez. Estas capas superpuestas necesitan un aglutinante, que, al representar a veces hasta el cincuenta por ciento del peso final, trae consigo cierta pérdida de elasticidad. Este material se utiliza especialmente para artículos como el papel-trapo de uso doméstico, y en otros de tipo técnico (filtros, aislantes, etc.).



Fot. Basf

Jabones y detergentes

El *jabón* es una pasta sólida y soluble en el agua que se forma al combinarse un producto alcalino, como la sosa o la potasa, con los ácidos del aceite u otro cuerpo graso. Los egipcios, los palestinos, los griegos, los romanos y los pueblos de la Edad Media conocieron ya su fabricación, pero ésta, por escasez de materias primas, no llegó a generalizarse hasta el siglo XIX y, a partir de entonces, se emplearon diferentes procedimientos. El más corriente consistió en la preparación en frío, aunque también se utilizaron la semicocción y el llamado método marsellés, realizado mediante operaciones de empaste, salinización, cocción y liquidación. Actualmente hay diversas maneras de hacer este producto; una de ellas se lleva a cabo con ácidos grasos, derivados de la hidrólisis de las materias primas, purificados por destilación y neutralizados sirviéndose de óxidos alcalinos, carbonatos alcalinos o bases orgánicas, y las restantes (Clayton, Gunther Jacobs, Du Pont de Nemours, Sharpless, Monsavon) emplean técnicas mucho más modernas.

Los *jabones de tocador* se obtienen a partir de una pasta sin productos insaponificados, a la que se incorpora una serie de perfumes y colorantes. La masa se

Fabricación en un complejo petroquímico de hojas de materia plástica destinadas al embalaje y a otros usos.

La espuma formada por los detergentes no biodegradables resulta perjudicial para la flora y fauna acuáticas.



somete a una doble operación de amasado, para darle homogeneidad, y la barra continua de jabón que sale de la prensa se corta en secciones o trozos regulares.

En los últimos tiempos ha descendido el consumo relativo de jabón, salvo los de tocador, debido al creciente empleo de los detergentes.

Los *detergentes* son productos artificiales fabricados a partir de cuerpos grasos o de hidrocarburos tratados por saponificación. Han sustituido en gran parte al jabón, sobre todo para los lavados domésticos de ropa y vajilla, porque presentan la ventaja de no formar con las aguas calcáreas sales cálcicas insolubles y la de fabricarse con materias primas poco costosas. Su empleo se inició en los Estados Unidos, donde el primer jabón en polvo se puso en venta en 1934, aunque anteriormente los alemanes habían fabricado ya algunos productos sintéticos. Las numerosas variedades que existen, adaptadas a los diferentes usos, pueden clasificarse en dos categorías : los *catiónicos*, entre los que se encuentran las sales de amonio cuaternario, con propiedades antisépticas, pero de un costo bastante elevado, y los *aniónicos*, más económicos, entre los que sobresalen las sales sulfónicas, obtenidas sobre todo a partir de los derivados del petróleo (olefinas).

Las bacterias de las aguas residuales destruyen los residuos de jabón, pero no lo hacen con los detergentes no biodegradables, cuya presencia en las aguas fluviales, incluso en pequeñas dosis, provoca la formación de espuma y origina la muerte de la fauna acuática. Se han llevado a cabo investigaciones con objeto de no afectar de modo irreversible el equilibrio ecológico y se ha conseguido realizar productos con una biodegradabilidad que va de un 80 %, si se procede al fraccionamiento de la parafina, al 100 %, pero la fabricación de detergentes de este tipo requiere instalaciones muy complejas, lo que acarrea un notable encarecimiento.

Industria química mineral

La industria química mineral se dedica a la fabricación de ácidos, bases, sales y abonos minerales o fertilizantes, que se mezclan con la tierra para hacerla más fértil.

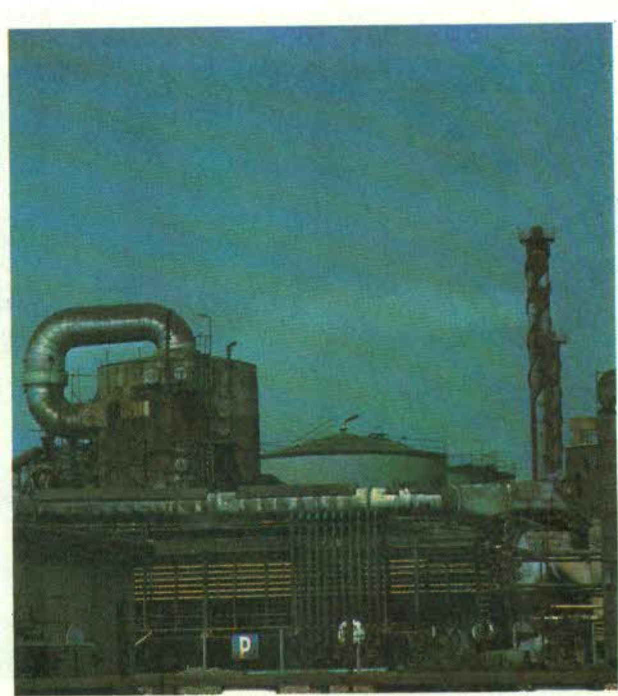
Ácido nítrico. — El *ácido nítrico*, obtenido por oxidación del amoniaco, seguida de una concentración por destilación, tiene usos numerosos e importantes (nitratos, pólvora y explosivos, industria de los colorantes, etc.).

Ácido sulfúrico. — La producción del *ácido sulfúrico*, llevada a cabo desde el siglo XVIII mediante la oxidación del anhídrido sulfuroso por el aire en presencia de agua, empezó a realizarse en grandes instalaciones construidas en Alemania o en Francia cien años más tarde y, durante la Primera Guerra mundial, el primer país utilizó el procedimiento de fabricación por contacto en presencia de platino.

El *anhídrido sulfuroso* se obtiene mediante combustión del azufre o por tostación de piritas de hierro en hornos de diferentes tipos.

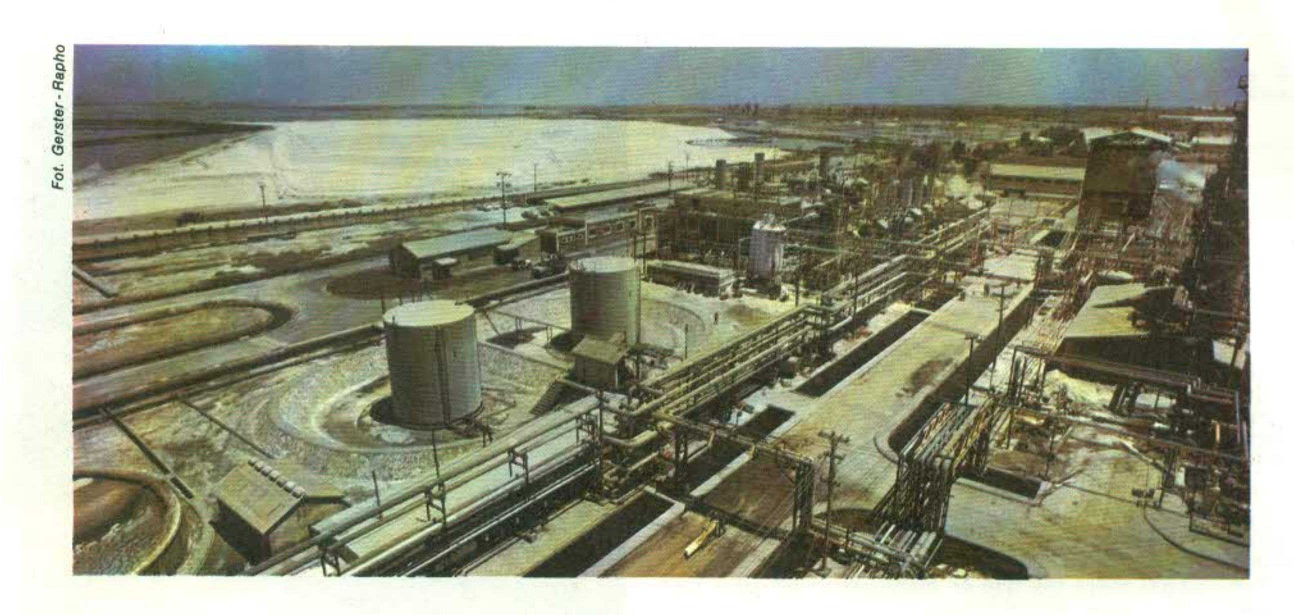
Entre los ácidos se considera que el sulfúrico es el más importante de todos por sus aplicaciones industriales, ya que interviene en la preparación de otros (acético, clorhídrico, nítrico, etc.) y de productos como colorantes, materias plásticas, textiles sintéticos, explosivos, perfumes o glucosa, además de emplearse en grandes cantidades en petroquímica y electroquímica (baño electrolítico de los acumuladores).

Ácido clorhídrico. — El *ácido clorhídrico* se fabrica en hornos especiales al tratar con ácido sulfúrico la sal común. La extracción de ésta, a partir del agua de mar, da lugar también a la obtención de bromo, potasio, magnesio y numerosas otras sales minerales que sería muy largo mencionar. La *sal gema* se extrae de la mina por disolución mediante inyección de agua caliente.



Fábrica de ácido sulfúrico en Huelva (España).

Fot. Gerster-Rapho



Vista aérea de una planta industrial que utiliza la sal marina para la producción de la sosa o carbonato de sodio.

El *carbonato de sodio*, o *sosa industrial*, se obtiene por el *procedimiento Solvay*, consistente en la acción del bicarbonato de amonio sobre la sal común. Tanto la sosa como el cloro se consiguen principalmente por electrólisis de una solución de cloruro sódico y, a partir de ese cloro, se producen lejía (hipoclorito sódico) y ácido clorhídrico. Este último sirve fundamentalmente para la fabricación de cloruro y para el decapado de los metales.

Abonos minerales. — En la fabricación de *abonos minerales*, parte importante de la industria química, se utilizan materias primas de diferentes orígenes : productos mineros, subproductos o residuos, materias sintéticas. El consumo de estos fertilizantes es muy grande, llegando incluso a representar en algunos países unos 150 kg por hectárea, y la demanda es, a veces, superior a la oferta existente, sobre todo en el caso de los abonos fosfatados.

Los abonos, necesarios para equilibrar un suelo naturalmente deficiente de elementos que ayuden al crecimiento y nutrición de las plantas o, en terrenos más ricos, para compensar las pérdidas de las sustancias absorbidas por las sucesivas cosechas, pueden ser, atendiendo a la composición, *fosfatados, nitrogenados* y *potásicos*.

Abonos fosfatados. — Los *fosfatos* cálcicos son naturales en su mayor parte y se encuentran en yacimientos situados sobre todo en los Estado Unidos, la U. R. S. S., Marruecos, Túnez, Perú y Chile. Se preparan triturando el mineral, o transformando éste en *superfosfato*, mediante un tratamiento con ácido sulfúrico en el que el fosfato tricálcico se convierte en monocálcico y contiene de 14 % a 20 % de ácido fosfórico, lo cual permite que las plantas lo asimilen muy rápidamente.

Las escorias de desfosforación, subproducto de la fabricación del acero a partir de los minerales fosfóricos, constituyen también un excelente fertilizante.

Abonos nitrogenados. — Las tierras de cultivo carentes de nitrógeno se fertilizaban desde el siglo XIX con *nitrato de Chile* (nitrato sódico), pero, en la actualidad, se enriquecen con *abonos nitrogenados* que se obtienen a partir de diferentes procesos industriales, como la fabricación del ácido nítrico, que origina el nitrato, o la acción del nitrógeno atmosférico sobre el carburo de calcio, que da la cianamida. El desarrollo reciente de grandes unidades de producción de amoniaco sintético ha permitido también la elaboración simultánea de determinados abonos nitrogenados (urea, sulfato amónico, nitrato amónico) y el mismo amoniaco gaseoso, licuado a presión, puede inyectarse directamente en el suelo para enriquecerlo.

Abonos potásicos. — La *silvinita*, cloruro potásico y sódico que constituye la base de los *abonos potásicos*, se utilizaba antiguamente pura, pero hoy día se somete a un refino destinado a eliminar el cloruro sódico (sal común), muy perjudicial para los cultivos.

Abonos compuestos. — Los *abonos compuestos* resultan de la mezcla de varios fertilizantes simples o de la asociación, con uno de estos últimos, de un elemento apropiado para enriquecer el suelo (boro, magnesio).

Fot. Alsthom

Transporte de fosfatos por ferrocarril (Marruecos).

Vidrio

El *vidrio*, cuerpo frágil, duro y generalmente transparente, obtenido mediante la solidificación de una mezcla fundida de arenas silíceas, carbonatos sódicos o potásicos y cal, constituye un ejemplo característico de disolución sólida, en el que la masa vítrea se encuentra en un estado derivado del líquido de modo continuo. Es mal conductor del calor y de la electricidad, resiste bien a los agentes químicos corrientes y se disuelve en el ácido fluorhídrico.

Fabricación. — El vidrio se fabrica en hornos continuos donde los distintos componentes, previa trituración, se convierten, por efecto de la corrientes de convección, en una masa pastosa cuya viscosidad disminuye de modo progresivo a partir de los 1 500 ºC. Permanece, sin embargo, en estado viscoso, sobre todo cuando sale del horno, a una temperatura próxima a unos 1 100 ºC. El empleo de recuperadores de calor permite una gran economía de combustible. Las burbujas de gas que se forman suben a la superficie y se eliminan mediante el afino. Existen en la industria dos clases de vidrio : el plano y el hueco.

En la fabricación del *vidrio plano*, utilizado para hacer cristales y espejos, la masa viscosa sale del horno en forma de cinta continua o se extiende en una capa de 6 mm de espesor sobre una superficie de estaño líquido *(float glass)*. En este último caso, el vidrio se solidifica y llega a presentar superficies rigurosamente paralelas y planas, siempre y cuando se eviten las vibraciones, se mantengan los niveles con gran precisión, se controle la temperatura del metal y se opere en una atmósfera desprovista de oxígeno, para impedir así la oxidación del estaño. Esta técnica tiende a sustituir las del estirado o pulido del vidrio, procedimientos costosos y de inferior resultado. Debe señalarse, por último, que el enfriamiento de la banda de vidrio ha de efectuarse de modo lento y regular a lo largo de una cadena de fabricación, cuya longitud puede alcanzar centenares de metros.

Temple. — El *temple*, destinado a mejorar la resistencia del vidrio, se realiza sometiendo este último a un enfriamiento brusco. Solía efectuarse insuflando aire frío en una placa que se había calentado a una temperatura de 700 ºC, pero en la actualidad existe otro procedimiento, que proporciona una resistencia aún mayor, consistente en sumergir el vidrio en una masa de sales minerales fundidas. El producto obtenido puede plegarse sin romperse y tiene prácticamente las mismas características que un resorte por su elasticidad.

El *vidrio hueco*, cuya importancia industrial es superior a la del plano, debido al empleo cada vez mayor de vasos y botellas, se fabrica, como se hacía en el pasado, valiéndose del soplado y acabado a mano, aunque, mediante la utilización de moldes adecuados, se ha conseguido alcanzar un elevado grado de automatización.



Fot. Algar

Fábrica de fibras de vidrio en Azuqueca (España).

Fabricación del vidrio por soplado, método antiguo empleado incluso todavía, y por un procedimiento moderno en el cual la capa de masa viscosa que sale del horno se extiende por una superficie de estaño en estado de fusión.

Fot. St Gobin (2)





Vidrios especiales. — Existen numerosos *vidrios especiales*, adaptados a diferentes usos y obtenidos al añadir ciertos productos que permiten conseguir distintos tipos de calidades. La mezcla de anhídrido bórico y alúmina les da mayor resistencia térmica, haciéndolos muy propios para la fabricación de vajillas; la sílice fundida aumenta aún en ellos la resistencia térmica, necesaria en los crisoles y lámparas de yodo; y el óxido de plomo facilita la fusión. El *vidrio fotosensible*, capaz de conservar una imagen, gracias a la inclusión de sensibilizadores, se emplea en técnicas muy avanzadas. Las *fibras de vidrio*, realizadas por estirado a través de finas hileras que les confieren un diámetro de 3 a 12 micrones, se utilizan en la armadura de materias plásticas, en la fabricación de tejidos flexibles, imputrescibles e ininflamables, y como aislante *(lana de vidrio)*.

Cemento

El *cemento*, material de gran importancia en la industria de la construcción, consiste en una mezcla pulverulenta en la que entran un 80 % de elementos calcáreos y un 20 % de arcilla. Este polvo, mezclado con agua, forma una pasta blanda que se endurece al poco tiempo de entrar en contacto con el aire hasta adquirir consistencia pétrea.

Fabricación. — El cemento, cuyas fábricas suelen instalarse en las cercanías de canteras calcáreas, dada la necesidad de grandes cantidades de piedra caliza, y no lejos de las zonas de consumo, con objeto de no gravar demasiado el producto a causa del costo del transporte, se elabora en grandes hornos giratorios en los que las temperaturas llegan a alcanzar 1 450 °C. El *triturado* de las materias primas, esencial en todo el proceso, se realiza en seco o por vía húmeda, mediante disolución en agua y pulverización. La mezcla, que queda entonces reducida a granos de un diámetro inferior a una décima de milímetro, se cuece a la temperatura anteriormente indicada, previa dosificación y homogeneización, y el material calcinado se muele, después de haberle añadido una pequeña cantidad de yeso para facilitar el *fraguado*. Esta trituración, que tiene mucha importancia, ya que de ella depende la calidad del cemento, produce, a pesar del empleo de filtros y de sistemas de eliminación tendentes a evitar la contaminación, una gran cantidad de polvo que cubre las áreas vecinas y deteriora el entorno.

El producto, una vez fabricado, se envasa por regla general en sacos, pero puede también venderse a granel o enviarse a centrales hormigoneras, desde donde el *hormigón* se lleva al pie de la obra en camiones especiales dotados de tambores mezcladores.

Clases de cementos. — Además del *cemento artificial* o *portland*, usado en todo el mundo y descrito en el epígrafe anterior, existen, según el uso a que se destinen, otras variedades de composición diferente. Entre éstas se citarán distintos tipos de cemento llamados *aluminoso*, mezcla de bauxita y caliza que se endurece rápidamente en contacto con el agua y posee gran resistencia mecánica y química, *blanco*, obtenido a partir de piedras exentas de óxidos de hierro, *expansivo*, que aumenta de volumen con el fraguado, *hidráulico*, que produce morteros y hormigones al fraguar con el agua, y *rápido*, que fragua en pocos minutos. Además de todos éstos, cabe mencionar también el *supercemento*, portland en el que la combinación de caliza y arcilla contiene la máxima proporción de óxido de calcio, cuyo endurecimiento rápido hace que sea el más apropiado para la realización de elementos prefabricados.

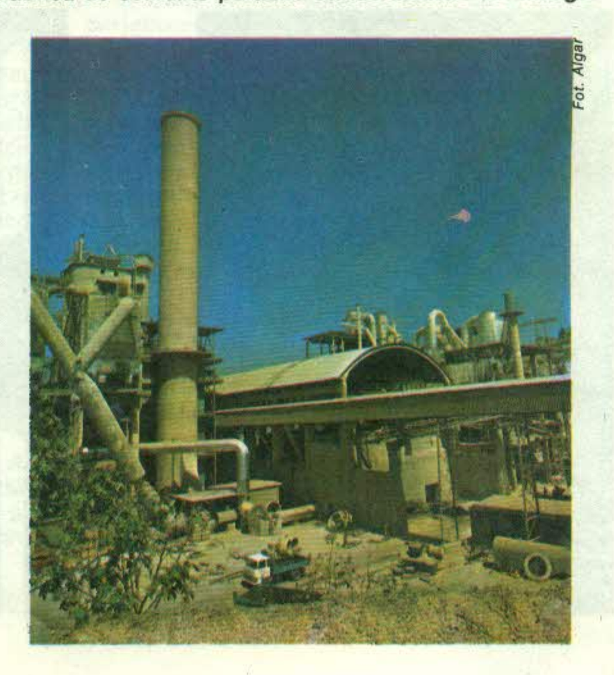


Fábrica de cemento en la ciudad argentina de Olavarría.



Camiones con tambores mezcladores para el hormigón.

Fábrica de cemento portland en las afueras de Málaga.



Industria papelera

El *papel* es una materia constituida por un entramado de fibras celulósicas muy finas, sacadas de la madera o también de los restos de trapos o recortes de papeles viejos. Se prepara por depósito de estas fibras en suspensión en agua sobre una fina tela metálica a través de la cual se escurre el líquido. El entramado formado de este modo, una vez secado y prensado, constituye el papel. El consumo de éste (prensa, libros, embalaje, etc.) se ha desarrollado mucho desde el siglo II en China hasta nuestros días y ha llegado a ser un índice característico del nivel de vida de los países. Puede señalarse, a título de ejemplo, que los Estados Unidos sobrepasan 200 kilos anuales por habitante, mientras que las naciones de la Comunidad Económica Europea utilizan unos 100 kilos y algunos de los países en vías de desarrollo apenas alcanzan los 20 kilos.

Pasta de papel. — Recibe el nombre de *pasta de papel* la materia fibrosa que se saca de trapos, papeles viejos, paja, esparto o sobre todo madera. En este último caso, se desfibran los troncos de árboles descortezados, aserrados y desprovistos de nudos, y se muelen en presencia de agua *(pasta mecánica)* o se hacen pasar desmenuzados por unos tambores clasificadores, antes de llevarlos a una caldera donde se cuecen a presión para eliminar la lignina. Cuando la cocción es muy intensa se obtiene la llamada *pasta química*, pero, si es más moderada, como ocurre en la mayoría de los casos, queda en la madera cierta cantidad de lignina y de celulosa, denominándose entonces el producto resultante *pasta semiquímica* o *media pasta*.

La pasta mecánica, muy a menudo mezclada con la química y utilizada casi exclusivamente en la confección de periódicos, proporciona papeles de color poco duradero y bastante frágiles, porque tienen una fibra corta, irregular y de naturaleza quebradiza.

En la pasta química, la madera suele tratarse en presencia de un gas sulfuroso con varios bisulfitos (cálcico, sódico, magnésico o amónico), con sulfuro sódico, para obtener una materia dura llamada *kraft*, o con sulfito sódico neutro, procedimiento usual en nuestros días para elaborar las medias pastas.

El esparto y la paja, después de efectuarse las operaciones mencionadas, dan una pasta que se utiliza para la producción del *cartón ondulado*. En países tropicales se emplean también la caña de azúcar y el bambú. Los papeles viejos, desmenuzados y triturados en molinos o desintegradores, antes de someterse a una depuración destinada a eliminar los cuerpos extraños, se reducen a pasta sin recurrir a la cocción.

Todas las pastas descritas reciben el calificativo de *crudas*, ya que su coloración depende de la naturaleza de la materia prima o del procedimiento de cocción. Han de sufrir generalmente, sin degradar la celulosa, una operación de blanqueo, llevada a cabo, en el caso de las químicas, con cloro o con algunos de sus compuestos, y, en el de las mecánicas o semiquímicas, con hidrógeno, peróxido de sodio o anhídrido sulfuroso.

Fabricación del papel. — Las diferentes calidades de papel dependen fundamentalmente de la clase de fibra empleada y de la duración e intensidad del tratamiento. Éste empieza por el *refino*, efectuado en cubas o *batidoras*, que consiste en hidratar las fibras de celulosa, desmenuzándolas y cortándolas según la calidad que se quiera obtener. Se suele añadir cola de resina y sulfato de alúmina para el *papel encolado* y colorantes si se desea fabricar *papel de color*. La pasta se lleva después a una *mezcladora*, en la que se diluye al 3 %, mezclándose a veces con otras y, si el papel ha de ser de calidad, se somete a la acción de un tipo especial de batidora, llamado *afinadora*.

La pasta, diluida hasta tener una concentración que puede oscilar entre 0,5 y 1 %, pasa luego a la máquina de fabricación propiamente dicha, consistente en un tanque de alimentación y una tela metálica sin fin, a través de la cual se escurre la mayor parte del agua, mientras que las fibras permanecen en la superficie antes de ser sometidas a un *doble prensado* por la acción de rodillos húmedos y secos. El proceso de fabricación concluye con el *secado*, destinado a eliminar, por medio de cilindros calientes, el agua restante para obtener el papel, que se enrolla en una *bobinadora*.

Algunos papeles se someten, a la salida de la máquina, a un *alisado* o *satinado* prensándolos fuertemente entre los pesados cilindros superpuestos y caldeados con vapor de una *calandria*.

Con las máquinas modernas, utilizadas para fabricar papel de periódico, se obtienen bandas de más de seis metros de anchura y un rendimiento que puede alcanzar los 650 metros por minuto.

Clases de papel. — Entre las numerosas clases de papel existentes, adaptadas cada una a un uso determinado, la más fabricada es la destinada a la impresión, en la que se distinguen tres grupos : los *papeles alisados*, de superficie áspera y desprovistos de cola, utilizados para la prensa diaria o para libros sin grabados *(secantes, lanillas, plumas)*; los *papeles satinados*, con superficie lisa y brillante, divididos en varios tipos llamados *cícero, lito, registro, apergaminado, celulosa, tela, biblia* y *cuché*, el último de los cuales, recubierto de una capa de yeso, permite lograr excelentes reproducciones tipográficas a uno o varios colores ; y, por último, las *cartulinas*, fabricadas con las mismas pastas que los demás papeles, pero de mayor grosor *(bristol, marfil, opalina, mate, gamuza)*.

Entre los papeles destinados al embalaje, de gramaje y textura diferentes a los anteriores, pueden señalarse las clases *kraft, estraza, celulosa, cristal, parafinado*, etc. El denominado papel *manila*, de estructura muy fina y satinado por una sola cara, se utiliza en paquetería.



Fot. Aarons

Bobinas de papel producidas por una máquina moderna.

Artes gráficas

Las *artes gráficas* abarcan los diversos procedimientos para la reproducción, generalmente sobre papel, de textos e ilustraciones. Dada la importancia creciente de los medios de comunicación en la vida moderna, esta industria ha alcanzado un notable desarrollo, al que ha contribuido también la elevación del nivel de vida de las poblaciones. La prensa diaria, los libros y las ediciones de arte gozan de gran difusión y uno de los índices más elocuentes del nivel de vida de un país es, sin duda, el de la producción editorial o el del número de ejemplares de los periódicos tirados a diario.

Procedimientos de impresión. — Los *procedimientos de impresión* se fundan en general en los mismos principios, es decir, la preparación de una forma o molde en el que aparecen los textos y grabados que deben reproducirse, el entintato de aquél y la aplicación del papel para que la tinta adhiera en la superficie del mismo dejando la huella de las letras e ilustraciones. Los principales métodos empleados son la *imprenta* o *tipografía*, en la que la superficie impresora se presenta en relieve; el *huecograbado*, en el que la impresión, inversamente a la forma anterior, se realiza mediante el grabado en hueco; y la *litografía*, basada en el fenómeno de la repulsión recíproca del agua y de los cuerpos grasos, en la que todos los elementos, impresores y no impresores, están en el mismo plano. Existen también otros, que se derivan de los citados, como el *offset*, en el cual la plancha entintada imprime un cilindro de caucho que transfiere la impresión al papel, o que emplean técnicas diferentes, como la *serigrafía*, es decir, impresión mediante un tejido de seda u otra materia.

Imprenta

La *imprenta*, denominada también *tipografía*, es el arte de reproducir en papel u otra materia, por medio de la presión, una plancha o unos caracteres en relieve impregnados de tinta.

Reseña histórica. — Las primeras reproducciones de escrituras se remontan a la época de los imperios mesopotámicos. Cerca de la ciudad de Nínive se han encontrado restos de una biblioteca del rey Sargón II (siglo VII a. de J.-C.), compuesta de ladrillos estampados por formas metálicas y sometidos luego a un proceso de cocción. En China se empezó a escribir en una plancha de madera, en la cual, después de haber vaciado la parte situada alrededor de lo escrito, se entintaba lo que salía en relieve para poder reproducirlo en una hoja de papel de arroz. Muy posteriormente se inventaron los caracteres móviles de terracota, plomo o cobre (siglo XI). En Europa se hicieron grabados a buril sobre madera (siglo XV) y se tallaron un poco más tarde las diferentes letras del alfabeto para combinarlas entre sí. El alemán **Gutenberg** (¿1400?-1468) introdujo el tipo de metal (1440) y concibió el conjunto de operaciones que requiere la impresión tipográfica (confección de matrices, fusión de caracteres, composición del texto y prensa manual). La imprenta se extendió rápidamente por toda Alemania y demás países europeos. Antes de terminar el siglo XV, existían ya importantes talleres, como los de Aldo MANUCIO (¿1449?-1515) en Venecia. Barcelona y Valencia fueron las adelantadas en España. A primeros del siglo XVI el impresor Arnaldo Guillermo Brocar llevó a cabo en Alcalá de Henares la impresión de la célebre *Biblia Políglota Complutense* (1514-1517), encargada por el cardenal Cisneros. Fueron célebres los talleres de los Plantino en Amberes y de los Elzevir en Leyden. La primera imprenta que funcionó en América fue la de México, probablemente fundada en 1537, a la que siguieron las de Perú (1583), Guatemala (1660), Paraguay, Colombia, Cuba, etc. Este medio de comunicación escrita, por diversos motivos, llegó algo más tardíamente a Argentina y Ecuador (1780), a Venezuela (1808) y a Chile (1813). Los jesuitas contribuyeron mucho a la difusión de las artes gráficas por todo este Continente a causa de las numerosas imprentas portátiles utilizadas por los misioneros. El primer taller que funcionó en América del Norte fue, en 1693, el de la ciudad de Cambridge (Massachusetts).

La trascendencia del invento de Gutenberg, en pleno Renacimiento, fue incalculable al hacer posible la difusión del libro, hasta entonces reservado a una minoría. La imprenta supuso una verdadera revolución en el campo cultural, hasta tal punto que, para algunos historiadores, es el hito que marca el nacimiento de la Edad Moderna.

Composición. — La *composición* de un texto, consistente en la colocación de las letras o caracteres para formar las líneas de lo que hay que reproducir, puede hacerse de manera manual, mecánica o fotográfica.

La *composición manual*, usada por Gutenberg, es la más antigua, pero en la actualidad se emplea solamente en el caso de tiradas muy reducidas o cuando se trata de textos cortos. Los elementos impresores son los *tipos* o *caracteres*, fabricados con una aleación de plomo y antimonio, los filetes, las orlas y las viñetas, pequeños dibujos que se usan como adorno. El *tipógrafo* o *cajista* se sitúa delante de la caja para extraer los diferentes tipos y colocarlos en un *componedor*, instrumento escuadrado consistente en una regla metálica con un tope en un extremo y un cursor que permite determinar el largo del renglón. Al acabar una línea, pone una interlínea y procede a la composición de la que viene después, continuando así hasta que el componedor esté lleno. Entonces coloca todo el bloque en una bandeja de cinc o *galera*, dejando de este modo preparado el texto para la fase de ajuste de la forma, anterior a la impresión.



Fot. Giraudon

Antigua impresión del « Libro de Horas », breviario del oficio divino iluminado por miniaturistas de la Edad Media.

Fot. Algar

Operario trabajando con una linotipia.

En la *composición mecánica*, el operario se limita a pulsar un teclado, similar al de las máquinas de escribir, que acciona unas matrices en hueco en las cuales se funden los elementos. Existen dos sistemas : el efectuado letra a letra, en el que las líneas están constituidas por caracteres móviles, y el llevado a cabo línea a línea, donde cada una de ellas está compuesta por elementos acoplados unos a otros. Las máquinas que realizan estos trabajos se llaman, respectivamente, *monotipias* y *linotipias*.

En la composición fotográfica o *fotocomposición*, al pulsar las teclas, un disco portaletras se coloca de tal modo que una cámara fotografía el carácter que lleva. El texto queda así en forma de película, a partir de la cual se pueden obtener planchas para la impresión tipográfica. Este procedimiento, empleado más frecuentemente para las impresiones en huecograbado o en offset, tiene apreciables ventajas como la sencillez en el manejo, simplificación de las operaciones de compaginación y obtención, valiéndose de un único disco de matrices, de todos los cuerpos del mismo carácter con sólo variar la distancia focal de la cámara fotográfica.

Grabado. — Para la reproducción de dibujos se utilizó en un principio la madera, en la que se tallaban en relieve las partes que habían de entintarse. Este procedimiento, llamado *xilografía*, sólo se emplea en la actualidad para la edición de obras artísticas y de libros destinados a las colecciones de bibliófilos.

El *grabado* se suele tallar a mano, por medio de buriles y punzones, en una plancha de cobre o de cualquier otra aleación apropiada, aunque existe un método más fácil consistente en recubrir esta lámina con una capa de cera o barniz especial en la que el grabador traza el dibujo para dejar de este modo al descubierto parte del metal. A éste se aplicará luego un ácido mordiente que corroerá las zonas abiertas, dejando intactas las protegidas por la cera o el barniz. Se obtiene así el llamado *dibujo en hueco*.

Mediante la técnica del *fotograbado*, mucho más utilizada que la que se acaba de describir, se logran, por medios fotográficos y fotomecánicos, grabados de lo que debe reproducirse en papel. Para realizar un cliché se proyecta un negativo de la imagen deseada en una plancha de cinc, cobre, magnesio o una aleación especial, cubierta por una capa fotosensible. Se trata luego la placa en un baño que disuelve la emulsión en las partes no impresionadas por la luz, en las cuales el metal queda al descubierto, y se somete este último a la acción de un ácido que lo corroe. Si se desea conseguir matices negros o grises, se interpone entre el original y la emulsión del negativo una finísima trama para dividir la imagen en numerosos puntos, que serán, a causa de un efecto de difracción, tanto mayores cuanto más oscuro sea el color. En el momento de la impresión quedarán restituidos los medios tonos, debido a la mayor o menor proporción de superficie entintada.

Los fotograbados en color se obtienen de la misma manera que la estudiada para el negro, pero antes se descomponen, mediante un filtro apropiado, los tres colores fundamentales del original *(tricromía)*. Se saca luego una plancha de cada uno de ellos y se imprimen uno detrás de otro, cuidando el ajuste para ser fiel, según la calidad de las tintas y la pericia del impresor, a las tonalidades cromáticas del motivo original.

Preparación de la forma tipográfica. — Una vez que se dispone del texto, compuesto por alguno de los procedimientos antes señalados y, en algunos casos, de los grabados, colocados sobre un pie de madera o metálico para tener la misma altura que los caracteres tipográficos, se debe proceder al *ajuste* de las páginas.

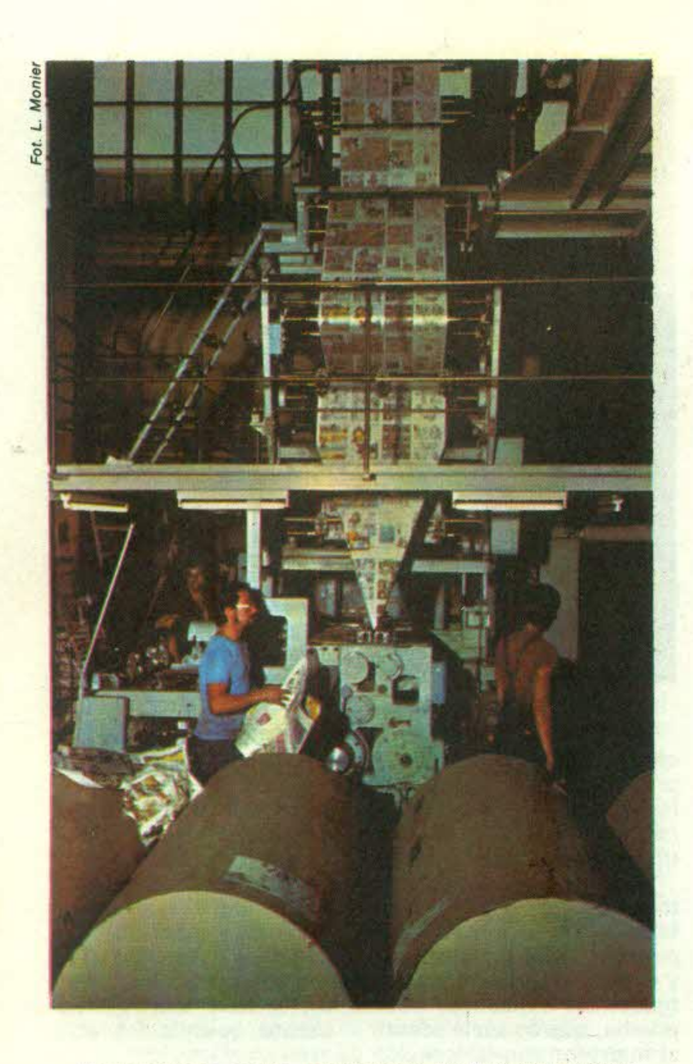
Cada página montada, en la que se han ensamblado todos los elementos (texto, clichés, cuadros, espacios en blanco), se ata con una cuerda para constituir un *paquete*, del que se tira una prueba en la que el corrector y el regente de taller señalan los errores cometidos. Efectuadas las enmiendas necesarias, se hace una segunda prueba, que se suele remitir al cliente, quien la devuelve al impresor con la mención de *tírese*.

La *forma tipográfica* se confecciona agrupando las páginas anteriormente montadas en una mesa o *platina*, con los blancos correspondientes y siguiendo un orden



Fot. Algar

Máquinas para la fotocomposición de textos.



Fot. L. Monier

Impresión en cuatro colores con una rotativa offset.

preestablecido, según que la *imposición* sea en folio, en cuarto, en octavo, etc. De esta manera, la numeración, una vez la hoja impresa y plegada, será correlativa. Este conjunto se afianza interiormente por medio de *cuñas* y se ajusta dentro de un bastidor de hierro, llamado *rama*, quedando así todo preparado para la impresión.

Prensas tipográficas. — Las máquinas de imprimir constan de un molde llamado *platina*, de un sistema de *entintado* y de un órgano de *presión*. Atendiendo a la disposición de este último elemento, pueden ser *planas*, cuando el papel se aplica contra el molde una vez colocado en un bastidor que tiene esta forma, *rotoplanas*, en las que la platina efectúa un movimiento de vaivén en el curso del cual entra en contacto con el papel arrollado a un cilindro, y *rotativas*, si todos los elementos giran continuamente, incluso el molde, constituido por una placa flexible adaptada a un cilindro. Existen numerosos modelos de prensas, como las *minervas*, movidas a pedal, a brazo o por un sistema eléctrico y muy empleadas para pequeños impresos, las de *retiración*, en las que basta una sola pasada para imprimir el anverso y el reverso de la hoja, las de *arrastre de cilindro*, de *doble revolución* y otras menos conocidas.

El *entintado* se efectúa por medio de una serie de *rodillos*, cada uno de los cuales tiene diferentes funciones. Los denominados *tomadores* se impregnan con el líquido contenido en el tintero y los *batidores* o *distribuidores* baten y preparan la tinta para transmitirla a los *dadores*, que están en contacto con la forma tipográfica.

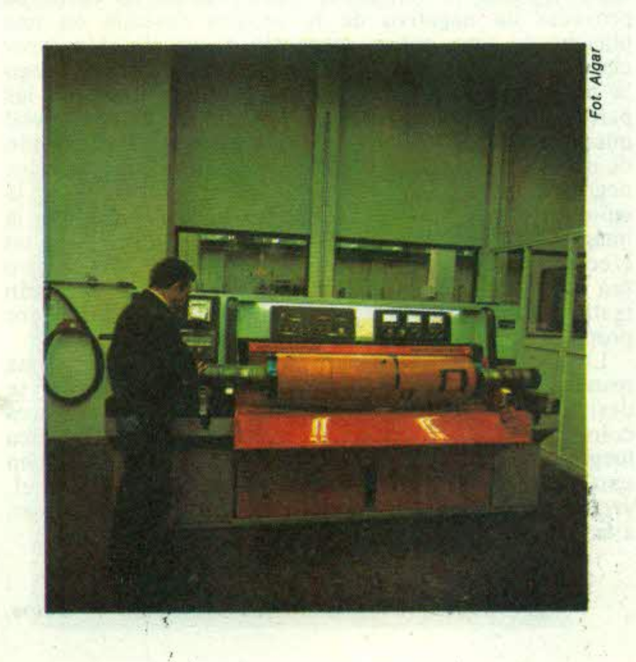
Los pliegos se introducen y sacan de la máquina manualmente, si bien existen prensas dotadas de un *marcador* y de un mecanismo sacapliegos automáticos que hacen innecesaria la intervención humana.

Manipulado. — Los diferentes tipos de impresos, una vez estampados, se someten a una serie de operaciones, manuales o mecanizadas, que les dan la forma y presentación definitivas. Hojas sueltas, carteles, desplegables, calendarios, folletos, libros, etc., requieren un manipulado especial con ayuda de ciertas máquinas, como las prensas de relieve y dorado, troqueles, guillotinas, numeradoras, perforadoras, plegadoras, cosedoras, etc.

Los libros tienen que pasar también por un taller de *encuadernación* que, dada la relativa complejidad del proceso llevado a cabo, es a menudo independiente de la propia imprenta. En él se efectúan el *plegado* de las hojas, el *alzado* o colocación en orden de los cuadernillos, el *cosido* de los mismos, el *refilado* o corte con guillotina de los cantos, el *redondeado* del lomo, la *fijación* de las tapas y el revestimiento de éstas, según la calidad de la edición, con papel, tela o piel.

Huecograbado

El *huecograbado*, procedimiento de impresión que utiliza el grabado en hueco de una plancha metálica, se vale de métodos fotomecánicos, pero, en realidad, no es más que una derivación de la talla hecha a buril. Se efectúa, a veces, en máquinas rotativas especiales, llamándose entonces *rotograbado*, muy empleado para la edición de revistas y periódicos tanto en negro como en color. Este sistema fue inventado por el austriaco Karl KLIETSCH (1841-1926), quien obtuvo en 1875 las primeras planchas preparadas al grano de resina en Viena y, unos veinte años después, las primeras pruebas con planchas tramadas en Lancaster (Gran Bretaña).



Fot. Algar

Plancha de huecograbado montada en su cilindro.


Fot. Lauros

La impresión litográfica se realizó en sus principios con prensas de mano, pero más adelante éstas se sustituyeron por otras mecánicas, muy parecidas a las empleadas en tipografía.

Preparación de las planchas. — Las planchas se graban por un procedimiento químico consistente en cubrirlas con una capa de gelatina fotosensible, sobre la que se impresiona la imagen. Blancos, negros y grises actúan de modo distinto en esta capa, introducida luego en un baño mordiente. El ácido ataca con mayor intensidad las zonas negras de la superficie y, en diferentes gradaciones, los grises. La impresión se efectúa entintando uniformemente la plancha obtenida y pasando después una cuchilla sobre ella para que los huecos queden cargados de tinta. Ésta, al aplicar un papel a presión, estampará una huella, tanto más negra cuanto mayor sea la profundidad de los huecos.

La *insolación* de la plancha en el *huecograbado tramado* se efectúa a través de una retícula, de tal modo que, tras el revelado, aparezca una superficie impresora formada por una gran cantidad de alvéolos del mismo tamaño, pero de diferente profundidad, separados por las líneas de la trama.

Prensas de huecograbado. — Las prensas destinadas al huecograbado pueden ser *rotoplanas* o, sobre todo, *rotativas*. En éstas, los elementos se presentan alineados (rodillos y cilindros de impresión). Las planchas grabadas van adosadas a un cilindro y el papel es comprimido contra el molde por otro rodillo que gira a la misma velocidad. Previamente, se pasa una cuchilla por la superficie de la plancha para que la tinta sólo permanezca en los huecos.

Litografía y offset

La *litografía* es un procedimiento que consiste en reproducir, mediante impresión directa y valiéndose de la mutua repulsión del agua y la grasa, las letras o dibujos trazados con lápiz graso en una piedra caliza de grano muy fino y de superficie pulimentada.

El *offset*, que utiliza el mismo principio básico que la litografía, se diferencia sólo en que la impresión se efectúa a través de un cilindro intermedio de caucho.

Litografía. — El alemán, Alois SENEFELDER (1771-1834) inventó en 1796 la *litografía*, método en el cual se graba la piedra con un lápiz litográfico, mezcla de negro de humo, cera, jabón y sebo, o con una pluma especial de acero que lleva una tinta de composición similar a la anterior, pero más fluida. Tanto la grasa en las partes destinadas a la impresión como el agua en las zonas no dibujadas penetran ligeramente por los poros de la piedra y quedan fijas en ésta. Para facilitar la conservación de la humedad existente se suele pasar por encima de la superficie impresora una esponja impregnada de goma arábiga y de ácido.

En las técnicas litográficas se distinguen los métodos de dibujo directo, los indirectos o *de reporte*, que consisten en realizar lo que debe reproducirse en un primer soporte para trasladarlo luego a la piedra impresora de la prensa, y los fotomecánicos, que permiten la copia fotográfica del original sobre una piedra previamente sensibilizada *(fotolitografía).*

La impresión se efectuaba antes por medio de prensas manuales, utilizadas aún en nuestros días para la reproducción en número muy limitado de grabados artísticos. En la actualidad, las máquinas litográficas, desde el punto de vista de la construcción o del funcionamiento, son similares a las usadas en tipografía (planas y rotoplanas) y la pesada piedra que servía para la impresión se ha sustituido por planchas metálicas de cinc, aluminio o níquel.

Offset. — El *offset* es un procedimiento derivado de la litografía en el que la impresión no se hace de modo directo desde la piedra o plancha, sino pasando previamente por una *mantilla de caucho* que transfiere el motivo entintado al papel. La simplicidad de preparación de las planchas de offset, las facilidades que tiene el montaje para la compaginación posterior y la posibilidad de imprimir color en papel de gran tamaño y de calidad mediana son las principales razones de que esta técnica, en perjuicio de la litografía, haya adquirido gran importancia en el momento presente.

Fot. Larousse



Las prensas de offset tienen un rendimiento elevado.

Las planchas de impresión, fabricadas con cinc, aluminio o varios metales combinados, reciben, generalmente por medios fotomecánicos, el reporte de los dibujos o textos que se han de reproducir. Para conseguir los diferentes colores y tonalidades de los grabados se interponen retículas delante del objetivo fotográfico, de modo similar al utilizado en el fotograbado. Cada color requiere una plancha, y, al superponerse las sucesivas estampaciones, se obtiene una imagen más o menos fiel del original, según el tratamiento fotomecánico, la calidad de las tintas empleadas, la pericia del impresor, etc. Con los tres colores primarios, rojo, amarillo y azul *(tricromía)*, se realizan reproducciones excelentes, pero éstas son aún mejores si se introduce el negro *(cuatricromía)* e incluso algunas tintas más, sobre todo cuando se quiere reflejar la riqueza cromática de los cuadros de los grandes maestros.

La prensa de offset, cuya plancha impresora se adapta a un cilindro rotativo continuo, alcanza rendimientos muy superiores a los de las máquinas litográficas, que funcionan con movimiento alternativo. Unos *rodillos mojadores* humedecen en primer lugar la plancha y ésta, por medio de los *cilindros entintadores*, recibe la tinta. La impresión pasa luego al cilindro cubierto con una mantilla de caucho y de allí, finalmente, al papel. La condición elástica de la mencionada tela de caucho hace posible la utilización de papeles de diversas calidades, sin que sea necesario que éstos presenten una superficie muy lisa (papel offset).

Este procedimiento, explotado a escala industrial a partir de 1904 gracias al norteamericano W. Rubel, se utiliza en la impresión de envases, embalajes, catálogos, carteles, libros de texto, publicaciones ilustradas, sobrecubiertas, etc.

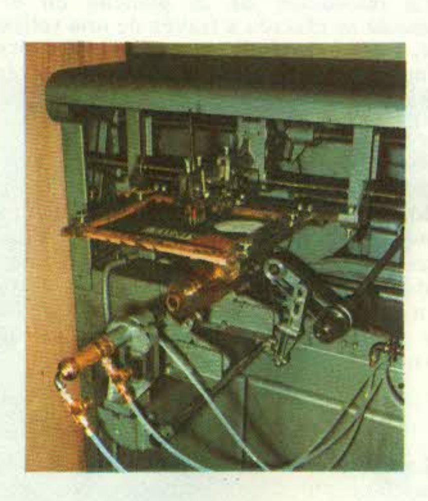
Serigrafía

En la *serigrafía*, procedimiento de impresión que utiliza una pantalla de seda, nylon o tela metalica, montada sobre un bastidor, la trama se prepara de modo manual o recurriendo a técnicas fotográficas. El principio en que se basa este sistema consiste en tapar la parte de la malla que corresponde a los blancos y en dejar libres las zonas que han de estamparse para que la tinta pase a través de ellas.

La pantalla así preparada se aplica sobre el material que se ha de imprimir y, con ayuda de una raedera, se extiende una emulsión de tinta espesa que atraviesa las mallas no cegadas y se deposita en la superficie de aquél. Esta técnica, de gran sencillez, permite reproducir, en uno o en varios colores, cualquier clase de motivos decorativos en papel, metal, madera, porcelana, tejidos, etc. Existen diversos métodos para la preparación de la pantalla, ya sea obturando las mallas con pinceles, fijando tiras ocultadoras, o imprimiendo una capa de gelatina mediante copia fotomecánica. Este procedimiento, cuya técnica es bastante sencilla, se emplea sobre todo para la reproducción de carteles, la decoración de envases y embalajes y en trabajos publicitarios.

Fot. Larousse (2)



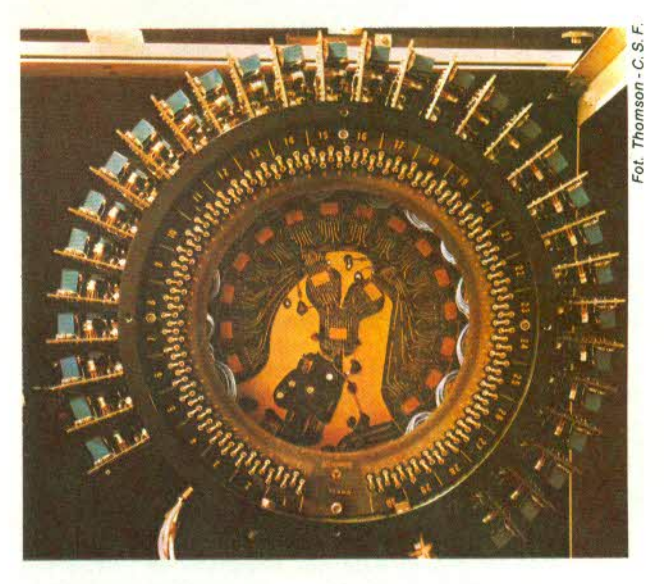


Máquinas semiautomática y automática de serigrafía, prócedimiento de impresión realizado por medio de una pantalla o de un tamiz que permite reproducir, en uno o varios colores, motivos decorativos sobre cualquier clase de material (papel, metal, madera, porcelana, telas, etc.).

Electrónica

Comienzos de la electrónica : Efecto Edison. Triodo. Tubos de gas. Tubos de emisión. — **Televisión :** Procedimiento mecánico. Osciloscopio y tubo de rayos catódicos. Iconoscopio. Orticón y vidicón. Tubo para la emisión en color. Hacia la pantalla plana. — **Ojo electrónico o mágico :** Célula fotoeléctrica. Tubo fotomultiplicador. Microscopio y telescopio electrónicos. Fotoconducción. Fotopilas. — **Electrónica sólida :** Semiconductores. Diodo de unión. Miniaturización. Difusión y epitaxis. Rendimiento de los semiconductores. — **Optoelectrónica :** Lector óptico. Televisión mural.

La *electrónica* es una rama de la Física que estudia los electrones, la emisión y los movimientos de los mismos en el vacío, en gases o en cuerpos sólidos, y, desde otro punto de vista, se aplica también este término a la técnica de fabricación de los dispositivos que utilizan los electrones en estado libre (tubos electrónicos, transistores y semiconductores). La industria nacida de ella tiene gran importancia en los países más avanzados y ha alcanzado un notable desarrollo en nuestros días.



Fot. Thomson - C. S. F.

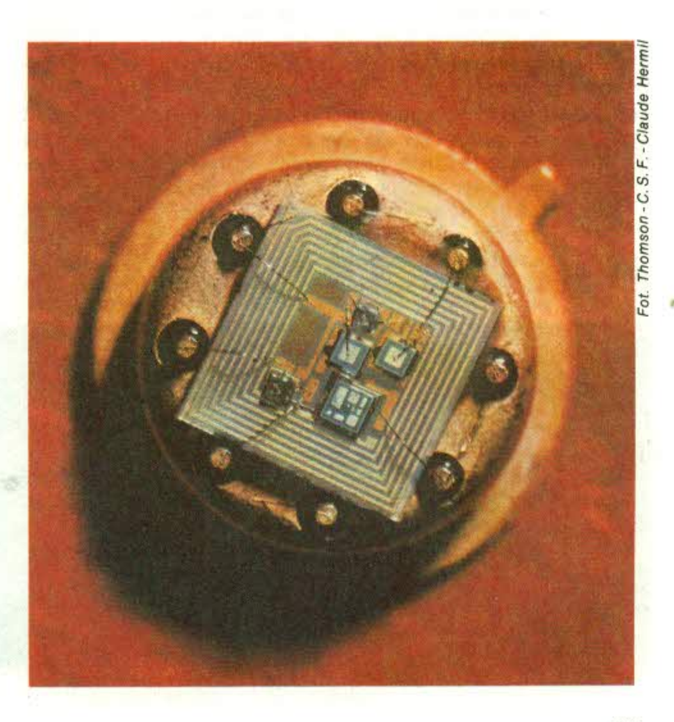
Numerosos electrones circulan por complicadas redes.

Comienzos de la electrónica

Efecto Edison. — La electrónica se inició con el descubrimiento fortuito por el norteamericano Thomas **Edison** (1847-1931) de una luz azulada en el filamento incandescente de la lámpara eléctrica que él había inventado en 1883. El inglés Sir Willian THOMSON, **lord Kelvin** (1824-1907), descubrió, al hacer experimentos con los rayos catódicos, los efectos producidos por partículas con carga eléctrica negativa y dio a estas últimas el nombre de *electrones.* Unos años más tarde, un físico de la misma nacionalidad, Sir Owen **Richardson** (1879-1959), demostró que el *efecto Edison* se debía también a estas partículas, que, a causa del calor y de la diferencia de potencial entre los dos extremos del filamento, se liberaban y atravesaban el vacío de la bombilla.

El ingeniero británico Sir John Ambrose **Fleming** (1849-1945) aplicó el efecto Edison a un tubo para detectar las ondas hertzianas e inventó así el *diodo,* primer tubo electrónico en el que se había hecho el vacío y en cuyo interior existía un *ánodo* (electrodo positivo) y un *cátodo* (electrodo negativo). Este último, al alcanzar el estado de incandescencia, emitía electrones con carga negativa que eran atraídos por el ánodo ; es decir, el diodo actuaba como una válvula que sólo dejaba pasar la corriente en un sentido.

Triodo. — El norteamericano Lee **de Forest** (1873-1961) prosigue las investigaciones de Fleming y crea un tubo más perfecto, el *triodo,* en el que, entre el cátodo y el ánodo, interpone una rejilla metálica. Ésta deja pasar los electrones cuando tiene un potencial nulo, mientras que los repele si se le aplica una tensión negativa y los atrae si posee un potencial positivo, aumentando en este caso el flujo electrónico porque suma su efecto al del ánodo. La más mínima modificación de la tensión de la rejilla provoca, por consiguiente, cambios importantes en este flujo haciendo que el tubo se convierta en amplificador, detector, oscilador y modulador. El triodo constituye la base de la electrónica hasta 1945 y permite el desarrollo de la telefonía sin hilos.



Fot. Thomson - C. S. F. - Claude Hermil

Ampliación fotográfica de un micromódulo en el que se encuentra un oscilador de 100 MHz rodeado de ocho diodos.

Se llevaron a cabo investigaciones entre las dos guerras mundiales para corregir los defectos presentados por esta válvula y se mejoró la técnica de producción de electrones. El cátodo, calentado inicialmente por el paso de una corriente continua proporcionada por voluminosos acumuladores de ácido, se cubrió con óxidos que emitían electrones a una temperatura inferior a la de incandescencia. Dejó asimismo de tener funciones térmicas y el calentamiento, que antes era directo, empezó a ser indirecto, mediante el empleo de otro filamento que podía alimentarse con corriente alterna. Esto permitió prolongar la vida de estas válvulas y desarrollar, gracias a la posibilidad de conexión con la red, la fabricación de los receptores de radio.

Se consiguió también hacer un vacío mayor en el interior de los tubos introduciendo sustancias capaces de neutralizar los gases residuales.

Además, para que no se perturbara el funcionamiento del tubo a ciertas frecuencias a causa de la poca distancia existente entre la rejilla y el ánodo, se colocó entre estos dos elementos una rejilla-pantalla que tenía un potencial inferior al del electrodo positivo. El triodo se convirtió entonces en *tetrodo*.

Por último, para remediar la emisión de electrones secundarios en el ánodo, provocada por el incesante bombardeo de electrones procedentes del cátodo, se puso una tercera rejilla, con el mismo potencial que el electrodo negativo, entre la rejilla-pantalla y el ánodo, obteniéndose así, en 1926, el *pentodo*, que sigue utilizándose con escasas modificaciones.

Tubos de gas. — Los *tubos de gas*, empleados en las grandes instalaciones eléctricas industriales, contienen, a poca presión, gases raros, hidrógeno o vapores de mercurio. Los electrones emitidos por el cátodo chocan con los que están en la capa periférica de los átomos de gas y arrancan algunos de ellos. Éstos provocan, a su vez, la formación de otros y el ánodo recibe, por tanto, un flujo muy intenso. Al mismo tiempo, los átomos que han perdido electrones externos negativos se convierten en iones positivos y se dirigen hacia el cátodo. El *diodo de gas* o *fanotrón* es un tubo de gas muy simple que se utiliza como rectificador de los desplazamientos de los iones y electrones.

El *tiratrón* o *triodo de gas* contiene además una rejilla. Cuando se aplica a ésta una tensión negativa elevada, los electrones son repelidos, la ionización no se produce y no pasa la corriente ; esto no ocurre si se disminuye la tensión negativa y, a partir del momento en que se inicia el proceso, el potencial de la rejilla no ejerce ninguna influencia. El tiratrón se emplea como rectificador y permite controlar asimismo el paso de la corriente.

Estos tubos tienen un cátodo caliente, es decir, el efecto termoelectrónico provoca en ellos la ionización del gas, pero existen también algunos, como el *ignitrón*, con cátodo líquido, en los que éste proporciona el gas ionizado en forma de vapores de mercurio, y otros con cátodo frío, en los cuales la descarga de electrones entre los electrodos se produce y se mantiene a partir de una tensión determinada, por lo que se emplean como estabilizadores.

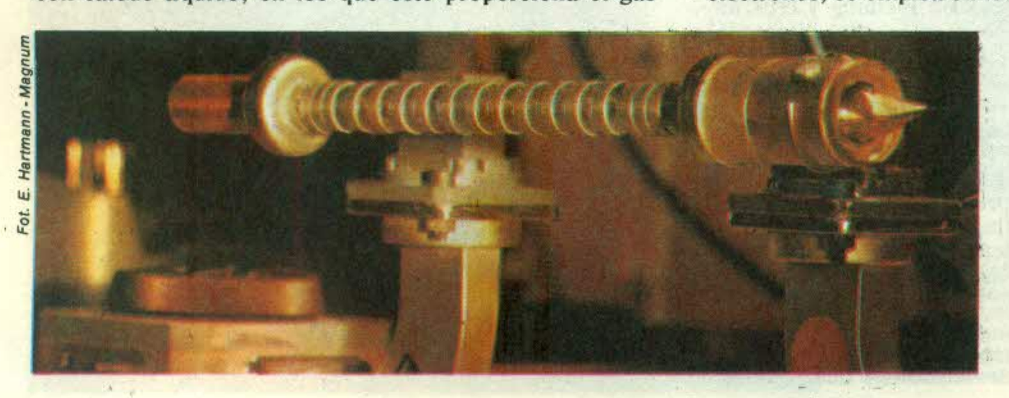
Tubos de emisión. — Los dispositivos descritos son *tubos de recepción* y, cuando se quiere obtener una gran potencia eléctrica, se debe recurrir a otros, denominados *de emisión*, que son también electrónicos, pero con rejillas mayores. Éstos, que se calientan mucho y han de enfriarse por medio de una corriente de aire o de agua, presentan, si se emplean a frecuencias elevadas, grandes inconvenientes a causa de la duración del trayecto entre el cátodo y el ánodo. Es preciso, por consiguiente, utilizar tubos con modulación de la velocidad (magnetrón, klistrón, tubo de ondas progresivas), ya que la corriente anódica depende en este caso de la variación de la velocidad de los electrones individuales y no de la intensidad del haz formado por éstos.

El *magnetrón*, inventado en 1939, consta de un cátodo central, de un ánodo segmentado concéntrico y de un tubo de vacío, provisto de dos electrodos, entre los polos de un electroimán. El campo magnético creado por éste, según sus fluctuaciones, es decir, la modulación de la corriente que lo alimenta, desvía los electrones y hace que éstos no vayan directamente del cátodo al ánodo, sino que describan trayectorias helicoidales más o menos largas. Cada segmento tiene de modo alterno carga positiva y negativa y existe cierto desfase entre aquellos que son contiguos. Este aparato, que funciona en régimen de impulsos, sirve para producir o amplificar corrientes de frecuencia elevada y permite alcanzar potencias muy altas.

El *klistrón* o *clistrón*, tubo de forma alargada, tiene un cátodo caliente y un ánodo anular que, respectivamente, emiten y aceleran los electrones. El haz así producido pasa a una cavidad resonante, donde las partículas se aceleran o se frenan por efecto de la corriente alterna de entrada. Se constituyen de este modo grupos de electrones, unos rápidos y otros lentos, que se dirigen hacia una segunda cavidad, en la que provocan una oscilación semejante a la señal de entrada, pero de mayor amplitud. El klistrón, que puede generar en régimen de impulsos una potencia de varios megavatios, se emplea para emitir ondas cortas o como amplificador de frecuencia.

El *tubo de ondas progresivas* posee un cátodo caliente y un ánodo, entre los cuales se encuentra un hilo metálico en espiral. Al atravesar este último, cualquier señal engendra un campo eléctrico, que da una aceleración más o menos fuerte a los electrones y modifica el tiempo empleado por los mismos en recorrer su trayectoria. Este tubo, que permite dar mayor amplitud a frecuencias diferentes y hace variar la velocidad de los electrones, se emplea en los satélites de comunicaciones.

Fot. E. Hartmann - Magnum



Este tubo de ondas progresivas, destinado a las telecomunicaciones por satélite, permite disponer de gran número de canales.


Fot. R. Violet - Thomson - C. S. F.

Sala de control de una emisora de televisión donde se ven equipos de regulación del sonido y varios monitores.

Televisión

En teoría, la transmisión de imágenes por cable o por ondas radioeléctricas presenta las mismas dificultades que la del sonido. Sólo varía la cantidad de información que, en el caso de la *televisión*, es mucho mayor. El somero estudio que se hará a continuación se limita a tratar el problema de la conversión de imágenes en lenguajes electrónicos, durante la emisión, y en la posterior reconstitución de esas imágenes en la fase de recepción.

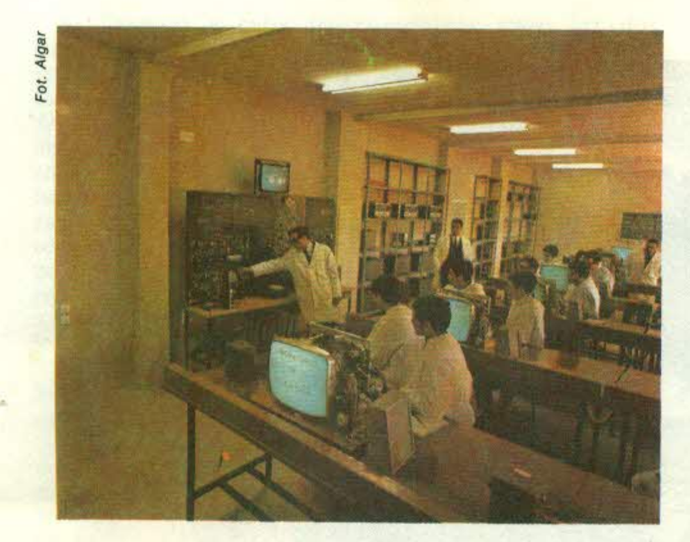
Procedimiento mecánico. — Los primeros descubrimientos, anteriores a la electrónica, se deben al ingeniero alemán Paul **Nipkow** (1860-1940). Éste inventa, en 1884, un dispositivo que permite, a través de un disco rotatorio, perforado de múltiples agujeros dispuestos en forma de espiral, descomponer la imagen en puntos elementales, cuya luminosidad, gracias a una célula fotoeléctrica, se convierte en corriente eléctrica de intensidad más o menos fuerte. La recepción se efectúa mediante otro disco que reconstruye la imagen al girar sincrónicamente con el anterior.

Osciloscopio y tubo de rayos catódicos. — En 1897, el alemán Karl Ferdinand **Braun** (1850-1918) inventa el *osciloscopio* u *oscilógrafo* de rayos catódicos, en el que el haz de electrones da una imagen en una pantalla fluorescente. Este aparato convierte en imágenes visibles las oscilaciones de una magnitud variable.

El *tubo catódico* de un televisor no es más que un osciloscopio adaptado para la reproducción de imágenes. El cátodo caliente está envuelto por un electrodo anular, llamado *cilindro de Wehnelt*, destinado a controlar la intensidad del flujo electrónico del mismo modo que lo hace la rejilla de un triodo. Los electrones atraviesan luego dos ánodos, donde se concentran y se aceleran para que el haz converja en la pantalla, y, después de haber pasado por un campo de desviación, reciben el impulso de un tercer ánodo metálico, situado alrededor de una pantalla cubierta de polvos fluorescentes que tienen la propiedad de restituir la luz blanca.

En un receptor de televisión, el haz electrónico recorre la pantalla en líneas horizontales (625 generalmente en Europa), que se descomponen cada una en puntos elementales. En un 1/25 de segundo, el haz explora 330 000 puntos dando a cada uno de ellos una luminosidad especial y permite obtener, gracias a la ausencia de inercia de los electrones, a la remanencia de los polvos fluorescentes y a la persistencia de las impresiones luminosas en la retina, una imagen perfectamente clara.

Iconoscopio. — Vladimir **Zworykin,** n. en 1889, norteamericano de origen ruso, idea en 1923 un dispositivo, llamado *iconoscopio*, que descompone la imagen en señales electrónicas. Este aparato consiste en un tubo de vacío con una placa de mica en el interior revestida por un lado de una capa de plata conductora de electricidad y por otro cubierta con un mosaico de gotitas del mismo metal, parcialmente oxidadas, que son fotoemisivas y actúan como pequeños condensadores. La imagen que ha de ser televisada se proyecta sobre el mosaico y cada elemento de este último emite electrones en cantidad proporcional a la intensidad luminosa de los puntos correspondientes de la imagen, es decir que, si está en una zona oscura, conserva su carga, pero, si se encuentra bañado por la luz de una parte clara, se descarga, haciéndolo también parcialmente en el caso de un detalle gris. La corriente modulada, producida por las descargas sucesivas, es amplificada y radiada por la estación emisora antes de ser captada por la antena y amplificada otra vez por el aparato receptor en el cual actúa en sentido inverso, generando puntos más o menos luminosos en forma de líneas que reconstituyen la imagen que se ha de transmitir.



Fot. Algar

Clase de electrónica en un centro de estudios técnicos.

Hacia la pantalla plana. — La disminución de la profundidad, conseguida acortando la distancia entre el cañón de electrones y la pantalla, constituye un adelanto en los tubos de televisión, pero esto lleva consigo un aumento del ángulo de máxima desviación del haz de electrones. La forma cada día más plana de la pantalla del televisor crea una serie de problemas debido a que la distancia recorrida por los electrones no es la misma, según lleguen al centro o a los bordes. Estas dificultades se hallan actualmente superadas y no impiden conseguir imágenes sin distorsión apreciable.

Orticón y vidicón. — A causa de la poca sensibilidad del iconoscopio, que no permitía tomar vistas exteriores sin una iluminación adecuada, aparecieron antes de la Segunda Guerra mundial otros tubos analizadores más perfectos, como el *orticón,* inventado también por Zworykin, cuya sensibilidad se incrementa con un fotomultiplicador o multiplicador de electrones.

El *vidicón,* de sensibilidad aún mayor y dimensiones más pequeñas, recibe, a través de una placa metálica semitransparente, una imagen sobre una pantalla de material fotoconductor. En ésta, cada uno de los puntos, según la intensidad de la luz que le llega, se vuelve más o menos conductor, mientras que unos electrones recorren la otra cara de la pantalla y la atraviesan hasta la placa semitransparente únicamente si dan en un punto iluminado por el lado opuesto. La intensidad de la corriente que sale depende, por tanto, de la luz recibida por cada uno de los puntos.

El vidicón, muy empleado en cámaras portátiles de televisión, permitió obtener las primeras imágenes de la Luna (1964) desde la sonda *Ranger VII.*

Tubo para la emisión en color. — Para analizar y reconstruir una imagen en sus colores propios, es necesario descomponer cada uno de sus puntos en los tres colores primarios y analizar la luminosidad que tiene en ellos. Esto se realiza en la toma de vistas por medio de filtros que conducen a tres tubos diferentes analizadores de la imagen. Se obtienen así tres señales video que se transmiten de diversas maneras, según los sistemas de televisión empleados. Éstos pueden ser N. T. S. C. (norteamericano), P. A. L. (alemán) y S. E. C. A. M. (francés).

Cualquiera que sea el método adoptado, la reconstrucción de la imagen en la pantalla es idéntica. Se utiliza un tubo que lleva tres cañones electrónicos, uno por cada color primario, y una pantalla constituida por un mosaico de puntos fluorescentes repartidos en grupos de tres que emiten respectivamente los colores azul, rojo y verde. Entre los cañones y la pantalla va intercalada una rejilla con numerosos agujeros dispuestos de tal modo que los tres haces de electrones sólo converjan en los puntos de color que les corresponden. En realidad, en la pantalla aparecen tres imágenes monocromáticas separadas, pero, a causa de la proximidad de sus puntos, el espectador percibe una imagen policroma única.

Ojo electrónico o mágico

Como se ha visto con los tubos analizadores de imágenes, la luz puede ejercer una influencia en ciertas sustancias. Gracias a este efecto, el hombre ha ampliado su campo de observación y puede emplear rayos (X, infrarrojos) que él mismo no es capaz de percibir con sus propios ojos.

Célula fotoeléctrica. — Algunas sustancias producen una emisión termoelectrónica cuando se calientan, pero otras (cesio, magnesio, litio, etc.) liberan, cuando reciben luz, electrones periféricos, es decir, fotones, por lo que se califican de *fotoemisoras.*

La *célula fotoeléctrica,* que puede compararse a un diodo, consiste en un tubo de vacío con un ánodo de potencial positivo y un cátodo fotoemisor de potencial negativo. Este último, si se ilumina, envía un flujo de electrones proporcional a la luz recibida. La sensibilidad de estas células aumenta al introducir en ellas pequeñas cantidades de gases raros.

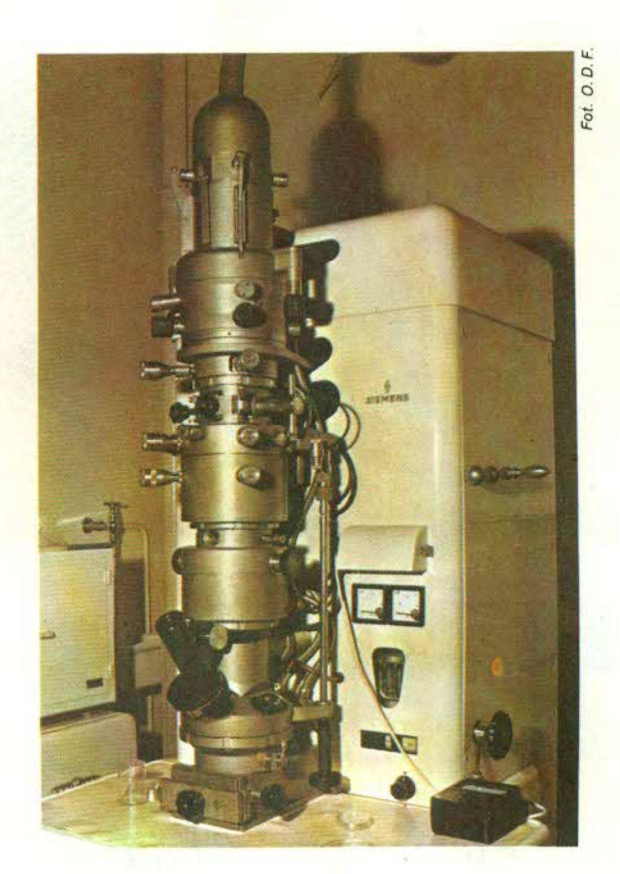
Tubo fotomultiplicador. — El *tubo fotomultiplicador* o *multiplicador de electrones,* destinado a aumentar la fotoemisividad, es un dispositivo con dos series de electrodos *(dinodos),* cada uno de los cuales está situado frente a un hueco de la otra fila y posee un potencial mayor que el precedente. El primero, llamado *fotocátodo,* emite, bajo el efecto de la luz, electrones. Éstos inciden en el dinodo situado en la serie de enfrente y liberan otros electrones secundarios que, a su vez, hacen lo mismo en el dinodo siguiente de la primera fila. Por cada



Fot. Larousse

Antena de recepción de televisión con dos reflectores.

Uno de los numerosos modelos de microscopio electrónico.



electrón liberado por el fotocátodo se obtiene, con 14 dinodos, un flujo de un centenar de millones de electrones.

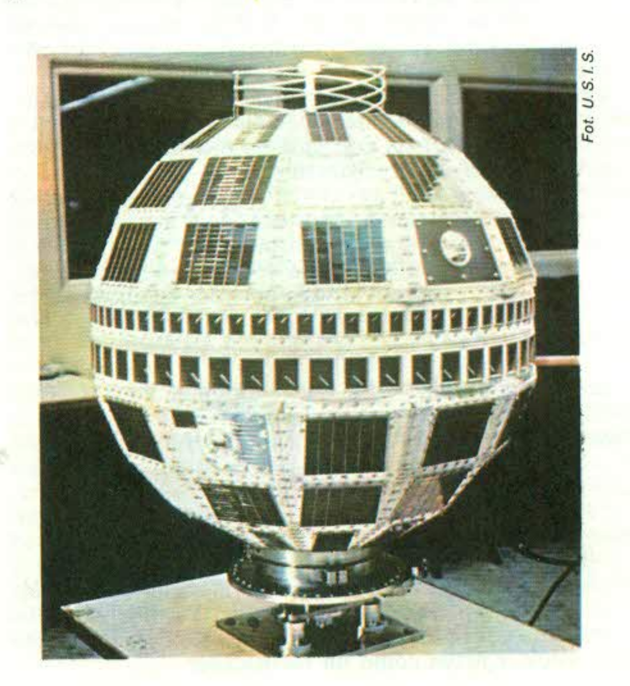
Este tubo permite detectar fuentes luminosas muy tenues en astronomía y se convierte en *contador de centelleo* si se combina con un cristal que emite fotones al ser atravesado por una radiación.

Microscopio y telescopio electrónicos. — Tanto el electrón como el fotón tienen propiedades muy semejantes, al ser partículas asociadas a una onda electromagnética, y, puesto que un objeto se ve gracias a los fotones que envía, también se podrá examinar bombardeándolo con electrones. Cabe recordar que el campo de observación del hombre, limitado por el fenómeno de difracción a causa de la gran longitud de onda de la luz visible, impide distinguir dos puntos separados por menos de cuatro diezmilésimas de milímetro. Los rayos ultravioleta permiten obtener aumentos del orden de 1 500 veces por tener menor longitud de onda, y el *microscopio electrónico*, al ser ésta aún más corta, proporcionará ampliaciones superiores. El empleo de electrones ha obligado a idear sistemas ópticos a base de campos magnéticos o eléctricos que desvían el haz, lo hacen atravesar el objeto que se quiere examinar y lo dirigen a una pantalla fluorescente donde se forma la imagen. Este tipo de microscopio tiene múltiples aplicaciones que van desde el estudio de los virus hasta el de la estructura de las aleaciones metálicas.

El *telescopio electrónico*, inventado por el francés André **Lallemand**, n. en 1904, es un dispositivo que se acopla a un telescopio normal para multiplicar la sensibilidad de este último. La imagen de la fuente luminosa se forma en un fotocátodo, donde se produce una emisión de electrones, los cuales, amplificados y guiados por campos magnéticos y eléctricos, llegan a una placa fotográfica especial.

Fotoconducción. — No han de confundirse, por basarse en principios diferentes, el fenómeno de la fotoemisividad y el de la *fotoconducción*. Los fotones que inciden sobre una pantalla fotoconductora no arrancan electrones, sino que los liberan de las órbitas periféricas, y éstos pueden, por tanto, desplazarse bajo la acción de un campo eléctrico. Los materiales capaces de sufrir esta transformación se llaman *semiconductores*. Las células fotoconductoras, por la sensibilidad y el pequeño tamaño que tienen, sustituyen a las fotoemisoras en muchas aplicaciones, por lo que ambas reciben a menudo el nombre general de *células fotoeléctricas*. Las de sulfuro de cadmio, por ejemplo, son fotoconductoras y se utilizan frecuentemente en fotografía. Algunas sustancias, sensibles a los rayos infrarrojos, se emplean en los dispositivos militares de alerta, en los proyectiles teledirigidos y en los radiómetros de los satélites meteorológicos.

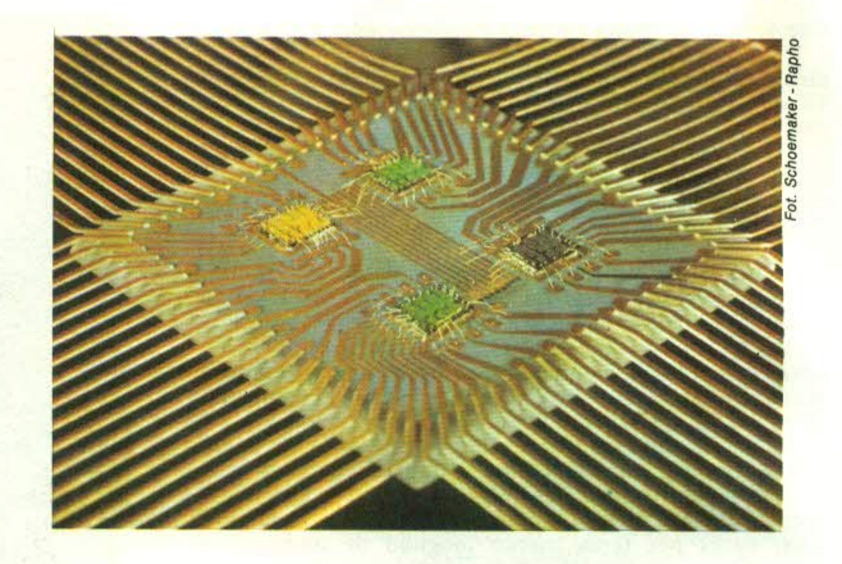
Fotopilas. — Las *fotopilas* o *células fotovoltaicas*, dispositivos que convierten la luz en energía eléctrica, funcionan, de modo semejante a las células fotoconductoras, por medio de semiconductores. Se componen de dos electrodos separados por una placa semiconductora, uno de cobre oxidado y otro constituido por una capa muy fina y transparente de oro o de platino. Al ser iluminadas, producen una fuerza electromotriz sin requerir tensión auxiliar. Un modelo corrientemente empleado es la *pila solar*, que consta de placas de silicio cubiertas por una capa delgada de impurezas. Las fotopilas no se desgastan, no dejan residuo alguno y están exentas de todo riesgo de explosión o averías. Alimentan en energía eléctrica los aparatos contenidos en ciertos satélites artificiales o vehículos espaciales y tienen la ventaja de que el costo de su utilización es casi nulo.



El « Telstar », como todos los satélites artificiales, contaba con una fotopila para generar la energía eléctrica.



Fot. Thomson - C.S.F.



Fot. Schoemaker - Rapho

Pequeña placa de silicio que contiene cuatro circuitos impresos e integrados con sus diferentes conexiones.

Distintos elementos electrónicos (resistencias, condensadores, diodos y transistores) pertenecientes a un circuito impreso.

Electrónica sólida

El primer dispositivo electrónico « sólido », es decir, sin tubos, es el antiguo receptor de radio con detector de galena, cuya importancia decreció con el descubrimiento de la lámpara triodo.

Semiconductores. — No se conocieron exactamente las propiedades de los *semiconductores* hasta 1948, año en que se inventó el *transistor.* El denominado *de puntas* se debe a los norteamericanos John BARDEEN, n. en 1908, y Walter BRATTAIN, n. en 1902, y el llamado *de unión* a Willian SHOCKLEY, n. en 1910, quienes, por sus descubrimientos, fueron galardonados con el premio Nóbel de Física en 1956.

Un semiconductor, cuerpo cuya conductibilidad eléctrica se sitúa entre la de los conductores y la de los aislantes, es un cristal con átomos ordenados de forma regular y ligados estrechamente entre sí por los electrones periféricos. Este cristal sería así un aislante perfecto si no existieran impurezas que modificasen su estructura y provocaran una disminución de la resistencia eléctrica, dada la existencia de electrones sobrantes. Si éstos tienen carga negativa o positiva, se dice que los semiconductores pertenecen respectivamente al tipo N o al tipo P.

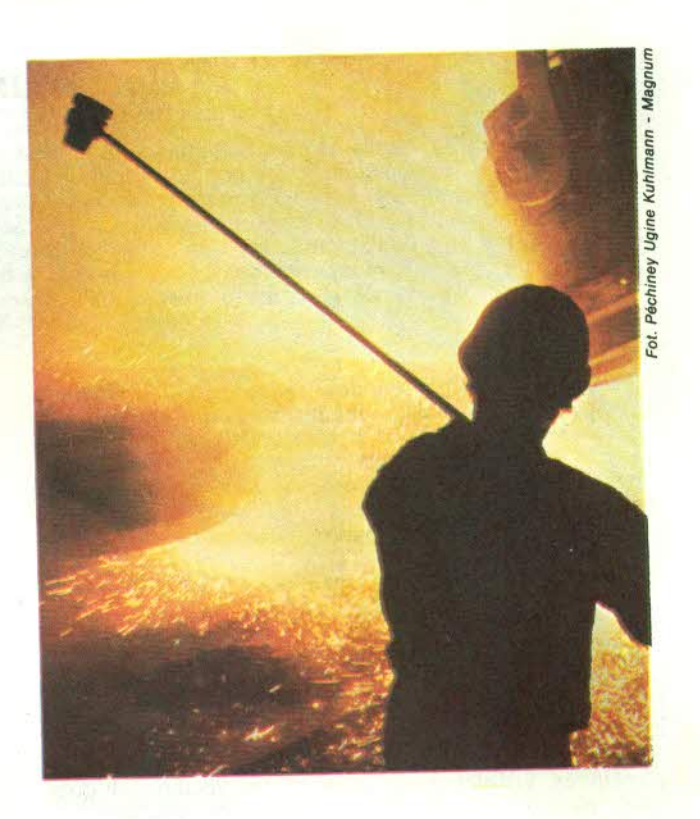
Diodo de unión. — Al poner en contacto dos semiconductores N y P, pueden ocurrir diferentes fenómenos cuando se les aplica una corriente continua. Si la zona N se encuentra conectada con el polo negativo y la P con el positivo, las cargas de ambas atraviesan la unión de las dos zonas para dirigirse al polo opuesto, estableciéndose así la corriente. Cuando las conexiones se hacen de modo contrario, las cargas son atraídas hacia los polos de cada una de las zonas y la unión cumple las funciones de un aislante. El montaje, finalmente, si es alimentado por una corriente alterna, sólo deja pasar una alternancia y actúa como un rectificador.

En los diodos de punta, una corriente intensa, al entrar en contacto con una punta de germanio, provoca una inversión local del semiconductor, y en el cristal de tipo N aparece una pequeña zona de germanio de tipo P. Las dos uniones sucesivas de sentido opuesto P-N-P (o N-P-N) forman un transistor en el que el cristal del tipo N constituye la base sobre la cual se apoyan dos puntas con funciones de *emisor* y *colector.* Si no se aplica ninguna señal al emisor, el conjunto compuesto por el cristal y el colector desempeña el papel de un diodo y la corriente, al tener el colector un potencial negativo, no se establece. En cambio, cuando se aplica una señal positiva al emisor, la corriente llega al colector ; en este caso la menor variación del emisor se traduce por una variación mucho más importante en el colector, ya que la señal se amplifica y el montaje funciona como un triodo.

W. Shockley obtuvo los mismos resultados con un transistor de unión en el que el semiconductor del tipo P se encuentra rodeado por dos zonas de tipo N o una de éstas por dos del tipo P.

Miniaturización. — El transistor adquiere pronto mayor importancia que el tubo electrónico, debido a su pequeño tamaño, gasto reducido, larga duración y fiabilidad o seguridad de funcionamiento. La tecnología de los semiconductores experimenta un gran desarrollo en telecomunicaciones, computadoras, investigación espacial y actividades de interés militar (radar, proyectiles teledirigidos, armas nucleares). Después de haber empezado con un montaje clásico, se emplean los *circuitos impresos* y luego los *módulos* y *micromódulos* de dimensiones normalizadas y componentes agrupados. Actualmente se fabrican los denominados *circuitos integrados* (monolíticos o híbridos), en los que todos los elementos (diodos, transistores, etc.) se reducen a capas superpuestas de silicio con más o menos impurezas. Sus componentes tienen una densidad del orden del millar por milímetro cuadrado y han de manipularse, por su tamaño muy pequeño, con ayuda de un microscopio.

Preparación, en una fábrica española, del silicio, metaloide utilizado para realizar dispositivos electrónicos.


Fot. Péchiney Ugine Kuhlmann - Magnum

Difusión y epitaxis. — La fabricación de circuitos integrados obliga a emplear técnicas totalmente nuevas, como la difusión y la epitaxis, que permiten intervenir a nivel del átomo.

En la *difusión* se pone la superficie de silicio en presencia de impurezas en forma de vapor y, según la temperatura a la que se haya calentado este metaloide y el tiempo durante el cual esté expuesto al calor, se controla con gran precisión la penetración de tales impurezas. En la *epitaxis* se trata la superficie de un semiconductor (silicio) con vapor de otro semiconductor impurificado, que se condensa y deposita por la diferencia de temperatura existente entre ambas sustancias.

Para realizar un circuito integrado completo, la placa, previamente oxidada, se cubre con un barniz sensible a los rayos ultravioleta, sobre el cual se proyecta el esquema del circuito. Se elimina entonces la capa de barniz de las partes no expuestas, mediante lavado con tricloro, y el dióxido de aluminio que queda al descubierto es atacado por ácido fluorhídrico para dejar aparecer el silicio. Sobre esta superficie se deposita, por difusión o epitaxis, una capa de silicio con impurezas. Todas las operaciones mencionadas se repiten para cada una de las capas que forman la placa y se realizan simultáneamente en esta última varios centenares de circuitos.

Rendimiento de los semiconductores. — Los transistores, cuya evolución no hubiera podido producirse sin un progreso paralelo de los propios componentes, tienen un consumo de energía muy inferior al de los tubos electrónicos. Esto y el uso generalizado de silicio han resuelto los problemas de resistencia a la temperatura que limitaban el empleo de los semiconductores, y los transistores funcionan actualmente a frecuencias elevadas. El rendimiento mejora con dispositivos recientes, como el *diodo túnel*, que contiene un semiconductor con gran cantidad de impurezas, o el *transistor de efecto de campo*. Los semiconductores son mucho más onerosos, a causa de los dispositivos de interconexión entre las placas de los circuitos integrados, que los mismos circuitos, realizados en grandes series.

Optoelectrónica

Las relaciones existentes entre la electrónica y la luz no se limitan al ojo electrónico y han dado lugar, por su importancia, al nacimiento de una especialidad denominada *optoelectrónica*, técnica cuyo fin no es otro que la supresión de múltiples conexiones y cables entre las placas de los circuitos, mediante la agrupación de éstos en subconjuntos, que forman, a su vez, conjuntos. Un haz luminoso puede transmitir, con mayor fluidez y menos gasto, más informaciones que un cable eléctrico. Se han creado dispositivos con semiconductores, capaces de emitir o detectar luz. Para el primer caso existen los diodos electroluminiscentes y para el segundo los fotodiodos y fototransistores de diferentes tipos.

Lector óptico. — El *lector óptico* utiliza estos nuevos semiconductores para descifrar *tarjetas perforadas*. Si varios centenares de detectores, asociados a una memoria, se unen, pueden reconocer las letras del alfabeto y no es aventurado prever que en un futuro los ordenadores tengan lectores ópticos capaces de comprender textos manuscritos. Los nuevos circuitos de semiconductores están dispuestos en líneas sucesivas de elementos fotosensibles integrados y cargados eléctricamente según la luz que reciban. Cuando se aplica una tensión a los extremos de una de estas líneas, las cargas van de un elemento a otro y entran en un circuito que las contabiliza. La operación se repite hasta terminar completamente la lectura.

Televisión mural. — La electrónica sólida, que ha quitado importancia en la actualidad al tubo catódico, permitirá la aparición de paneles luminosos de grandes dimensiones y en colores, en los que se podrán representar de forma instantánea cifras, letras, símbolos, etc.

Los *cristales líquidos*, uno de los descubrimientos más importantes de la optoelectrónica, están compuestos de moléculas que pueden desplazarse en capas superpuestas por efecto de un campo eléctrico tal como lo hacen las de un líquido. Si se iluminan con luz polarizada, permanecen opacos o dejan pasar una luz gris, amarilla, roja o verde, según sea la tensión que se les aplique. Adoptan a veces forma de mosaico, con un entramado de electrodos verticales y horizontales constituidos por una película conductora muy fina, y basta, para que cada punto del mosaico adquiera el color deseado, con que la suma de las tensiones horizontal y vertical que le son dirigidas corresponda al nivel de tensión requerido. No se emplean todavía tanto como los diodos electroluminiscentes, aunque estos últimos sólo ofrecen una gama muy limitada de colores.

La *electroluminiscencia*, basada en un principio diferente, también permitirá la realización de paneles luminosos. Ciertos fósforos, situados entre las láminas de un condensador en estado pulverulento, se vuelven luminiscentes por la acción de un campo eléctrico alterno. Este procedimiento, que no es muy gravoso, podría generalizarse para la construcción de receptores de televisión.

Telecomunicaciones

Telegrafía : Telégrafo Morse. Sistemas automáticos. — **Telefonía :** El teléfono de Graham Bell. Servicio telefónico. Transmisión de las comunicaciones. Centrales telefónicas. — **Radiocomunicación :** Telegrafía y telefonía sin hilos. Propagación de las ondas. Longitudes de onda. — **Radar :** Guías de ondas. Barrido electrónico y radar O. T. H. Utilización del radar. Sonar. — **Telecomunicaciones por satélite :** Modulación de amplitud y modulación de frecuencia. Repetidores y televisión por cable. Los satélites de telecomunicaciones. Organización internacional. — **Rayos laser y telecomunicaciones del futuro :** Capacidad de las ondas luminosas. Teoría de la emisión estimulada. Maser y laser. Tipos de laser. Los satélites-laser y las telecomunicaciones. Televisión en relieve.

El hombre siempre ha deseado transmitir señales a distancia, como atestiguan las hogueras que de monte en monte comunicaron a los habitantes de Argos la caída de Troya o las numerosas atalayas o torres de vigía, muchas de las cuales se conservan todavía, que jalonaban las costas mediterráneas y cuya misión era la de señalar la proximidad de barcos enemigos.

Telegrafía

Para comunicar mensajes más complejos hay que esperar la aparición del telégrafo aéreo del francés Claude **Chappe** (1763-1805), que consta de una línea consistente en una serie de elevados postes, provistos en sus extremos superiores de dos brazos móviles y cuyas posiciones, visibles desde otros postes vecinos, se combinan para representar todas las letras del alfabeto.

Telégrafo Morse. — El *telégrafo eléctrico*, gracias a los progresos de la electricidad y al invento de la pila y del electroimán, aparece a principios del siglo XIX. Los británicos son los que más lo emplean en esa época, pero el sistema que acaba imponiéndose es el inventado por el norteamericano Samuel **Morse** (1791-1872), consistente en una aplicación muy sencilla de los electroimanes. En éste, el manipulador del aparato emisor envía un impulso eléctrico breve *(punto)* o largo *(raya)*, que la palanca de un electroimán, situado en el receptor, traduce por signos sonoros o por una sucesión de rayas y puntos marcados en una tira de papel. Todos los países adoptan este telégrafo por la posibilidad de entrar en contacto a cualquier hora sin tener en cuenta las condiciones atmosféricas, por la sencillez de la instalación y por la longitud de las líneas, prácticamente ilimitada. Se empieza a hacer uso de él muy pronto después de su invento para la difusión de las noticias, la información bursátil y la transmisión de mensajes personales.

Se establece por primera vez la comunicación telegráfica entre Inglaterra y Francia en 1850 y, gracias al tendido de un cable submarino, entre Inglaterra y los Estados Unidos en 1865.

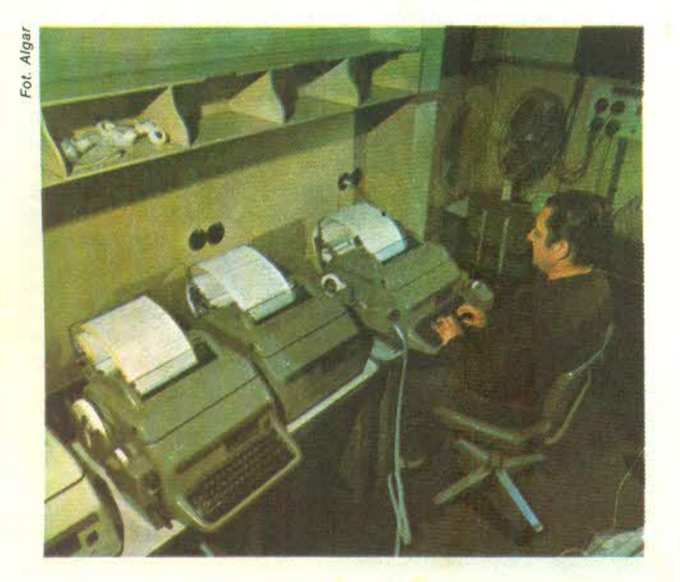
Sistemas automáticos. — La *transmisión automática*, utilizada poco tiempo después, permite mejorar la capacidad de las líneas existentes. El mensaje, copiado por medio de una máquina de escribir, que transforma directamente los movimientos de las teclas en señales telegráficas, es reconstituido por otra situada en el punto de recepción. Los aparatos empleados reciben el nombre de *teletipos* o *teleimpresores*.

El *telex* es un servicio telegráfico con conexión directa entre los abonados por medio de teletipos que transmiten las señales por las corrientes portadoras de las líneas telefónicas. Gracias a este sistema, el texto, al pulsar el teclado en la estación emisora, se imprime en el teletipo del receptor, y el destinatario puede responder en seguida del mismo modo. Cada abonado tiene una dirección telegráfica que permite su inmediata localización.

Desde el invento de la *telautografía* y la *fototelegrafía*, a principios del siglo XX, la telegrafía no se limita ya a transmitir mensajes. El *telautógrafo* consiste esencialmente en una punta de zafiro que recorre un texto manuscrito redactado con una tinta especial para que la escritura aparezca en relieve y para que el aparato transmita una señal Morse cada vez que esta punta tropieza con una parte entintada. La fototelegrafía se basa en el uso de una célula fotoeléctrica que explora la fotografía que ha de transmitir punto por punto, a cada uno de los cuales corresponde una señal telegráfica que define su luminosidad. En ambos casos, el documento lo reconstituye un foco luminoso, que recorre un papel fotográfico y lo impresiona en los lugares adecuados, dando lo que se llama un *belinograma*, nombre derivado del apellido de Edouard **Belin** (1876-1963), físico francés que fue el inventor del sistema.

Al aparecer la *transmisión inalámbrica*, la telegrafía con cable pierde carácter universal, pero sigue existiendo, junto al teléfono, otro sistema que también se vale de hilos. Cuando una central no dispone de teletipo, el *telegrama* hace el final de su recorrido por vía telefónica. El teléfono se ha beneficiado de los progresos de los cables telegráficos, sobre todo de la técnica de los repetidores, actualmente incorporados a ellos. Estos amplificadores permiten paliar la disminución de la intensidad del sonido de las señales telefónicas que han de llegar a lugares apartados por miles de kilómetros.

Fot. Algar



Transmisión telegráfica efectuada por teletipos.

Telefonía

El teléfono de Graham Bell. — En 1876, el norteamericano, de origen británico, Alexander Graham **Bell** (1847-1922) inventa el teléfono, acontecimiento que suscita una oleada de incredulidad, a pesar de ser un gran adelanto en materia de electricidad. Las vibraciones sonoras, según esta nueva técnica, se transforman en señales eléctricas por medio de una membrana metálica unida al núcleo de un electroimán, que está conectado con una batería y con un receptor. Las ondas sonoras producen vibraciones en la membrana y engendran así variaciones en el campo magnético del imán. Éstas originan a su vez perturbaciones en el circuito, de forma que el electroimán y la membrana del receptor reconstituyen las vibraciones de origen. El principio del teléfono sigue siendo el mismo, pero en la actualidad el auricular y el micrófono están separados.

Servicio telefónico. — No existe ninguna dificultad desde el punto de vista técnico cuando el teléfono consta de un circuito único, pero no ocurre lo mismo si el número de abonados es muy elevado y cada uno de ellos ha de poder entrar en comunicación con cualquier otro. La red telefónica es comparable a una red de carreteras y requiere, por tanto, que en cada bifurcación haya una central para dirigir las llamadas a su zona respectiva. Cada abonado se identifica mediante un número, más o menos largo según la población, al cual se debe añadir un *código* o *indicativo* regional y otro nacional para las conferencias interurbanas e internacionales.

El incremento de las llamadas ha hecho necesario el empleo de la técnica *multiplex*, para transmitir simultáneamente varias comunicaciones por la misma línea.

Transmisión de las comunicaciones. — Las vibraciones sonoras, en vez de transformarse directamente en oscilaciones eléctricas de igual frecuencia, pueden transmitirse a través de una corriente portadora de frecuencia más elevada. Este método permite atribuir a cada comunicación una frecuencia diferente haciendo que las corrientes, sin mezclarse, circulen de modo simultáneo por una misma línea y que se separen sólo en la recepción mediante filtros sintonizados.

El oído humano percibe sonidos entre los 20 y los 20 000 Hz, pero en telefonía es suficiente disponer de las frecuencias comprendidas entre 200 y 4 000 Hz. La línea podrá, por consiguiente, servir para tantas comunicaciones como bandas de 4 000 Hz contenga.



Fot. Algar



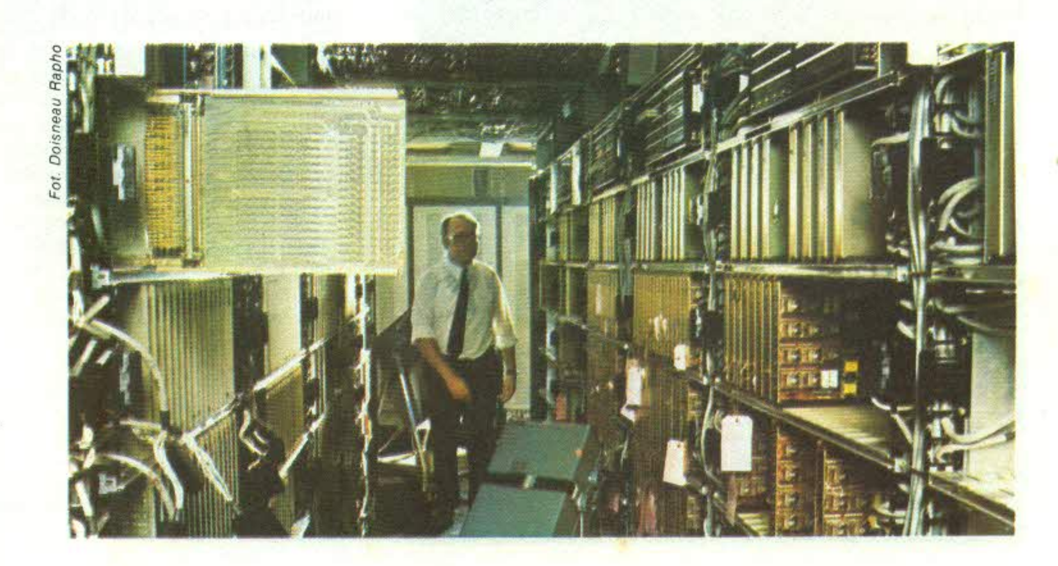
Fot. Rekos

Cabinas telefónicas en Madrid y Buenos Aires.

El *cable coaxial*, mucho más útil que el normal de dos hilos, en el cual se producen perturbaciones cuando aumenta la frecuencia, consta de un hilo central conductor rodeado de otro concéntrico. Con él se puede alcanzar una amplitud de 12 MHz, es decir 12 millones de Hz, haciendo posible la transmisión simultánea de numerosas comunicaciones telefónicas.

Los *haces* o *cables hertzianos* tienen capacidades similares a las de los coaxiales, pero no requieren obras de instalación tan largas y costosas. Las antenas, comparables a reflectores de radar, emiten un haz de ondas cortas que se propaga siempre en línea recta hacia la estación receptora. Esto obliga, cuando la distancia es muy grande o el recorrido accidentado, a emplear repetidores. Las *guías de ondas* y los *rayos laser*, que seguramente se utilizarán mucho en el futuro, se estudiarán más adelante.

Las *corrientes portadoras* permiten aprovechar al máximo los cables telefónicos, no sólo en el espacio,



Fot. Doisneau Rapho

El funcionamiento de la central conmutadora electrónica se basa en el empleo de una serie de circuitos integrados.

sino también en el tiempo, dividiendo entre varios usuarios, mediante el procedimiento de la *modulación por impulsos codificados,* la vía tomada por una comunicación. En la transmisión clásica, un fenómeno sonoro se convierte en otro eléctrico análogo, pero se puede elegir una correspondencia diferente, por ejemplo un código numérico como el *sistema binario.* El fenómeno sonoro se mide a intervalos muy próximos (unas 8000 veces por segundo) y esta misma medida es la que se transmite.

Cualquier muestra sonora codificada así se parece a un candado con combinaciones de ocho discos, cada uno de los cuales sólo puede adoptar dos posiciones diferentes que corresponden a la presencia o a la ausencia de un impulso eléctrico. De este modo, en una secuencia de ocho impulsos existen exactamente 256 combinaciones, o dicho de otro modo, una gama del mismo número de valores sonoros distintos.

Este sistema por impulsos codificados es prácticamente insensible a todo tipo de perturbaciones, ya que, aunque la conexión no sea buena, cada impulso sólo puede traducirse por un « sí » o por un « no », y permite el transporte en común de la información, debido a que cada secuencia de 8 impulsos supone sólo 4 microsegundos, quedando, por tanto, 121 microsegundos para otras comunicaciones. La separación de éstas se efectúa en la recepción, extrayendo o reuniendo las secuencias con el mismo número de orden; así todas las que tengan 25 impulsos, por ejemplo, corresponden a la comunicación 25.

Esta técnica, aplicada a la televisión por satélite, permite duplicar la capacidad de transmisión existente y presenta además la ventaja de emplear un lenguaje compatible con el de las computadoras.

Centrales telefónicas. — Las *centrales telefónicas* están destinadas a evitar las obstrucciones en las intersecciones de las líneas y deben disponer, con objeto de distribuir las comunicaciones, de un sistema de conexiones, manual o automático, entre las líneas.

Muchas centrales están provistas aún de *selectores rotatorios,* dispositivos muy antiguos que seleccionan las líneas destinatarias mediante una serie de ruedas con contactos mútiples. Éstos suelen sustituirse actualmente por *selectores crossbar,* que establecen las conexiones mediante contactos en circuitos de tiras metálicas y poseen reflejos más rápidos, pero presentan, sin embargo, la desventaja de ser sistemas electromecánicos voluminosos que desprenden calor y cuyos elementos se desgastan en un espacio de tiempo bastante corto. Existe también, en estado de proyecto, un sistema de selección desprovisto de contactos materiales y consistente en la unión de semiconductores que se abren y se cierran por procedimientos electrónicos al paso de la corriente.

Radiocomunicación

Telegrafía y telefonía sin hilos. — Las telecomunicaciones no se hubieran desarrollado tanto sin el descubrimiento de las ondas hertzianas (1888) por el alemán Heinrich **Hertz** (1857-1894). Las transmisiones realizadas por este físico tuvieron siempre carácter experimental y sólo empezaron a utilizarse con fines prácticos, a partir de 1895, en Rusia, Inglaterra e Italia. El italiano Guglielmo **Marconi** (1874-1937), principal precursor de la telegrafía sin hilos o radiotelegrafía, establece en 1901 la primera comunicación transatlántica entre Cornualles (Gran Bretaña) y la isla de Terranova (Canadá), a pesar de lo afirmado por los teóricos que sostenían que las ondas hertzianas, de modo semejante a las luminosas, sólo se propagaban en línea recta y a poca distancia.

Propagación de las ondas. — Los físicos desconocían, a principios del siglo XX, la existencia de la *ionosfera,* que ejerce una gran influencia en la propagación de las ondas electromagnéticas. Situada en la alta atmósfera, esta capa de gas, fuertemente ionizada a causa de la irradiación solar, es conductora de la electricidad.

Marconi comprueba que las emisiones de radio tienen más alcance cuanto mayor sea la longitud de onda y, una vez que aparece el tubo triodo inventado por Fleming, se generaliza, incluso en telefonía, el empleo de ondas largas, a pesar de que éstas requieren antenas y emisoras de gran tamaño.

No obstante, la utilización de las ondas cortas empieza a desarrollarse cuando los numerosos radioaficionados, aparecidos sobre todo después de la Primera Guerra mundial, consiguen establecer, con longitudes inferiores a los 250 metros, conexiones con los países más lejanos.

Las ondas electromagnéticas, a medida que disminuyen de longitud, se propagan de modo similar a las luminosas. La retina humana sólo percibe ciertas longitudes de onda, que corresponden a las ultracortas del espectro de la luz visible.

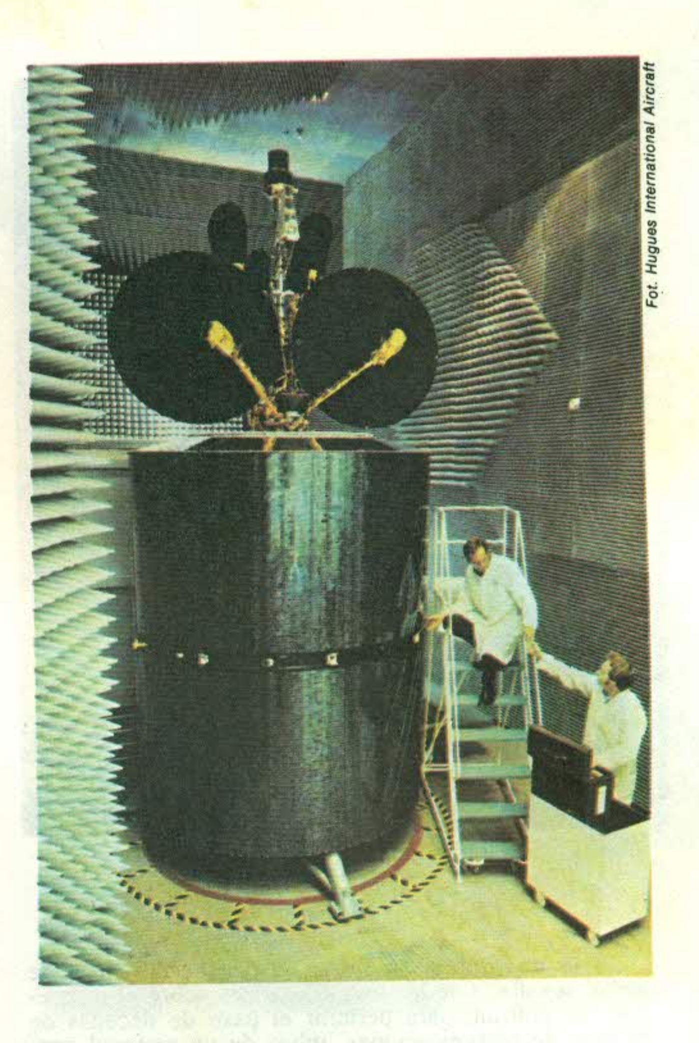
Las ondas largas, que salen en forma de haz de la antena emisora, rebotan tanto en la Tierra como en la ionosfera y se reparten de manera casi uniforme por la



Fot. Marconi Company Limited

Guglielmo Marconi junto a uno de los primeros aparatos de telegrafía sin hilos inventado por él.

Intelsat IV-A, satélite artificial de telecomunicaciones.


Fot. Hugues International Aircraft

zona intermedia. Las cortas no pueden captarse más allá de ciertos límites y se ven sometidas, de modo semejante a la luz que atraviesa un cristal o se refleja en él según el ángulo de incidencia, a la acción de la ionosfera. Si se emiten verticalmente, atraviesan la ionosfera, pero, cuando la emisión es casi horizontal, inciden en esta capa de gas con un ángulo muy pequeño, se reflejan y vuelven a la superficie terrestre a mucha distancia del punto de partida. La calidad de la recepción depende sobre todo de la hora, la estación del año y las condiciones meteorológicas y exige que los receptores de radio estén dotados de un dispositivo compensador o de varias antenas.

Las estaciones de radiodifusión emplean longitudes de onda comprendidas entre 10 y 2000 m, es decir, frecuencias de 30 MHz a 150 kHz. Las ondas utilizadas por los radiofaros de los sistemas de navegación marítimos y aéreos son también largas o medias.

Longitudes de onda. — Las ondas muy largas de más de 10000 m, debido a la propiedad que poseen de propagarse en el agua, se utilizan en las comunicaciones con submarinos sumergidos. Se ha comprobado que tienden a seguir las líneas de fuerza de un campo magnético terrestre que las hacen llegar a los antípodas de la emisora. Las ultracortas, al disminuir de longitud, reducen también el poder reflector que tiene la ionosfera, y la reflexión llega a ser nula por debajo de los 10 cm. Con el radar, que se sirve de ellas, se ha observado que las ondas, si se dirige el haz hacia el horizonte, se difunden por la *troposfera,* capa inferior de la atmósfera, del mismo modo que lo haría la luz en un cristal esmerilado. Estas ondas se pueden recoger en un receptor muy sensible enfocado hacia la zona de difusión. La técnica de conexiones troposféricas se emplea para distancias de varios centenares de kilómetros, pero, como requiere la instalación de antenas muy grandes y precisas, se prefiere en este caso el uso de los satélites de telecomunicaciones.

Radar

La importancia cada vez mayor de las ondas ultracortas, debida paradójicamente a la lucha que enfrentó a Marconi y a los científicos de su época, se basa en el principio de que las empleadas por la radio, al tener gran alcance, han de reflejarse en algún lugar determinado, que sería la ionosfera. Al bombardear dicha capa con ondas hertzianas, se observó que éstas producían una serie de ecos causados por choques con los obstáculos materiales situados en la trayectoria que recorrían.

Los primeros estudios encaminados a la construcción de lo que sería llamado *radar (RAdio Detection And Ranging)* fueron efectuados para detectar las tormentas y realizados en común en 1928 por científicos alemanes e ingleses. A finales de 1938, existía una red de catorce estaciones dotadas de este dispositivo en Gran Bretaña y otra, aunque menos perfeccionada, en Alemania. Esta manifiesta superioridad de los aliados en el segundo conflicto mundial se debió al invento del *magnetrón,* aparato que permite una mejor dirección del haz y el uso de antenas de menor tamaño, por emitir ondas de frecuencia muy elevada y de menor longitud.


Fot. Hugues International Aircraft

El radar, además de otras múltiples aplicaciones, sirve para establecer seguros controles del tráfico aéreo.

Fot. Algar



Antena direccional existente en Robledo de Chavela (Madrid), estación de seguimiento de satélites.

Guías de ondas. — En la técnica de las guías de ondas, resultado de las investigaciones sobre el magnetrón, se utilizan, para permitir el paso de decenas de millares de comunicaciones, tubos de un material conductor que canalizan, de un punto a otro bastante próximo, las ondas electromagnéticas ultracortas.

Barrido electrónico y radar O. T. H. — Las guías de ondas se aplican, en forma de dispositivos específicos, al radar, que consta, en vez de la clásica parábola giratoria, de una antena fija compuesta de miles de guías de ondas yuxtapuestas entre sí en forma de mosaico, cada una de las cuales contiene una pequeña barra de ferrita que desfasa más o menos las ondas electromagnéticas que la atraviesan. Este desfase, controlado por una calculadora electrónica, permite dirigir la totalidad del haz o dividirlo en otros varios que seguirán separadamente una dirección distinta. Este sistema, carente de inercia mecánica, se llama *radar de barrido electrónico (Phased Array Radar).*

El *radar O. T. H. (Over The Horizon)* o radar «más allá del horizonte», empleado para evitar la dificultad causada por la curvatura de la Tierra, no utiliza las ondas ultracortas, sino las de alta frecuencia de los receptores de radio, cuya longitud hace que el poder reflectante del espejo ionosférico varíe según las perturbaciones que le afecten; una de éstas puede ser el gas emitido por un proyectil teledirigido en su trayectoria ascendente. Los norteamericanos tienen también otro tipo de radar, llamado *forward scatter,* para detectar los misiles intercontinentales.

Utilización del radar. — Además del empleo con fines militares, el radar tiene numerosas aplicaciones en los aviones civiles (radar meteorológico y radioaltímetro). También sirve en tierra para facilitar el aterrizaje y controlar la circulación aérea, conocer las condiciones meteorológicas generales, ayudar a la navegación de noche o con mal tiempo e incluso vigilar el tráfico en las carreteras a fin de comprobar que se respetan las limitaciones de velocidad.

Sonar. — El *sonar (SOund NAvigation Ranging),* sonda ultrasonora de detección submarina basada en el mismo principio que el radar, se funda en la reflexión de las ondas sonoras o ultrasonoras y no en la de las radioeléctricas. El órgano generador de las ondas *(proyector),* ya sea un cuarzo piezoeléctrico, ya sea una barrita de níquel capaz de vibrar, se coloca en la parte inferior del casco del barco y provoca, cuando emite un impulso, la reflexión de las ondas en el obstáculo que éstas encuentren y su vuelta al aparato, donde el eco producido engendra una corriente eléctrica que se amplifica. La posición del obstáculo se determina por la orientación del generador, y la distancia que media entre ambos se calcula fácilmente al ser ésta proporcional al tiempo que ha transcurrido entre la emisión de las ondas y la recepción del eco.

Telecomunicaciones por satélite

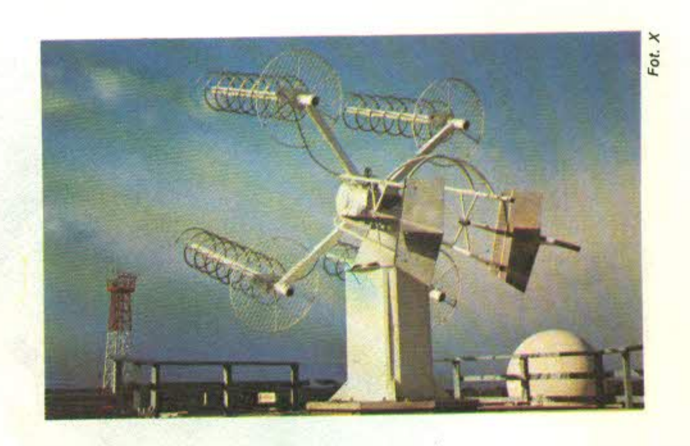
Una de las múltiples ventajas de las ondas cortas consiste en la posibilidad de transmitir más información a medida que su longitud se aproxima a la de la luz. Así, por ejemplo, la banda de ondas largas, que va de 30 a 300 kHz (de 1 000 a 100 m), tiene una playa de 270 000 Hz, mientras que la banda U. H. F., que va de 300 a 3 000 MHz (1 m a 10 cm), alcanza una capacidad de 2 700 000 000 Hz, es decir diez mil veces más. Para la música es necesario como mínimo una banda de 10 000 Hz y para una sola emisión de televisión se requiere una banda de unos 6 MHz.

Modulación de amplitud y modulación de frecuencia. — Las ondas ultracortas permiten que una emisión de radio o de televisión transmita respectivamente la información sonora o luminosa en una frecuencia portadora modulada. Esta *modulación de amplitud* consiste en que la amplitud que posee la onda portadora se modifica de manera proporcional a la que tiene la señal acústica. Esto lleva consigo la ventaja de reducir la banda de frecuencias, pero la emisión se ve perturbada por parásitos u otras interferencias.

La *modulación de frecuencia,* procedimiento creado para reducir el ruido causado por los parásitos, facilitar la transmisión en una banda de frecuencia más ancha y conseguir una gran calidad acústica, modifica la frecuencia de la onda portadora según la amplitud de la señal, lo que significa que, cuando ésta se hace mayor, la anchura de la banda aumenta. Este método, sin embargo, tiene el inconveniente de ocupar cien veces más espacio que el reseñado en primer lugar y por eso sólo se utilizan las ondas cortas de la banda V. H. F.

Repetidores y televisión por cable. — Resulta imposible servirse de la ionosfera para realizar una transmisión uniforme que alcance todos los puntos de un país y, por este motivo, las emisiones de televisión y de modulación de frecuencia han de hacerse a través de una

Antena de Pleumeur-Bodou (Côtes-du-Nord, Francia), centro de telecomunicaciones espaciales intercontinentales.

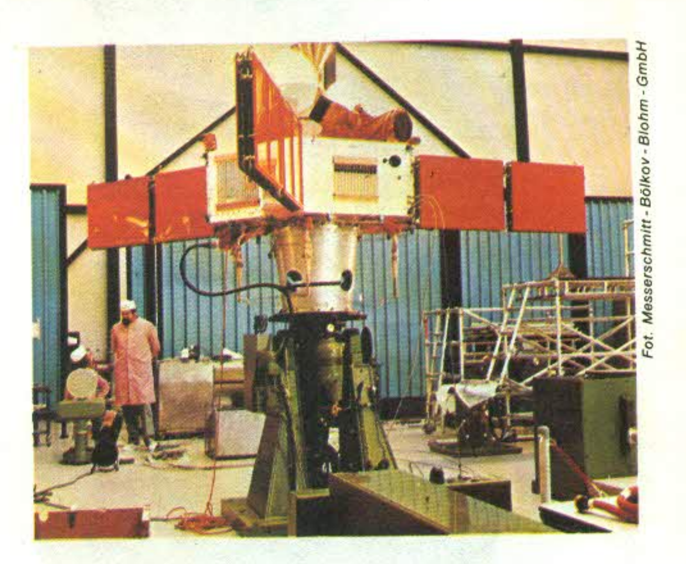

Fot. X

red de *repetidores*, de modo similar a lo que ocurría en los remotos tiempos del telégrafo de Chappe. En las zonas montañosas poco habitadas se suele instalar, en sustitución del repetidor, una simple antena que difunde las emisiones mediante una red de cables coaxiales. Este sistema de *televisión por cable* tiende a emplearse incluso en regiones que cuentan con repetidores y está llamado a tener un importante desarrollo en el futuro, ya que ofrece al telespectador, además de los programas normales transmitidos por vía hertziana, mayores posibilidades de selección.

Los satélites de telecomunicaciones. — Las conexiones intercontinentales se hacen mediante cables telefónicos submarinos que pueden transmitir las emisiones de televisión, aunque cada una de éstas requiere la utilización simultánea de un centenar de circuitos. Al disponerse sólo de 460 circuitos hasta 1968 para efectuar los enlaces transatlánticos, se tuvo que buscar otra solución, encontrada ya en 1945 por Arthur C. CLARKE, consistente en el empleo de satélites de telecomunicaciones. Éstos sustituyen a la ionosfera y actúan como intermediarios en las conexiones hertzianas entre dos puntos durante el tiempo en que son visibles desde cada uno de ellos. Existen *satélites pasivos*, que sólo reflejan las ondas cortas, y *satélites activos*, dotados de dispositivos de recepción, amplificación y emisión. Los primeros se emplearon desde los experimentos iniciales con poco éxito, ya que eran destruidos por los meteoritos o por las radiaciones solares, además de proporcionar una señal de intensidad muy inferior a la que recibían. Los segundos dieron resultados más positivos, como lo prueba el *Telstar 1*, origen de la creación, el 11 de julio de 1962, de la Mundovisión, pero, al tener una órbita muy baja, sólo eran visibles durante unos treinta minutos para las estaciones de emisión y recepción. El establecimiento de una conexión permanente con este sistema hubiera necesitado, por tanto, el empleo de unos 24 satélites.

Arthur C. Clarke había previsto en su proyecto una órbita circular situada a 35 800 km de altura, ya que el período de revolución de un satélite a esta distancia es igual al de la rotación de la Tierra, es decir 24 horas, y esta astronave parece estar inmóvil en el cielo si su trayectoria se encuentra en el plano del ecuador. Tres satélites, colocados en esta órbita, bastarían para cubrir el 98 % de la superficie del globo terrestre.

Los obstáculos que impedían el empleo de este sistema desaparecen en 1963 con la puesta en órbita del *Syncom 2*. Al año siguiente, el *Syncom 4* transmite los Juegos Olímpicos de Tokio, y en 1965, después de los servicios prestados por el *Early Bird*, dotado de una capacidad de 240 canales telefónicos, se adopta y se desarrolla este sistema de satélites estacionarios con los *Intelsat 4* que proporcionan 6 000 canales telefónicos y 12 de televisión. Los Estados Unidos tienen una red propia con este tipo de satélites, además de haber lanzado los *Anik* para el Canadá, mientras que la U. R. S. S. dispone de numerosas estaciones *Órbita*, comunicadas entre sí por los llamados *Molnyia*, que sólo tienen un período de revolución de doce horas. Francia y Alemania han realizado conjuntamente los *Symphonie* y todas las naciones europeas han elaborado en común un proyecto de construcción y lanzamiento. Se prevé que hacia 1985 habrá unos sesenta satélites de comunicación de esta clase, sin contar los militares, los de navegación marítima y aérea, los meteorológicos, los detectores de recursos terrestres y los de espionaje.

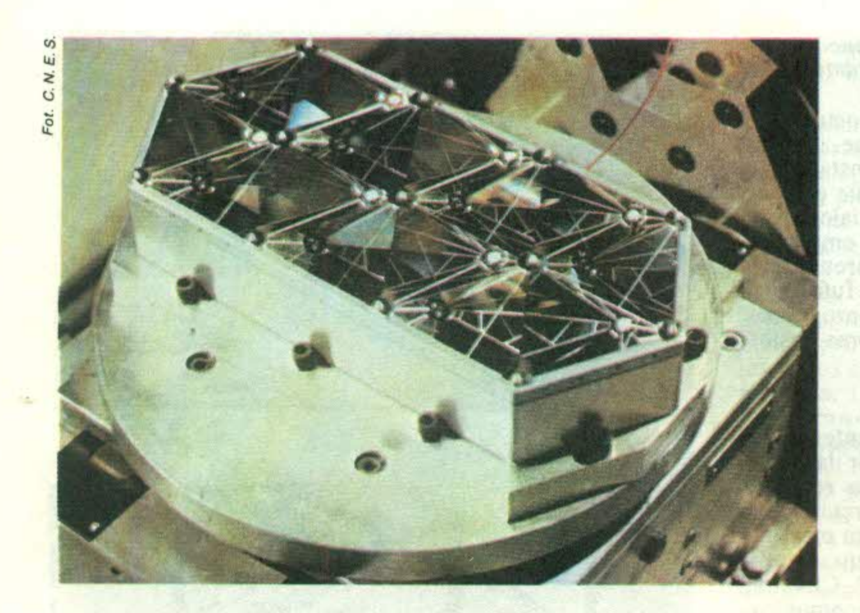

Fot. Messerschmitt - Bölkov - Blohm - GmbH

« Symphonie », satélite de telecomunicaciones francoalemán.

Organización internacional. — Con el transcurso del tiempo se puede producir una saturación de la órbita ecuatorial ya que la capacidad de ésta, si se respetan los necesarios márgenes de seguridad, se limita a 1 800 satélites. No debe olvidarse tampoco que en un futuro muy próximo se utilizarán satélites para la radiodifusión y la teledifusión, cuyas emisiones podrán captarse con pequeñas antenas colectivas. Al hacerse necesario, por tanto, el establecimiento de un control, se creó en 1932 la Unión Internacional de Telecomunicaciones (U. I. T.), integrada actualmente en la O. N. U., que se encarga de atribuir las frecuencias de radio a los diversos usuarios. Se asignó así, en la conferencia celebrada en 1971 en la ciudad de Ginebra (Suiza), una gama muy considerable de frecuencias nuevas, que llegaron a alcanzar los 275 000 millones de hertzios para las telecomunicaciones efectuadas por medio de satélites.

Existen también para la utilización de los sistemas citados anteriormente dos organismos diferentes : el *Intersputnik*, creado en 1971, que agrupa a la U. R. S. S. y a varios países del Este, y el *Intelsat*, que reúne a más de 80 países, entre ellos las naciones de Europa occidental y los Estados Unidos. El predominio norteamericano en este organismo, fundado en 1964 y cuyos estatutos definitivos se aprobaron en 1973, disminuye, aunque persiste algo aún a través del *Comsat*, sociedad semiestatal dependiente del Congreso estadounidense y encargada de la dirección de Intelsat hasta 1979.

Fot. C.N.E.S.



Fot. Thomson - C.S.F.



Aparato con laser llevado en el vehículo Lunajod-1 en su viaje interplanetario y empleo de este intrumento polivalente.

Rayos laser y telecomunicaciones del futuro

El espectro de los rayos infrarrojos, que comienza a menos de 1 000 gigahertzios (un gigahertzio es igual a mil millones de hertzios) y alcanza 30 millones de GHz, se empleará cada vez más en los años venideros.

Capacidad de las ondas luminosas. — La atmósfera que rodea la Tierra no deja pasar todo el espectro de rayos ultravioleta e infrarrojos, pero las telecomunicaciones, que se limitan a aprovechar una parte de los últimos y la luz visible, abarcan, sin embargo, un campo extenso, que alcanza por los menos unos 900 000 GHz. Esto era inconcebible hace unos años porque se desconocía la manera de producir ondas luminosas con una frecuencia definida. La luz de una lámpara corriente, por ejemplo, presenta multitud de frecuencias, pero, como carece de frecuencia portadora precisa, resulta imposible realizar modulación alguna. Además, hubiese sido necesario disponer de potencias considerables para obtener un haz de gran alcance, incluso seleccionando las frecuencias por medio de filtros.

Teoría de la emisión estimulada. — Los rayos *laser (Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation)* se fundan en la teoría, ya concebida en 1917 por Albert **Einstein** (1879-1955), de la *emisión estimulada*, que se basa en los diferentes niveles de energía en los cuales pueden gravitar los electrones de un átomo. Si se excita un átomo, es decir, si se aplica una energía al electrón, éste pasa de su nivel estable. llamado también nivel fundamental, a otros más elevados en los que se encuentra en un estado de inestabilidad, y, en una fracción de microsegundo, vuelve a su estado normal restituyendo, en forma de radiación electromagnética, la energía adquirida. A cada nivel corresponde una energía de transición precisa, cuyo valor determina la longitud de onda de las radiaciones emitidas.

Fot. R. Violet - Thomson C.S.F.

Control en una pantalla de televisión de la microsoldadura de circuitos impresos efectuada mediante rayos laser.

Máquina que utiliza los rayos laser para cortar tejidos.



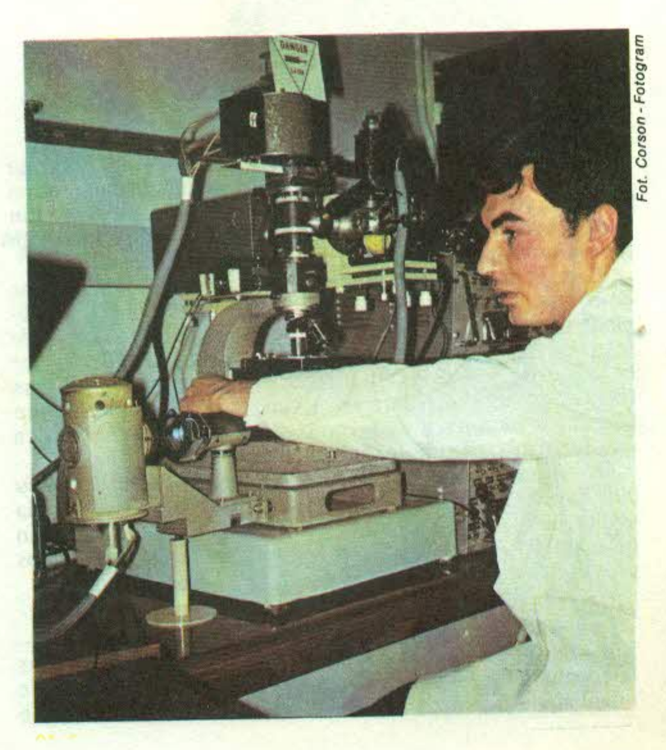
Fot. Hugues International Aircraft

Este fenómeno se produce, por ejemplo, en una lámpara electroluminiscente, en la cual el flujo de electrones que circula entre los electrodos excita los átomos de gas, cuyos electrones, al volver a su nivel estable, emiten ondas luminosas *(fotones)*. La luz irradiada tiene tantas longitudes de onda como niveles de energía posee ese gas, y la mezcla de todas ellas determina el color difundido por la lámpara. En este caso, los electrones pasan a distintos niveles mediante otros electrones, pero también se pueden emplear radiaciones luminosas siempre que sus longitudes de onda correspondan a los niveles de energía que deben alcanzarse. Einstein afirma que, si uno de los fotones emitidos choca con un átomo en estado de excitación, éste emite dos fotones de idénticas características, que, a su vez, tropiezan con otros átomos semejantes al primero, cada uno de los cuales liberará también un par de fotones, y así sucesivamente, produciéndose de este modo una amplificación considerable de la luz. Todas estas radiaciones se emiten en fase, es decir, no aparece ningún desfase en las curvas que las representan, y la frecuencia de las mismas es igual al corresponder a la energía de transición que separa dos niveles determinados del átomo. Esta luz, dotada de propiedades tan específicas, recibe el calificativo de *coherente*, porque la diferencia de fase entre los rayos luminosos permanece siempre constante.

Maser y laser. — El *maser (Microwawe Amplification by Stimulated Emission of Radiation)*, realizado en los Estados Unidos en 1955 para amplificar las ondas hertzianas, constituye la primera aplicación de la emisión estimulada. Este dispositivo, que casi no tiene ruido de fondo, es capaz de aislar señales de muy poca intensidad y se emplea bastante frecuentemente para radares de largo alcance y radiotelescopios.

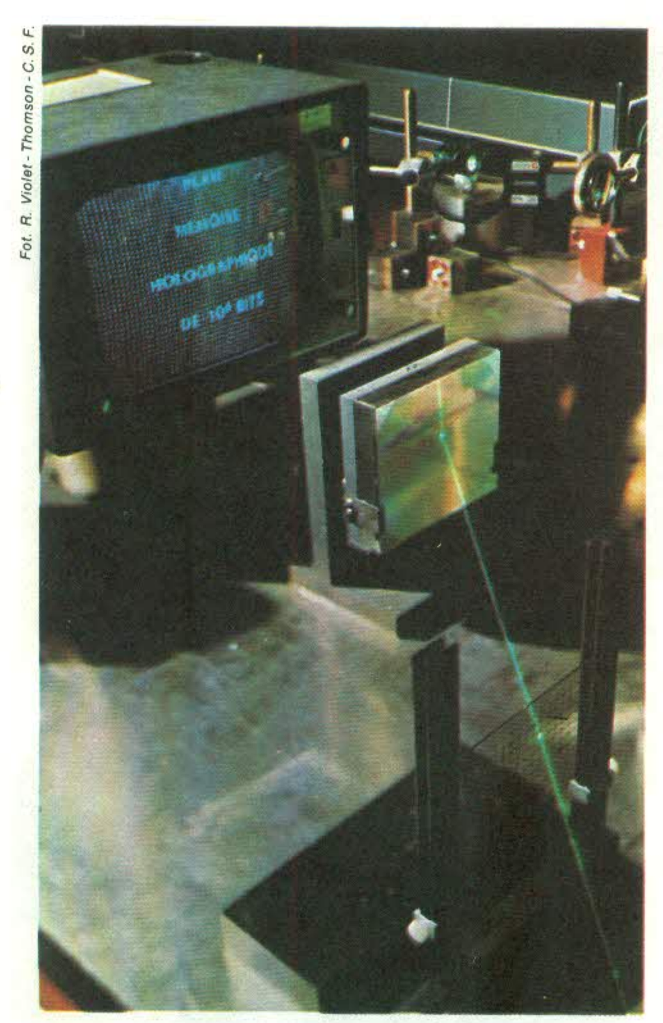
El norteamericano Theodore H. MAIMAN creó en 1960 el prototipo del *laser*, en cuyo interior un cristal de rubí con una pequeña proporción de átomos de cromo constituía el elemento activo. Una lámpara *flash*, colocada en espiral alrededor del rubí, provocaba la elevación de los electrones a un nivel energético más alto, y los dos extremos de la piedra aparecían pulidos y revestidos por una capa metalizada que hacía las veces de espejo. A cada fogonazo, algunos fotones salían por las caras laterales, pero la mayoría de ellos circulaban entre las partes metalizadas, liberando, al pasar, otros en número creciente, que seguían la misma dirección. El haz de rayos se concentraba, por tanto, en el eje del cristal y alcanzaba una intensidad muy elevada y más que suficiente para atravesar la cara metalizada menos opaca.

Tipos de laser. — Además del reseñado anteriormente, hay otros tipos de laser que difieren de éste por el procedimiento empleado para excitar los átomos y por el átomo utilizado para provocar la emisión estimulada. En el *laser de gas*, por ejemplo, el funcionamiento puede ser continuo y no sólo por impulsos, y en el *de helio y neón*, de gran interés para las telecomunicaciones, los átomos del primer elemento son excitados por ondas radioeléctricas, y sus electrones chocan con los átomos del segundo. Los rayos emitidos suelen ser rojos o infrarrojos. Estos últimos se utilizan en artillería para marcar o medir la distancia de un objetivo y poder así enviar hacia él un misil dirigido por procedimientos ópticos. Las investigaciones que se realizan acerca del

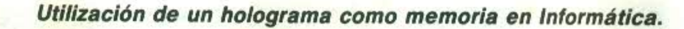


Fot. Corson - Fotogram

El laser se emplea también en microcirugía celular.



Fot. R. Violet - Thomson - C. S. F.



Utilización de un holograma como memoria en Informática.

laser de gas carbónico y del *laser de reacción química* tienen como finalidad conseguir el arma térmica cuyo haz de rayos infrarrojos sea capaz de pulverizar un avión o un proyectil enemigo. En este mismo grupo se incluyen los *radar laser,* todavía en período experimental.

El laser tiene otras muchas aplicaciones ajenas a los objetivos militares. Así, en los dispositivos microscópicos tiene gran interés el uso del *laser sólido* o *laser de inyección,* en el que la emisión estimulada se efectúa por la unión de los semiconductores con impurezas. Estas fuentes de luz coherente miniaturizadas se emplearán en un futuro no muy lejano en los sistemas de Informática que forman parte de la optoloelectrónica.

Otros laser más clásicos, como el *de rubí* o el *de vidrio con impurezas,* dan excelentes resultados en la cirugía ocular, en la industria de precisión y en la realización del catastro de la Tierra mediante satélites geodésicos provistos de reflectores.

Los satélites-laser y las telecomunicaciones. — Las investigaciones llevadas a cabo en el campo de las telecomunicaciones están centradas en las técnicas de modulación del haz de rayos laser y en las longitudes de onda más adecuadas para que éste circule libremente por la atmósfera. La frecuencia de un laser, determinada por la energía de transición de los átomos que emplea, se multiplica si el haz de rayos atraviesa unos cristales. Este método hizo posibles los primeros experimentos de transmisión submarina con luz verde azulada.

El laser que equipará un satélite A. T. S., construido por la N. A. S. A., es de helio y neón, al ser mejor la luz roja para las telecomunicaciones espaciales. Este proyecto permitirá estudiar el comportamiento de un haz de rayos laser frente a turbulencias, nubes y nieblas de la atmósfera, y, si se consiguen conexiones de buena calidad, el procedimiento empleado se generalizará en los satélites de teledifusión del futuro.

El laser tiene las mismas aplicaciones que las ondas hertzianas y su luz puede canalizarse a través de conductos adecuados. La guía de ondas óptica puede consistir en unos simples tubos con paredes reflectantes, en los que, con objeto de limitar la absorción de los rayos luminosos, se ha hecho un vacío parcial. El tubo se calienta en puntos determinados para que el gas enrarecido se dilate y actúe como una lente que concentra el haz. Las *fibras ópticas,* formadas por hilos de vidrio muy finos y yuxtapuestos, conducen aún mejor la luz, sobre todo si la línea tiene curvas acentuadas. Los recientes progresos realizados en los métodos de fabricación de los hilos de vidrio, al reducir la absorción que se producía en ellos, permiten establecer conexiones de varios kilómetros.

Estas fibras se hallan todavía en período experimental, pero puede preverse que tendrán numerosas aplicaciones, tanto civiles como militares, gracias a la gran capacidad de transmisión y al poco peso que tienen, así como a la imposibilidad de detectarlas y de producir en ellas interferencias.

Televisión en relieve. — Las técnicas citadas se valen de las ventajas presentadas por el laser como vector de información. Ésta última, gracias a la coherencia de las ondas emitidas en fase, se almacena por el procedimiento de la *holografía.* El holograma, simple placa fotográfica con una red de franjas ininteligible a la luz normal, da una imagen integral en relieve del objeto fotografiado si se ilumina con un rayo laser. Éste, en la toma de vistas, se dirige simultáneamente hacia la placa en dos haces, uno de forma directa, que sirve de referencia, y otro reflejado por el objeto fotografiado, y ambos, al superponerse, producen interferencias. Para que así ocurra es necesario que las dos ondas procedan de un mismo foco, lo más monocromático posible, como es el caso del laser.

Cada punto del holograma contiene todas las características del objeto fotografiado y, si se deteriora la placa, se puede tener todavía una imagen completa del mismo, aunque con menos nitidez. Esta propiedad, unida a la cantidad de información que este método permite almacenar, harán del holograma un elemento insustituible para las memorias ópticas de los futuros sistemas informáticos de documentación.

A pesar de su carácter revolucionario, el holograma no es de concepción reciente, pero no había podido utilizarse antes del descubrimiento del laser porque la formación de interferencias requiere el empleo de una fuente luminosa que produzca fácilmente ondas ordenadas en fase. Con estos rayos se conseguirá, probablemente en un futuro próximo, la tercera dimensión, que hará posible la televisión en relieve y abrirá una nueva época en el campo de las telecomunicaciones.

Transportes

Reseña histórica. — **Ferrocarril :** Vía. Tracción. Material rodante. Señalización. Servicios del ferrocarril y tarificación. Ferrocarriles especiales. — **Automóvil :** Motor : Funcionamiento del motor de cuatro tiempos. Cigüeñal. Biela y pistón. Culata y órganos anejos. Carburación y encendido. Otros motores. — Transmisión : Embrague. Caja de cambios. — Otros elementos : Ruedas. Dirección. Suspensión. Frenos. Bastidor y carrocería. Instalación eléctrica. Accesorios. — Industria del automóvil : Condiciones de producción. Historia de la fabricación. Principales centros productores. — **Transporte aéreo :** Reseña histórica. Aviación : Aerodinámica. Alas. Propulsión a hélice. Motor de reacción. Pilotaje del avión. Construcción aeronáutica. Tipos de aeronaves. Navegación aérea y aeropuertos. — **Transporte marítimo y fluvial :** Reseña histórica. Flotación. Tonelaje y dimensiones. Tipos de barcos. Barcos especiales. Construcción naval. Navegación interior. Puertos.

El *transporte* es un concepto de gran amplitud puesto que abarca las actividades que permiten el traslado de un lugar a otro de personas o cosas de cualquier índole. Se aplica, en su sentido más extenso, tanto al envío de gas o electricidad desde los lugares de producción hasta los de consumo, como a la transmisión de noticias entre dos puntos.

Se estudiarán a continuación los transportes más corrientes (ferrocarril, automóvil, avión y barco), dentro de sus respectivas infraestructuras, señalando las variantes existentes y los últimos adelantos que todos ellos han experimentado.

Reseña histórica. — El hombre, por sí mismo, tiene una capacidad de transporte muy limitada, ya que una persona normal puede andar aproximadamente 40 km diarios. En tiempos remotos existían correos especiales, como, por ejemplo, los *chasquis* del imperio incaico, que recorrían en una jornada el equivalente de unos 80 km a paso ligero o corriendo y tenían que ser relevados por otros, después de esta distancia, para que un mensaje pudiese llegar a su destino, situado a miles de kilómetros, al cabo de varios días.

La *carretilla*, tras el invento de la rueda, permitió desplazar de modo bastante sencillo una carga superior a los 100 kilos de peso. La domesticación de ciertos animales supuso una ayuda importante en el transporte, y lo mismo el camello, que el asno, el caballo y la llama han prestado grandes servicios en determinadas regiones de nuestro planeta y lo siguen haciendo aún. En el transcurso del tiempo se fueron perfeccionando los carros y otros vehículos movidos por la fuerza animal, particularmente por la del caballo, hasta que en el primer cuarto del siglo XIX empezó a utilizarse la energía proporcionada por el *vapor*.

La navegación marítima y fluvial es también muy antigua, y empleó durante mucho tiempo la fuerza muscular humana o, mediante sistemas de velas, la del viento, antes de que se utilizara el vapor, sustituido más tarde por motores de explosión que funcionan gracias a la combustión de hidrocarburos. Actualmente empieza a emplearse la propulsión nuclear.

La navegación aérea, sueño del hombre desde la antigüedad, como se aprecia ya en la fábula griega de Dédalo e Icaro, se ha desarrollado de modo insospechado a lo largo del siglo actual.

Si se toma la velocidad comercial como elemento comparativo, es interesante señalar que las diligencias recorrían apenas 3,5 kilómetros por hora en el siglo XVIII, 4 km/h en los principios del XIX y más de 9 km/h a mitad de esa centuria. Esta media se elevó a 40 km/h en 1850 con la llegada del ferrocarril y alcanzó casi los 100 km/h poco antes del estallido de la Segunda Guerra mundial. El automóvil no logró superar en mucho las marcas anteriormente señaladas, y el avión, tras los períodos iniciales de experimentación, se situó, entre los dos conflictos bélicos, en unos 450 km/h. Después de 1945, los adelantos técnicos fueron tales, debido al aumento de la potencia en los elementos propulsores y al aerodinamismo, sobre todo en automóviles y aviones, que las cifras mencionadas se vieron ampliamente rebasadas.



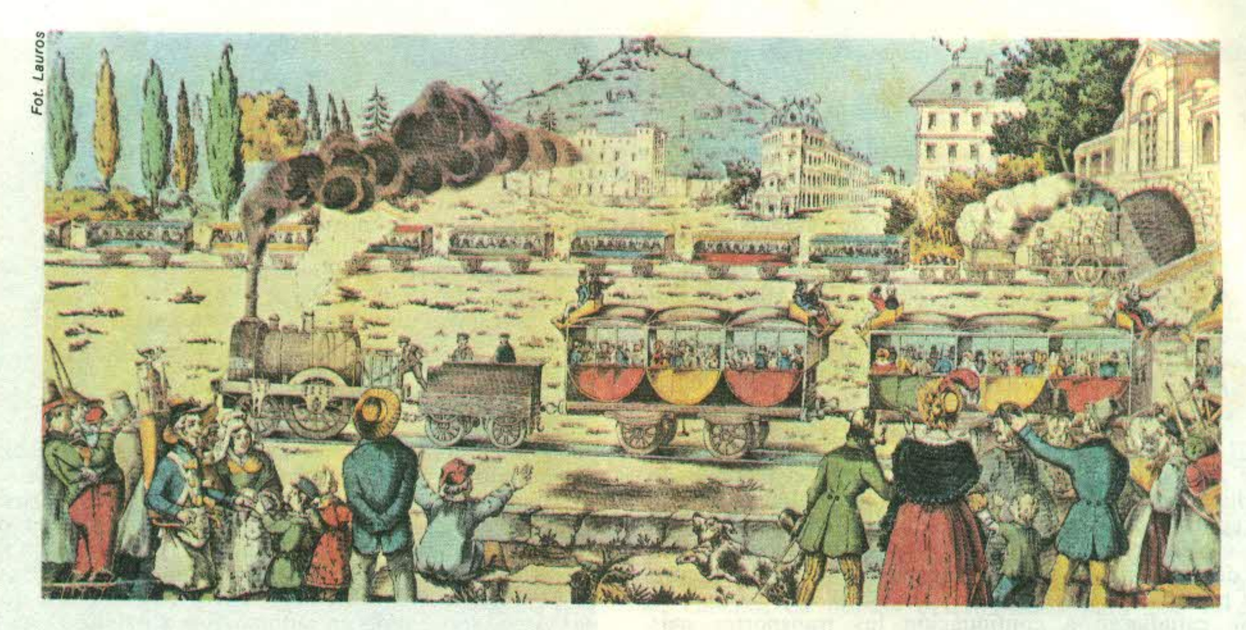
Fot. Algar

El chasqui era un correo especial del imperio incaico. Dibujo del cronista peruano Huamán Poma de Ayala.



Fot. Lauros-Giraudon

Diligencia del siglo XIX para cuarenta pasajeros.


Fot. Lauros

Grabado antiguo que representa trenes en circulación poco tiempo después de la aparición de este sistema de transporte.

Ferrocarril

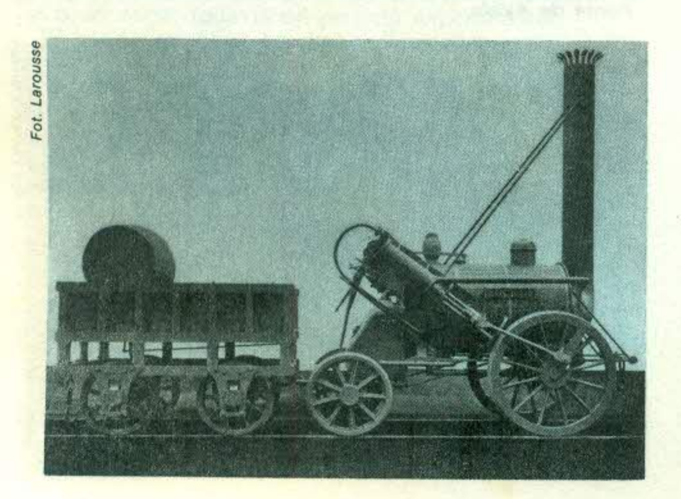
El *ferrocarril* es un sistema de transporte consistente en un camino formado por dos rieles paralelos de hierro sobre los cuales pueden circular los trenes. La existencia de estos carriles, que facilitan y guían la rodadura de vehículos, se remonta, según los vestigios encontrados, a épocas tan antiguas como las de los Imperios Egipcio o Romano. A partir del siglo XVI, se utilizaron en Inglaterra, para las vagonetas de las explotaciones mineras, unos raíles de madera y, a mediados del XVIII, éstos se recubrieron con hierro. Las ruedas tuvieron desde entonces llantas metálicas.

Sin embargo, el ferrocarril, tal y como se concibe en la actualidad, nació con el invento de la locomotora, de la cual, después de 1770, se hicieron varios prototipos, como los de Cugnot, Vivian y Trevithick, Evans, Blenkinsop y Brunton. La caldera tubular, debida al ingeniero francés Marc **Seguin** (1786-1875), fue utilizada por el inglés George **Stephenson** (1781-1848), quien hizo desembocar el tubo de escape del vapor en la chimenea misma de la locomotora, con lo que consiguió aumentar el tiro. Esta locomotora, bautizada con el nombre de « The Rocket », era capaz de sobrepasar los 40 km/h con una carga de más de 12 toneladas y fue galardonada con el premio internacional en un certamen celebrado en Rainhill (1829), además de adoptarse como modelo para la tracción de los nuevos trenes, como el que inauguró en 1830 la primera línea mundial, trazada entre Liverpool y Manchester, que abrió oficialmente la llamada *era del ferrocarril*.

Los países europeos, así como los Estados Unidos, empezaron a construir líneas férreas, y, a mediados de siglo, la red que enlazaba las principales poblaciones era ya muy densa. Un convenio internacional, aceptado por todas las naciones, estableció que el espacio entre los dos rieles sería de 1,435 m; solamente rehusaron este acuerdo, por consideraciones de tipo militar, Rusia y España. Consecuencia de esta equivocada decisión ha sido el aislamiento ferroviario de la Península Ibérica y la necesidad de proceder en la frontera a costosas operaciones de transbordo de mercancías y pasajeros. Para paliar este inconveniente, y tras muchos e infructuosos ensayos, se ha ideado un sistema de adaptación automática de ejes a los distintos anchos de vía, haciendo posible de este modo que circulen trenes directos desde Madrid o Barcelona hasta París.

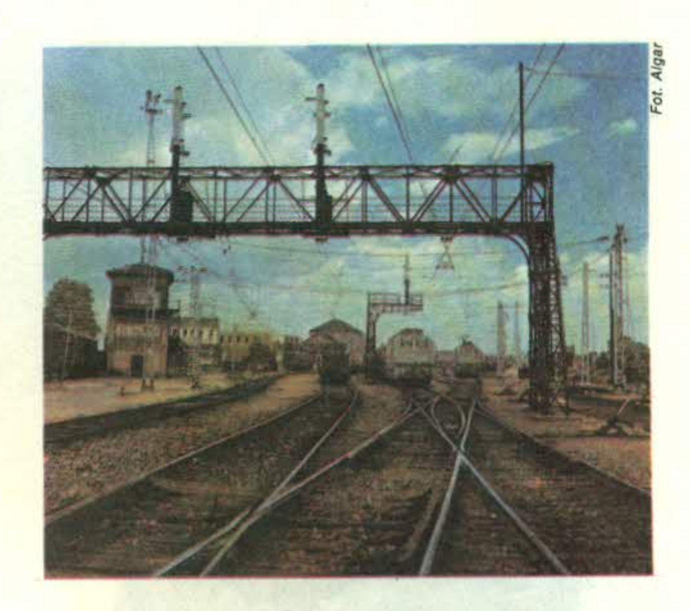
La primera línea española, que unía Barcelona a Mataró, se inauguró en 1848, y fue seguida por otra de Madrid a Aranjuez, puesta en servicio en 1851. Merece señalarse que muy anteriormente, en 1837, funcionaba ya en Cuba, por aquel entonces posesión española, la línea que enlazaba La Habana con Bejucal, prolongada un año más tarde hasta Güines.

La concesión, construcción y explotación de las líneas ferroviarias estuvo al principio en manos de diferentes compañías privadas, que rivalizaron muchas veces unas con otras, casi siempre en perjuicio del usuario. Pero la importancia alcanzada por este medio de transporte, a nivel nacional e internacional, obligó a los gobiernos a ejercer un control cada vez más riguroso sobre las comunicaciones ferroviarias, habiéndose llegado en la mayoría de los países a nacionalizar este servicio.


Fot. Larousse

La locomotora « The Rocket », construida por George Stephenson y presentada en el certamen celebrado en la localidad inglesa de Rainhill en el año 1829.

Estación de Alcázar de San Juan (prov. de Ciudad Real), importante nudo de comunicaciones ferroviarias en España.



Vía. — El *tendido de una vía férrea*, después de realizar un estudio topográfico de las regiones que se han de atravesar, consiste en llevar a cabo obras de explanación e ingeniería, como la construcción de puentes o túneles, y en efectuar las instalaciones propias del ferrocarril.

Los *carriles* metálicos, fijados a unas *traviesas* de madera u hormigón por medio de unos *tirafondos*, se unen entre sí por *bridas* o *eclisas*. El conjunto descansa sobre una plataforma constituida fundamentalmente por una capa de balasto de 30 a 50 cm de espesor. Las vías modernas van soldadas en tramos que alcanzan hasta los 800 metros para reducir de este modo la trepidación ocasionada por las juntas de dilatación.

El deslizamiento de las ruedas sobre los raíles no necesita una importante fuerza de tracción, y los primeros trenes del siglo XIX fueron remolcados por locomotoras de escasa potencia. En la actualidad, pueden rodar a velocidades bastante elevadas largos y pesados convoyes. Los rieles, en los tramos rectos, se colocan al mismo nivel, pero en las curvas, casi siempre de gran radio, debe peraltarse la vía para contrarrestar el efecto de la fuerza centrífuga que provocaría el descarrilamiento del tren. A lo largo de la línea, se encuentran dispositivos imprescindibles para el buen funcionamiento del servicio, tales como los de agujas, señalización, plataformas giratorias para el cambio de sentido, etc.

Tracción. — La *locomotora de vapor*, único vehículo de tracción usado durante mucho tiempo en los ferrocarriles, tenía un rendimiento termodinámico que apenas sobrepasaba el 1 % en la llamada «The Rocket» fabricada por Stephenson y que llegó a situarse en un 11 % con una potencia de unos 4 000 CV. Consta fundamentalmente de una *caldera*, donde se genera el vapor a presión, y de diversos mecanismos que transmiten la energía obtenida a las ruedas mediante unos *cilindros* con *pistones*, colocados lateralmente. Éstos atacan un mismo eje por un sistema de *bielas* y *manivelas* dispuestas en ángulo recto para evitar así los puntos muertos. La caldera comprende el *hogar*, donde se realiza la combustión, el *cuerpo cilíndrico*, con el *haz tubular* para la circulación de los gases, y la *caja de humos*, que, provista de un escape destinado a la salida del vapor procedente de los cilindros, proporciona un tiro muy potente y, por consiguiente, una mejor combustión. Tiene además elementos auxiliares constituidos por diferentes *válvulas de seguridad*, el *domo de vapor* y el *silbato*. El combustible empleado es el carbón, fragmentado o pulverizado.

La mayoría de las líneas de ferrocarril están actualmente electrificadas, sobre todo las de tráfico muy denso, alternándose este sistema con el de las locomotoras equipadas con un motor Diesel. Las primeras máquinas eléctricas funcionaban con una corriente continua de 1 500 V, pero el tendido aéreo resultaba muy costoso y se prefirió, después de 1945, el uso de corriente alterna con una tensión de 25 000 V y la instalación de catenarias. La locomotora, en este caso, ha de ir provista de *transformadores* que reducen la tensión, así como de *rectificadores* destinados a convertir la corriente en continua, y la vía misma constituye el conductor de retorno para la corriente captada por el *pantógrafo*. En la tracción eléctrica, más económica que la producida por el vapor o por el motor Diesel, las

Fot. Algar



Fot. J. Bottin

La locomotora de vapor ha sido durante mucho tiempo el único vehículo existente para la tracción de los trenes.



Fot. Fronval

Locomotora equipada con motor Diesel de cuatro tiempos.

Fot. Lauros



Sala de regulación del tráfico ferroviario en una estación.

Fot. Larousse



Tren especial para transportar automóviles.

Fot. Larousse



Vagones con plataformas destinadas a contenedores.

Fot. S.N.C.F.



Transbordador marítimo surcando los mares.

máquinas pueden entrar en funcionamiento en cualquier momento, son más limpias y de mantenimiento más fácil que las otras, además de permitir un aumento considerable de la velocidad. Estos vehículos tienen una potencia mínima de unos 2 000 CV y alcanzan los 8 000 CV cuando han de arrastrar grandes trenes a más de 200 kilómetros por hora.

Material rodante. — El *material rodante* de un ferrocarril, además de las locomotoras, comprende diferentes tipos de coches para viajeros, más o menos lujosos (calefacción, aire acondicionado), coches cama, coches restaurante y vagones de mercancías adaptados a diversos servicios (cisternas, frigoríficos, basculantes, para transportar ganado, contenedores o vehículos automóviles, etc.).

La madera, utilizada antiguamente en la construcción, ha sido sustituida por el acero, y los pares de ejes, que constituyen los *bogies* o *carretones*, han venido a reemplazar los ejes sencillos empleados en el pasado. Los coches, unidos por *enganches* especiales, que pueden ser automáticos, se comunican entre sí por *fuelles* a través de los cuales el viajero puede pasar de uno a otro sin correr el menor peligro. El conductor, gracias al sistema de frenado por aire comprimido, detiene el tren desde la misma locomotora mediante la presión de las *zapatas* en las llantas de todos los vagones.

Señalización. — La *señalización* de la vía férrea, que garantiza la seguridad de la circulación, consiste en una serie de señales luminosas, mandadas a distancia, de colores convencionalmente escogidos : verde para la vía libre, naranja para la disminución de la velocidad y rojo para la parada. Existen asimismo otros mecanismos, como ciertas señales sonoras que hace funcionar la misma locomotora al pasar por contactos eléctricos situados en los rieles.

El aumento de velocidad y la necesidad de una explotación sistemática de la red han conducido a la regulación centralizada del tráfico. Una computadora puede dirigir los diversos movimientos de los trenes, controlar la señalización y efectuar a distancia el cambio de agujas o la bajada y subida automática de las barreras en los pasos a nivel, permitiendo de este modo conseguir el máximo rendimiento de una vía única por la que circulan trenes en direcciones opuestas.

Servicios del ferrocarril y tarificación. — Los ferrocarriles ofrecen servicios cada vez de mejor calidad. El transporte tanto de viajeros como de mercancías perecederas se beneficia del aumento alcanzado por la velocidad, que, en trenes regulares, supera los 120 km/h, incluso teniendo en cuenta las paradas.

Las mercancías se llevan en un material rodante muy especializado (vagones isotermos, plataformas especiales para automóviles, unidades propias para productos a granel, contenedores, etc.), y los *transbordadores marítimos (ferry-boats)* permiten el envío directo y rápido de productos a través del mar, sin necesidad de manipulaciones peligrosas ni de cambio de vagón durante el trayecto, como sucede, por ejemplo, con las naranjas cargadas en Valencia (España) con destino a Londres.

Existen *trenes de pasajeros, de mercancías* y *mixtos*. Los primeros suelen dividirse, según la velocidad y el número de paradas, en *expresos, semi-directos* y *correos*. Los viajeros, mediante suplementos de precio, tienen la

Fot. R. Tallon



Fot. Algar



Ferrocarril metropolitano en Madrid.

Moderno metro en la Ciudad de México.

facultad de escoger diferentes clases de servicio (coches cama, literas, primera y segunda clase). La tercera clase ha desaparecido de casi todas las redes ferroviarias. Los segundos transportan sólo mercancías, y los terceros viajeros y mercancías, realizando numerosas paradas en el trayecto en perjuicio de la velocidad media.

Las compañías ferroviarias establecen normas de *tarificación* muy precisas para las mercancías, en las que la distancia representa, evidentemente, un factor determinante para el cálculo del precio, aunque también se tienen en cuenta otros elementos. El transporte de materiales pesados, como el carbón y los minerales, se beneficia de condiciones más favorables, con objeto de facilitar el desarrollo de las industrias metalúrgicas, mientras que el de los artículos fabricados y de consumo no goza de esta misma ventaja.

Ferrocarriles especiales. — Circunstancias y necesidades de diversa índole han llevado a la construcción de ferrocarriles especiales, algunos de los cuales se describen a continuación.

Los *ferrocarriles metropolitanos,* destinados al servicio urbano en los grandes núcleos de población, circulan a través de túneles subterráneos para evitar los problemas causados por la congestión del tráfico de superficie, pero presentan el inconveniente de que el costo del kilómetro de línea es muy elevado. Adaptándose a la topografía de las ciudades, algunos tramos están construidos a cielo abierto, en trincheras o, menos frecuentemente, sobre estructuras aéreas soportadas por grandes pilares.

La primera línea de metro funcionó en Londres (1863), y pronto otras ciudades adoptaron este sistema, entre ellas Nueva York (1885), París (1900), Berlín, Madrid (1919), Barcelona (1924), Moscú (1935), Tokio, Osaka, Buenos Aires, Bruselas (1969), Roma y México (1969). También tienen este medio de comunicación urbana Atenas, Budapest, Viena, Estocolmo, Francfort, Glasgow, Hamburgo, Estambul, Kiev, Leningrado, Lisboa, Milán, Rotterdam, Oslo, Boston, Cleveland, Chicago, Filadelfia y Montreal. Nuevos ferrocarriles están proyectados o en estado de construcción en Montevideo, Caracas, Lyon, Río de Janeiro, São Paulo, Sevilla, etc.

El *ferrocarril de cremallera,* utilizado para subir pendientes del 10 % o superiores, consta de un tercer carril en el centro, con dientes o resaltes sobre los que engrana un piñón de la locomotora para paliar la falta de adherencia de las ruedas en las vías.

El *monorraíl* o *monocarril suspendido* tiene vagones suspendidos de un riel o viga situado a cierta altura.

El *ferrocarril Alweg,* en el que los vehículos cabalgan en cierto modo sobre una amplia viga de hormigón armado, tiene gran estabilidad gracias a las ruedas o rodillos neumáticos dispuestos tanto en el plano vertical como en el horizontal. Ha alcanzado velocidades del orden de los 300 km/h.

El *aerotrén,* todavía en período experimental, se desliza por una vía similar interponiéndose un cojín de aire entre ella y el vehículo, lo que reduce la resistencia al mínimo. La propulsión se efectúa por medio de una hélice, por reactor o también por un motor eléctrico lineal, y proporciona una velocidad de unos 400 km/h.

Fot. Berretty-Rapho



El aerotrén se desliza por una sola vía de hormigón.

Fot. Larousse



Fot. Rekos



Bajada de un funicular.

Telesilla en San Carlos de Bariloche, importante centro turístico argentino.

Los *funiculares,* cuyos coches o vagones ruedan sobre carriles gracias a la tracción ejercida por cables que se arrollan en un tambor accionado por un motor eléctrico, se utilizan para ascender por rampas muy empinadas. Algunos modelos utilizan la acción de la gravedad mediante un contrapeso que provoca el descenso y la subida, respectivamente, de dos vagones unidos a cada extremo del mismo cable.

Los *teleféricos* o *ferrocarriles aéreos,* consistentes en vagonetas o cabinas suspendidas de un cable o carril, se emplean para el transporte de pasajeros en regiones montañosas. Se llaman también *telesillas,* en las estaciones de esquí, si las cabinas se sustituyen por asientos individuales.

Citaremos en último lugar el *tren articulado ligero (Talgo),* notable aportación de la técnica española, en el que la especial disposición de las unidades con estructura articulada triangular permite tomar las curvas a grandes velocidades. Fue inventado por el ingeniero Alejandro Goicoechea e inició el servicio en 1950.

Automóvil

El vehículo *automóvil* terrestre, cuyo modelo por excelencia es el coche de turismo, nació a finales del siglo XIX, a raíz del invento del motor de explosión. Entre las primeras realizaciones se encuentran el diseñado por el alemán Gottlieb DAIMLER (1834-1900), dotado con un motor de cuatro tiempos (1885), y otro concebido por su compatriota Carl BENZ (1844-1929), que presentaba la característica de ser movido por un motor de gasolina. El francés René PANHARD (1841-1908), sirviéndose de las técnicas de Daimler, fabrica en 1891 un vehículo provisto de transmisión por engranajes y cambio de velocidades con tres combinaciones.

Los perfeccionamientos alcanzados a partir de entonces son muy numerosos e importantes y afectan de modo especial al rendimiento, comodidad, robustez y estética. No obstante, los principios esenciales del funcionamiento del automóvil continúan siendo los mismos :

Teleférico de Montserrat (Barcelona).

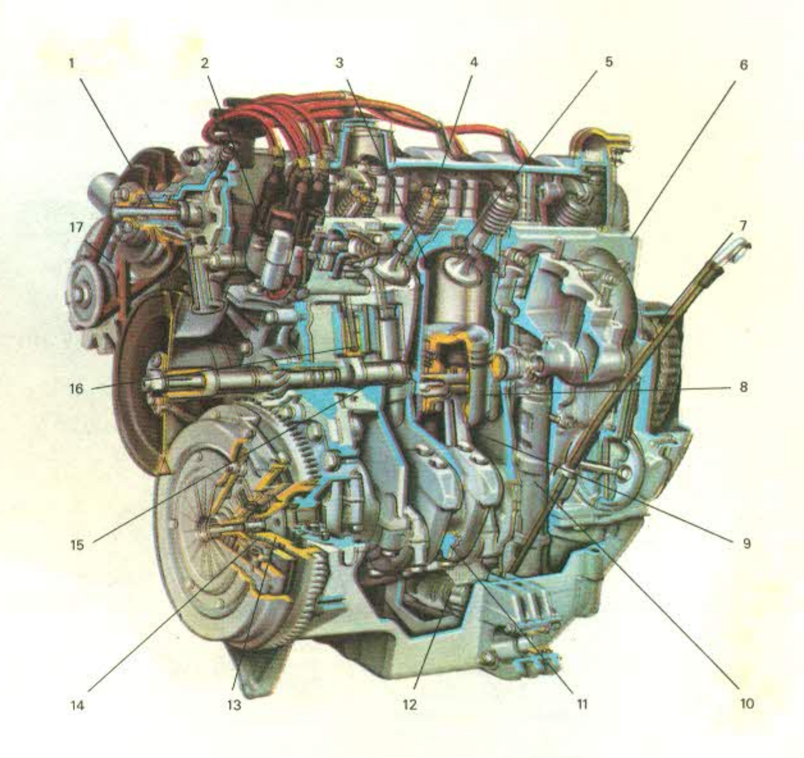
Fot. Larousse



El « Talgo », tren articulado ligero, pasa por una estación.

Fot. Algar





Corte de un MOTOR DE EXPLOSIÓN : 1. Bomba hidráulica para aumentar la refrigeración del motor; 2. Cabeza del encendido que provoca la inflamación de los gases procedentes del carburador; 3. Cilindro donde se realiza la combustión de los gases; 4. Válvula que abre y cierra los orificios de admisión o escape en la cámara de combustión; 5. Bujía que hace saltar la chispa en la cámara de combustión; 6. Culata que cierra los cilindros por la parte en la que se efectúa la compresión; 7. Cadena de distribución; 8. Pistón o émbolo que se mueve dentro de un cilindro; 9. Biela que transforma el movimiento alternativo rectilíneo del pistón en movimiento rotativo del cigüeñal; 10. Dispositivo de mando de la bomba de aceite destinada a lubricar los diversos órganos del automóvil; 11. Apoyo o palier que transmite el movimiento de la caja del diferencial a las ruedas motrices; 12. Bomba de aceite; 13. Volante del motor en el extremo del cigüeñal; 14. Disco del embrague; 15. Árbol de levas; 16. Pulsador; 17. Alternador.

motor de pistones alimentado por un carburante líquido, caja de cambios, diferencial, cuatro ruedas, de las cuales dos son motrices, y dirección accionada por un volante.

Motor

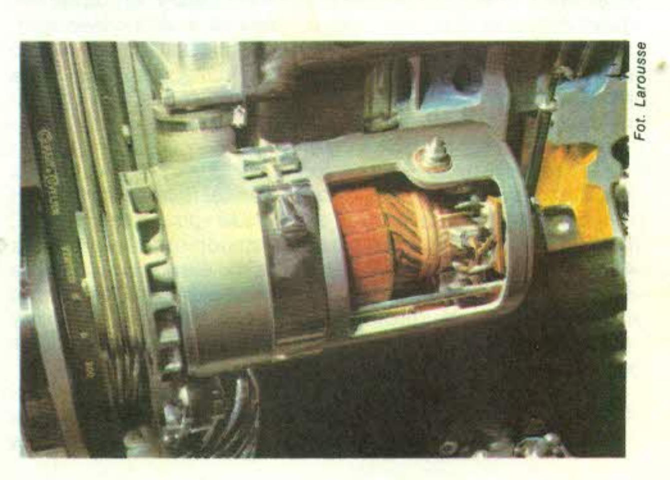
El tipo más empleado es el de *cuatro tiempos,* dotado en general de cuatro cilindros en Europa y de seis en los Estados Unidos. Algunos vehículos, en particular la mayoría de los camiones y cierto número de turismos, llevan uno de combustión interna de alta compresión, carente de carburador y de sistema de encendido, que recibe el nombre de Diesel y funciona con aceites pesados o gasóleo. La mayor parte de las motocicletas disponen, lo mismo que algunos coches pequeños, de motor de explosión de dos tiempos.

Funcionamiento del motor de cuatro tiempos. — El motor de *combustión interna* o *de explosión* se basa en la expansión de los gases causada por la combustión de una mezcla carburante dentro de la cámara del cilindro. Estos gases ejercen una presión sobre el *pistón* o *émbolo,* que de este modo adquiere un movimiento alternativo.

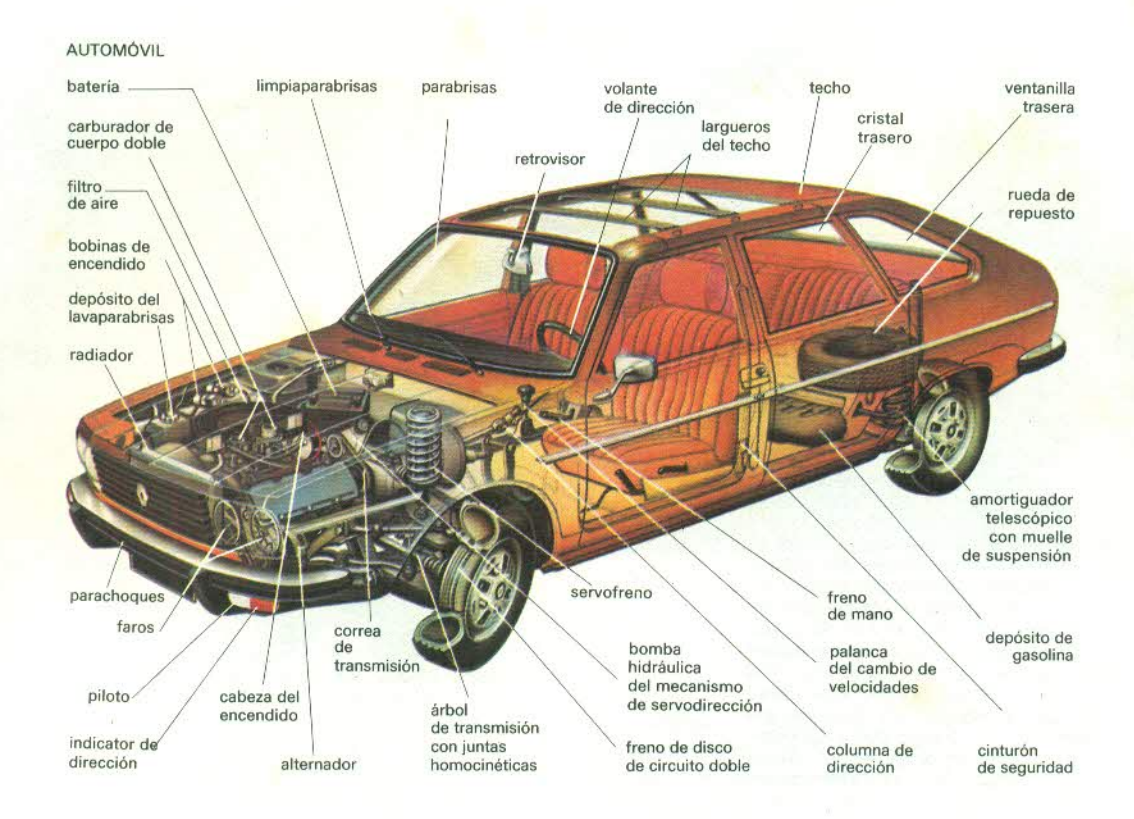
En el motor con ciclo de cuatro tiempos se distinguen las siguientes fases : *admisión,* en la que el pistón, arrastrado por el cigüeñal, desciende y aspira la mezcla carburante; *compresión,* o subida del émbolo, que comprime la mezcla; *explosión,* momento en que la mezcla se inflama a consecuencia de una chispa eléctrica que salta entre los electrodos de la bujía y los gases empujan el émbolo al dilatarse; y *escape,* cuando el pistón sube de nuevo y expulsa los gases de combustión. La apertura de las válvulas de admisión y escape y la chispa eléctrica se producen automáticamente por medio de unos mecanismos sincronizados con el cigüeñal.

Cigüeñal. — El *cigüeñal,* parte esencial del motor, sirve para transformar el movimiento alternativo de los pistones en otro rotativo. Es un eje provisto de codos entre los cuales se articulan las cabezas de las *bielas,* piezas que, en el momento de la explosión, reciben la presión de los émbolos y la transmiten. Al estar sometido a un trabajo intenso, debe fabricarse con un material de excelente calidad y estar muy equilibrado para no sufrir vibraciones en su giro rápido. Se fija en el cárter superior por medio de varios *cojinetes* y, además de llevar unos contrapesos, está dotado de un volante que regulariza su movimiento. Acciona al mismo tiempo una serie de órganos auxiliares como la dinamo o el alternador, el árbol de levas, la bomba de refrigeración, el distribuidor y el ventilador.

Biela y pistón. — El pie de la *biela* va unido al *pistón* por una varilla cilíndrica (eje), y estas dos piezas han de estar fabricadas con una aleación ligera a fin de reducir la inercia producida por los rápidos movimientos alterna-


Fot. Larousse

La dinamo produce la corriente necesaria para los diferentes órganos y accesorios eléctricos del automóvil.



tivos. El pistón puede desplazarse dentro del cilindro gracias a una holgura del orden de la centésima de milímetro y está rodeado de varios segmentos que aseguran la estanqueidad frente a los gases.

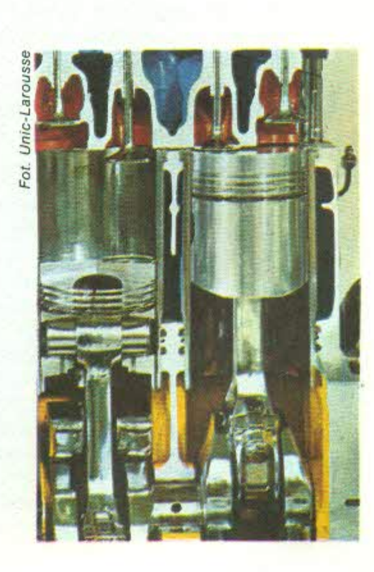
Culata y órganos anejos. — La *culata*, que cierra el bloque de cilindros por la parte donde se efectúa la compresión y la explosión, se encuentra aislada por una junta elástica de cobre y amianto. Se halla sometida a temperaturas elevadas y requiere, por tanto, una refrigeración efectuada por un circuito de agua que va del radiador al motor. En algunos modelos se utiliza un líquido especial y, en otros, esta acción la lleva a cabo simplemente el aire.

Deben mencionarse también, entre los órganos relacionados con el motor, un sistema de *distribución*, que controla por medio de válvulas la entrada y salida de los gases frescos y quemados, las *válvulas de escape* que, construidas con metales refractarios, están en contacto con gases calientes, y un *árbol de levas*, que gira paralelamente al cigüeñal y manda todos los movimientos de éste.

Carburación y encendido. — La mezcla de la gasolina con el aire se efectúa en el *carburador*. Un dispositivo de *encendido*, accionado por una batería, produce una corriente de alta tensión en una bobina eléctrica. Ésta hace saltar, entre los electrodos de una bujía situada en la cámara de combustión, una chispa en un momento muy preciso de la rotación del motor y provoca la inflamación de los gases comprimidos en los cilindros.

Un sistema continuo de circulación de aceite a través de los cilindros, apoyos y distribuidor lubrifica estos importantes órganos. El conjunto se completa con un pequeño motor eléctrico de arranque, con un filtro de aire y con un tubo de escape provisto de uno o varios silenciadores. A pesar de todo, las vibraciones son inevitables y, para paliarlas, el motor se fija al vehículo por medio de puntos elásticos.

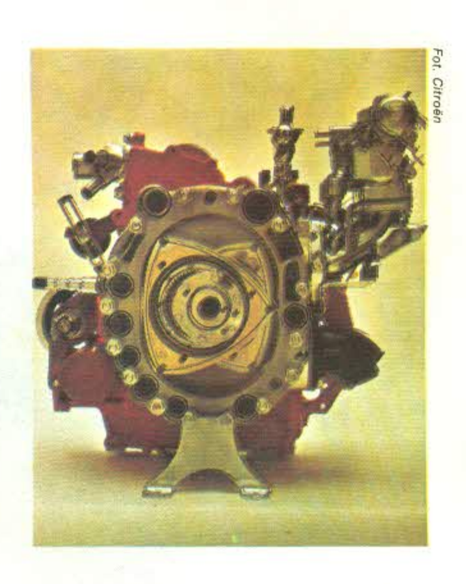
Los motores actuales, caracterizados por un elevado *índice de compresión* (relación entre el volumen de la cámara de combustión y el del cilindro), giran a gran velocidad, de 5 000 a 8 000 revoluciones por minuto, y tienen una potencia elevada, si se compara con la cilindrada, es decir, con el volumen útil de los cilindros.


Fot. Unic-Larousse

Cilindro, pieza fundamental del motor, cerrado en un extremo por la culata y en cuyo interior se mueve el pistón.


Fot. General Motors


Coche deportivo equipado con un motor rotativo.


Fot. Citroën

Motor de pistón rotativo NSU-Wankel.

Otros motores. — Existen otros motores, además del clásico que se acaba de describir, como el *rotativo Wankel*, bastante utilizado a partir de 1960. Éste es también de cuatro tiempos, pero tiene un pistón triangular, con los lados curvos, que gira excéntricamente dentro de una cavidad elipsoidal. Presenta las ventajas de no ser tan pesado ni voluminoso como los tradicionales y de carecer de vibraciones, pero adolece de algunos inconvenientes, como la complejidad de su fabricación, la necesidad de tener superficies muy resistentes al desgaste, la dificultad en conseguir una estanqueidad completa y el elevado consumo de carburante.

Sin contar la *turbina de gas*, cuyos ensayos no han dado todavía resultados dignos de tenerse en cuenta, salvo en algunos modelos de camiones pesados en los Estados Unidos, merece citarse asimismo el *motor eléctrico*. Éste, a pesar de reunir muy buenas condiciones de utilización (limpieza y funcionamiento silencioso), no se fabrica aún en serie a causa de los problemas planteados por el almacenamiento de energía en baterías de acumuladores, que hacen aumentar demasiado el peso de los vehículos por la marcha algo brusca de los mismos y por su autonomía muy limitada.

El *motor Diesel*, que carece, como se ha dicho anteriormente, de sistema de encendido y de carburador, puede ser de cuatro o de dos tiempos. Se utiliza cada vez más en los camiones pesados por su alto rendimiento (un 35 % aproximadamente) y el consumo de un combustible mucho más económico que la gasolina. Este último (gasóleo) se inyecta a presión elevada dentro de la cámara de combustión, donde se mezcla con el aire puro al final de la compresión, produciendo el encendido debido a la alta temperatura alcanzada. El sistema empleado necesita órganos muy resistentes, capaces de soportar fuertes presiones, y dispositivos de compresión del aire y de insuflación del combustible, de fabricación costosa. No obstante, los constantes perfeccionamientos en la construcción de estos motores han permitido que un número cada vez más elevado de vehículos ligeros y semipesados los hayan adoptado.

Transmisión

Embrague. — El *embrague*, órgano que relaciona el cigüeñal con el cambio de velocidades, interviene en la transmisión del movimiento motor a las ruedas. Gracias a él, es posible desconectar a voluntad el motor, con objeto de cambiar de velocidad, sin interrumpir de ninguna manera el movimiento de éste.

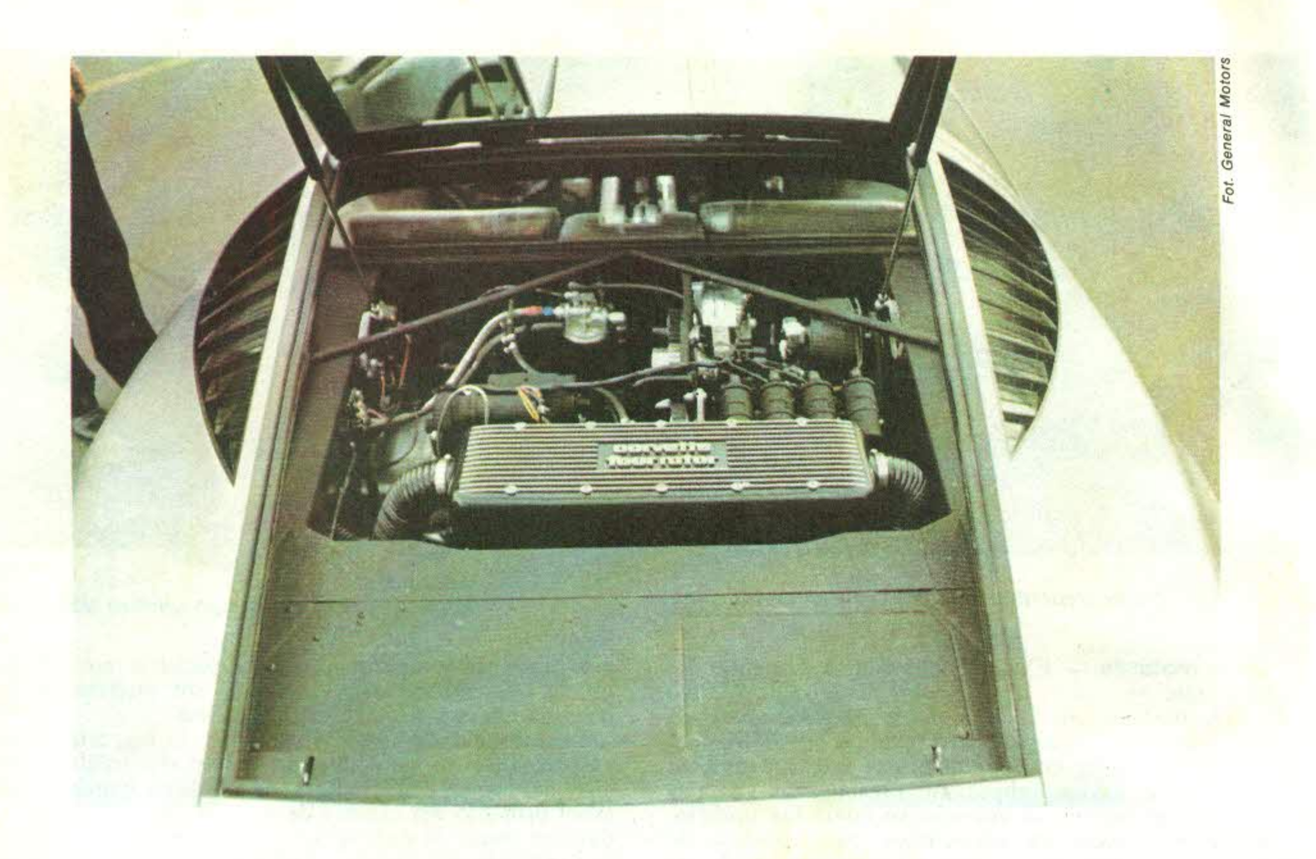
El *embrague de disco*, utilizado en la mayoría de los automóviles, se compone de una parte solidaria del cigüeñal (volante del motor), de un disco que lo es del árbol primario del cambio de velocidades, de una pieza circular (masa de embrague), que oprime el disco contra la superficie del volante mediante unos resortes, y de unos *balancines* que comprimen estos últimos cuando se aprieta el pedal, al desembragar, apartando la masa de embrague y dejando libre el disco. Este tipo de embragues, que puede tener varios discos, funciona en seco o en un fluido.

El acoplamiento en los *embragues centrífugos* se verifica mediante la rotación, creadora, a su vez, de una fuerza centrífuga que hace que unas masas se adhieran al interior de un tambor. Existen también *embragues automáticos*, servidos por órganos eléctricos o hidráulicos, en los que es completamente innecesario ejercer presión alguna sobre el pedal.

Caja de cambios. — La *caja de cambios* o *cambio de velocidades* sirve para modificar la relación de desmultiplicación y permite obtener, según pidan las circunstancias de la marcha del vehículo, el máximo de potencia y el mínimo de velocidad (primera) o menor potencia y mayor velocidad (segunda, tercera y cuarta). También existe la *marcha atrás*, que hace retroceder el automóvil invirtiendo el movimiento normal de éste.

La caja consta de dos árboles, provistos de ruedas dentadas y situados en línea, además de un tercero, llamado *intermedio*, colocado paralelamente, que lleva un número de piñones igual al de combinaciones o marchas del vehículo. El *primario* está acoplado con el embrague, y el *secundario*, cuyas ruedas pueden deslizarse por unas ranuras, va unido al eje de transmisión. La palanca del cambio de velocidades, generalmente fijada al suelo o al volante de dirección, permite, previo desembrague del árbol motor, seleccionar el piñón desplazable y hace que éste se deslice hasta engranar con otro del árbol intermedio, que conecta con el primario.

Existen también, al igual que en el embrague, cajas de cambios automáticas, que seleccionan y engranan la velocidad más apropiada en función del régimen del motor. El mecanismo de éstas presenta cierta compleji-



El Chevrolet «Corvette», que cuenta con un motor de cuatro rotores y de 390 CV, sobrepasa la velocidad de 240 km.

dad, pero ha llegado a perfeccionarse de tal modo que cada vez es mayor el número de vehículos equipados con este dispositivo.

El movimiento se transmite, a través del *diferencial,* conjunto formado por una corona dentada y unos piñones cónicos llamados satélites, a las ruedas motrices, para que éstas puedan girar a velocidades diferentes en el momento de tomar un viraje, evitándose de esta manera que puedan patinar sobre el suelo.

Otros elementos

Ruedas. — Las *ruedas,* además de sostener el vehículo, desempeñan funciones muy importantes relacionadas con la dirección, la propulsión y el frenado. Las que se encuentran en un mismo eje deben estar en planos paralelos ya que, en caso contrario, disminuiría la estabilidad del auto y los neumáticos se gastarían rápidamente.

Los *neumáticos* consisten en una cubierta de caucho vulcanizado cuya *banda de rodadura* lleva unas ranuras para facilitar la buena adherencia al suelo. Generalmente tienen una *cámara,* tubo de goma que se infla por medio de una válvula. El mantenimiento de la presión requerida en las ruedas traseras y delanteras garantiza la estabilidad del automóvil y la duración de los neumáticos.

Dos ruedas del mismo eje, en un vehículo que tiene cuatro, reciben el impulso del motor *(ruedas motrices).* Las traseras desempeñan casi siempre esta función y las delanteras sólo sirven para la dirección, aunque es frecuente en la actualidad que estas últimas cumplan ambas misiones. En este caso, para transmitir fuertes potencias a unas ruedas que efectúan movimientos angulares de hasta 40º, se emplean *juntas homocinéticas universales,* consistentes en dos articulaciones del tipo Cardán entre las que se interpone un árbol. La tracción delantera, utilizada a veces en los coches pequeños y medianos, ofrece la ventaja de proporcionar mayor estabilidad, al descender el centro de gravedad, y de ganar espacio en la parte inferior de la carrocería, al ser innecesario el abultado árbol de transmisión que, en los coches de propulsión clásica, pone en comunicación la caja de velocidades con el puente trasero.

Dirección. — La *dirección* del vehículo consta de un *volante* unido a una columna en cuyo extremo inferior un tornillo sin fin engrana con un sector dentado. El movimiento se transmite a las ruedas delanteras por medio de bielas, articuladas por lo común en rótulas provistas de amortiguadores.

Este mecanismo que posee una desmultiplicación, tanto más acusada cuanto más lento y pesado es el vehículo, hace necesario dar varias vueltas al volante para obtener que gire lo más posible el automóvil. Los ángulos máximos que pueden adoptar las ruedas en uno u otro sentido en relación con la posición normal reciben el nombre de *ángulos de giro.* Mientras menor sea el *radio de giro,* es decir, el de la circunferencia mínima descrita por la rueda exterior del coche, más fácil será el manejo de éste.

La dirección se ejerce de modo independiente en cada una de las ruedas porque éstas no tienen el mismo giro y deben, no obstante, seguir trayectorias paralelas para no patinar. La rueda situada al interior ha de girar, por consiguiente, más que la exterior y esto se logra mediante una disposición especial de las bielas que salen del cárter de dirección y transmiten el impulso de propulsión a las ruedas motrices.

Suspensión. — La *suspensión* de un vehículo, basada en una serie de órganos mecánicos y elásticos interpuestos entre las ruedas y el bastidor, sirve para repartir el peso entre los puntos de apoyo sobre el suelo, amortiguar las sacudidas provocadas por las desigualdades del camino y asegurar la comodidad de los pasajeros.

La mayor parte de los sistemas de suspensión existentes utilizan *ballestas* o *muelles helicoidales.* Las primeras se articulan al bastidor con bielas o bloques de caucho especial *(silentblocs)* y los segundos suelen ir montados entre dos cubetas, una de las cuales va unida al bastidor y la otra al brazo de conexión entre éste y el soporte de la rueda. Las oscilaciones del dispositivo se moderan mediante la colocación de *amortiguadores* hidráulicos. Los muelles pueden sustituirse por *barras de torsión* de acero muy elástico fijadas al bastidor de tal modo que absorban los movimientos angulares producidos en el otro extremo unido a las ruedas. La *suspensión hidroneumática* de algunos vehículos se funda en el mismo principio que el del muelle helicoidal, pero, en este caso, una esfera de caucho, llena de un fluido especial, hace las veces de resorte. Este sistema proporciona mayor flexibilidad y mantiene constante, cualquiera que sea la carga, la altura del chasis con respecto a la superficie del suelo.

Todos los automóviles actuales van equipados con suspensión independiente en cada una de las cuatro ruedas para evitar así que las oscilaciones recibidas por alguna de ellas se transmitan a las demás y para conseguir una marcha más suave y un mejor control del vehículo por el conductor.

Frenos. — Los *frenos,* destinados a detener el vehículo o aminorar la velocidad, funcionan por frotación o por la presión ejercida en las ruedas o en el eje de éstas. Los automóviles actuales tienen *frenos de tambor* o de *disco.* Los primeros constan de un *platillo* fijo con *zapatas,* forradas de amianto o de cualquier otro material muy resistente al calor generado por la fricción, que se aplican contra la parte interior del tambor solidario de la rueda. El roce de los elementos transforma la energía cinética en calor, provocando en un espacio de tiempo bastante corto la deformación de la zapata, además de la dilatación del tambor, con la consiguiente pérdida de eficacia en el frenado. Los segundos tienen segmentos planos que se aplican sobre las caras también planas de un disco, lográndose de este modo disminuir notablemente el rozamiento y suprimir las deformaciones capaces de reducir las superficies de contacto. Este sistema tiene gran potencia y es muy eficaz.

El mando del freno se realiza por medio de un pedal, que, en los primeros tiempos del automóvil, accionaba las zapatas valiéndose de una serie de palancas y cables, pero la misma transmisión se efectúa ahora gracias a un mecanismo hidráulico. Este sistema expulsa de un depósito central un líquido especial para inyectarlo en cilindros provistos de émbolos y éstos comprimen las zapatas del freno contra el tambor o el disco.

Hay que mencionar asimismo, al ser muy utilizado por los conductores cuando bajan una pendiente, el llamado *freno motor.* Éste funciona soltando el acelerador o engranando la primera o la segunda para conseguir que sea inferior a la del vehículo la velocidad propia del motor. Éste se ve arrastrado por las ruedas, pero opone cierta resistencia por el roce de sus piezas en movimiento; la depresión en los cilindros frena además los émbolos y, por consiguiente, la rotación de las ruedas.

El empleo de esta forma de frenado evita el desgaste rápido de las zapatas y proporciona al mismo tiempo mayor seguridad.

En ciertos vehículos, sobre todo en los camiones pesados, la fuerza ejercida por el pie del conductor se sustituye por un dispositivo, llamado *servofreno,* que puede ser *de depresión, de compresión* o *hidráulico.* En el último caso, una bomba movida por el motor comprime el aceite y éste hace lo mismo con el émbolo. El frenado se distribuye proporcionalmente entre cada rueda, aumentando de este modo las garantías de seguridad.

El *freno de mano,* utilizado durante el estacionamiento del vehículo, consiste en unas simples zapatas que oprimen las ruedas y se acciona por una palanca, cuya posición se mantiene fija mediante un trinquete.

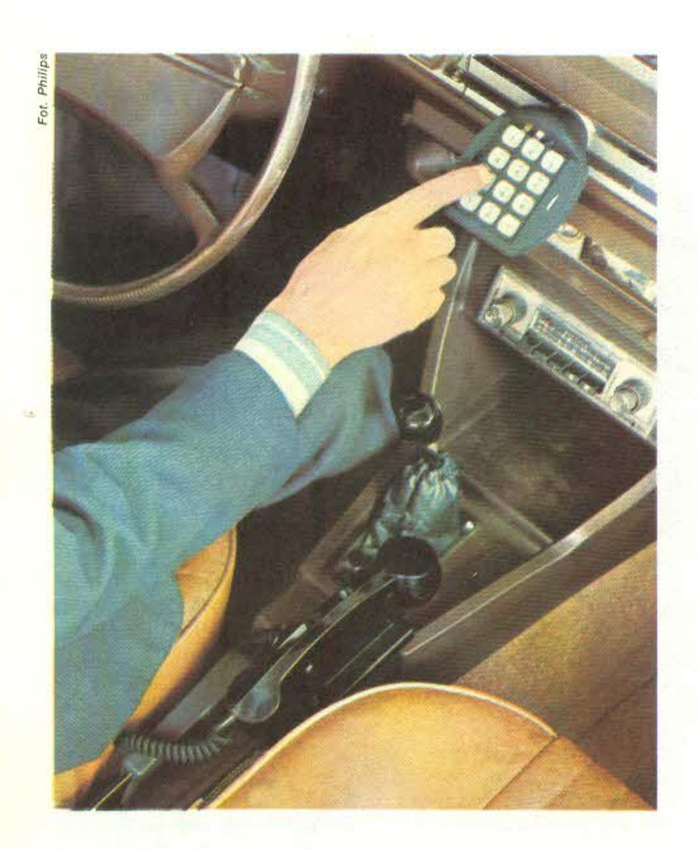
Bastidor y carrocería. — El *bastidor,* armazón de acero o de aleaciones ligeras de gran resistencia que sirve de soporte al motor, a la transmisión y a la carrocería, consta casi siempre de dos largueros laterales y paralelos, unidos por travesaños y provistos de elementos angulares de refuerzo. Ha de tener la mayor rigidez posible para resistir a la torsión o a la flexión que podrían producirse durante la marcha del vehículo a causa de las desigualdades del terreno.

La *carrocería,* asentada sobre el bastidor, cubre el motor y constituye el habitáculo para el transporte de pasajeros o carga. La línea de las primeras que se construyeron se inspiraba en las formas de los coches de caballos, pero pronto los diseñadores dejaron de imitarlas. En la actualidad no existe una separación entre esta parte del automóvil y el bastidor, ya que se reúnen cada vez más ambos elementos en un conjunto *monocasco* de acero que se apoya en las ruedas por medio de la suspensión para conseguir una mayor rigidez y proteger así a los pasajeros en caso de accidente. La carrocería propiamente dicha se construye con chapa embutida, de un espesor que suele ser inferior al milímetro, revestida en algunos casos de una capa insonorizante en el interior, y presenta una línea más o menos aerodinámica, aunque hoy se prefieren diseños más cuadrados en los que la parte posterior del vehículo aparece como truncada. Esta forma, menos perfilada, proporciona mayor amplitud y comodidad al pasajero y aumenta la capacidad de carga del portaequipajes.

Los automóviles, según el número de puertas y ventanillas que tienen, pueden dividirse en *cupés* (2 y 2), *coach* (2 y 4), *berlinas* (4 y 4) y *limusinas* (4 y 6).


Fot. X

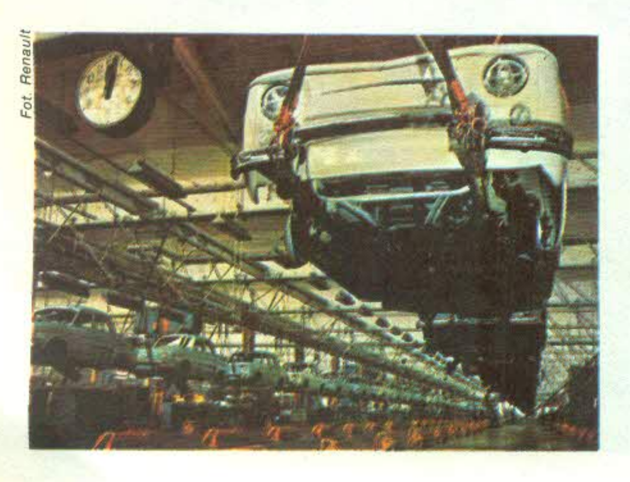
Los diseñadores de automóviles cuidan particularmente la estética y la aerodinámica de los nuevos modelos.



Fot. Philips

Un automóvil, además de otras muchas comodidades, puede estar equipado con radio y teléfono.

Instalación eléctrica. — La electricidad, que desempeña un papel fundamental en el funcionamiento del automóvil, se produce de modo general en una dinamo accionada por el propio motor del vehículo, aunque ahora es frecuente el empleo del *alternador.* En este caso es necesario que haya un *rectificador* ya que la corriente utilizada debe ser continua. Se requiere asimismo, para disponer siempre de una reserva de energía, la presencia de un *acumulador* o *batería eléctrica,* constituido por elementos de plomo en un baño de ácido sulfúrico, cuya tensión de salida suele ser de 6 ó de 12 voltios en los modelos más usuales. Este aparato alimenta el motor de arranque, la bobina del encendido, las luces del vehículo y una serie de accesorios como la bocina, el limpiaparabrisas, el receptor de radio, etc.



Fot. Renault

Cadena de montaje en una fábrica de automóviles.

Accesorios. — Se ha elaborado una normativa internacional relativa a la circulación del automóvil y a las condiciones mínimas que este vehículo debe cumplir para ser homologado. Prescindiendo del Código de Circulación, cuyo contenido no se estudia en esta enciclopedia, se señalarán a continuación algunos de los órganos y accesorios que han de equipar obligatoriamente cada una de las unidades fabricadas.

La *iluminación* se realiza por *faros* proyectores dotados de un dispositivo de mando destinado a seleccionar la luz que corresponda a las circunstancias (posición, carretera o cruce), dos *pilotos* rojos traseros, dos luces de pare *(stop),* que se encienden al frenar, dos luces para las placas de matrícula y dos pares de *indicadores intermitentes,* situados en los laterales delantero y trasero del vehículo. Se suelen colocar también un piloto de color amarillo para señalar que se pone la marcha atrás y, a veces, unos faros antiniebla delanteros.

Otros accesorios que coadyuvan a la seguridad en la conducción son el *velocímetro* del tablero de mandos o salpicadero, los *parachoques,* los *cinturones de seguridad,* los *silenciadores,* etc. También se exige que los frenos tengan suficiente potencia y se impone un límite a la expulsión de gases nocivos, como el monóxido de carbono, contaminantes de la atmósfera. En algunos países los coches sólo pueden circular si satisfacen ciertos requisitos destinados a garantizar la mayor seguridad (cabinas indeformables y columnas de dirección que se doblan en caso de choque).

Industria del automóvil

La fabricación de automóviles, cuya importancia permite juzgar el nivel de desarrollo económico de un país, goza de especial protección por parte de los gobiernos a causa de los ingresos fiscales que supone la venta de cada unidad y porque este sector industrial absorbe gran cantidad de mano de obra en las plantas de montaje y en numerosas otras que suministran diversos elementos.

Condiciones de producción. — La fabricación se ha automatizado y la construcción de automóviles, que requiere una avanzada tecnología, utiliza piezas normalizadas. El tamaño de las factorías ha ido en aumento creciente, y, en nuestros días, la producción se concentra entre varias empresas multinacionales, situadas en unos diez países de gran tradición industrial y con un mercado interior importante, que realizan más del 80 % de los vehículos vendidos. Otros Estados se limitan a carrozar camiones o a montar coches cuyas piezas se importan total o parcialmente.

Este sector industrial goza de un dinamismo extraordinario, a pesar de que no se han producido cambios tecnológicos fundamentales desde los primeros años del siglo XX. La concepción general del automóvil sigue siendo casi la misma, aunque se han logrado mejoras considerables en el motor, suspensión, frenos, carrocería y acabado. Las elevadas inversiones necesarias para el lanzamiento de un nuevo coche llegan a amortizarse debido a los millones de unidades que se fabrican, y los modelos, sobre todo en los Estados Unidos, se suceden a un ritmo bastante rápido. No obstante, las diferencias que puede haber entre ellos se reducen esencialmente a la carrocería o al aspecto general, y tanto la mayoría de las piezas como el funcionamiento son idénticos. Esto permite que los mismos productos se realicen durante varios años sin necesidad de efectuar costosas modificaciones en las cadenas de montaje de las fábricas.

Historia de la fabricación. — Los automóviles empezaron a fabricarse, tal como se hace ahora, un poco antes de la Primera Guerra mundial. Hasta entonces, algunos centros urbanos importantes (Londres, París, Turín) contaban con algunos talleres, cada vez mayores, donde se construían estos vehículos de modo prácticamente artesano y a un precio de coste bastante elevado. Un cambio radical se produce cuando el norteamericano Henry FORD (1863-1947) inicia la fabricación en serie por medio de cadenas de montaje, abriendo mercados nuevos con la disminución del precio del producto terminado.

Las factorías europeas adoptan pronto la manera de producir de los norteamericanos, y puede decirse que la democratización del coche empieza a partir de 1919. Después de la Segunda Guerra mundial (1939-1945), que había provocado la casi interrupción de la fabricación de vehículos para uso civil, la demanda comienza a crecer y los fabricantes se valen de los progresos técnicos realizados durante el conflicto bélico para renovar los métodos empleados. Las empresas de tipo medio siguen existiendo aún unos años, pero la competencia entre los constructores y el aumento de las exigencias de los compradores conducen de modo inevitable a la concentración de la industria del automóvil. Esta tendencia, que empieza a manifestarse claramente entre los años 1960 y 1970, culmina en la década siguiente.



Fot. Europe Contact (Museo de Roche Taillée)

Modelo de automóvil creado por Henry Ford en el año 1927.

Principales centros productores. — Las inmensas urbes de los países desarrollados, por contar con una mano de obra especializada y constituir asimismo un amplio mercado, son particularmente adecuadas para la creación de fábricas de automóviles, y también lo son las zonas donde existen plantas de construcciones mecánicas, que pueden suministrar, a precios muy competitivos, grandes series de determinadas piezas.

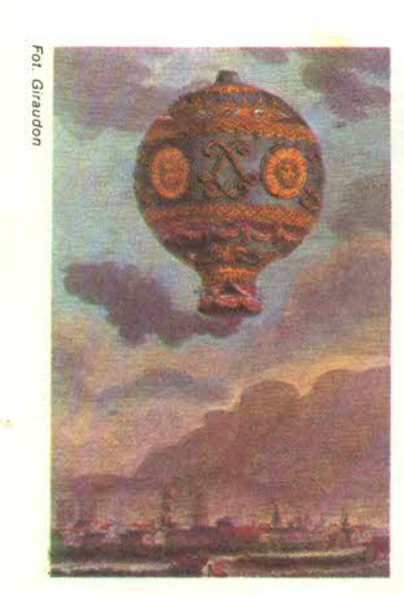
Los principales centros productores son Detroit en los Estados Unidos, Birmingham y Coventry en el Reino Unido, París y Lyon en Francia, y Stuttgart, Munich, Francfort, Colonia, Hamburgo, Bremen y Wolsburg en Alemania. Mención especial merecen Italia, con el complejo industrial de la compañía Fiat en la ciudad de Turín, y Japón, en el que se ha creado en los últimos veinte años una nueva industria del automóvil, capaz de competir en calidad y precios con cualquiera de las naciones antes citadas. El impulso recibido por este sector en estos dos países ha sido posible gracias al nivel de vida alcanzado por sus respectivas poblaciones y al consiguiente incremento de la demanda. Este mismo fenómeno se ha producido en España a partir de 1960. Varias firmas han montado factorías en Barcelona, Valladolid, Madrid, Vigo, Pamplona, Almusafes (Valencia) y Figueruelas (Zaragoza), y la producción de vehículos, que ha aumentado de modo vertiginoso, ya ha sobrepasado el millón de unidades. El continente iberoamericano se ha incorporado también a este movimiento con la instalación de plantas de montaje o fabricación en Argentina, Chile, Brasil, Venezuela, Perú, Colombia y México.

Es dudoso que la supremacía de los antiguos centros europeos y norteamericanos se mantenga en los próximos decenios. La utilización de nuevos materiales y los progresos de la automatización modificarán las condiciones actuales de implantación de grandes factorías. Por otra parte, sería necesario revisar profundamente el concepto mismo de automóvil, dadas las dificultades surgidas a causa de la utilización masiva de éstos, que plantea complicados problemas de muy difícil solución.

Planta de fabricación de automóviles en la ciudad colombiana de Medellín, capital del departamento de Antioquia.

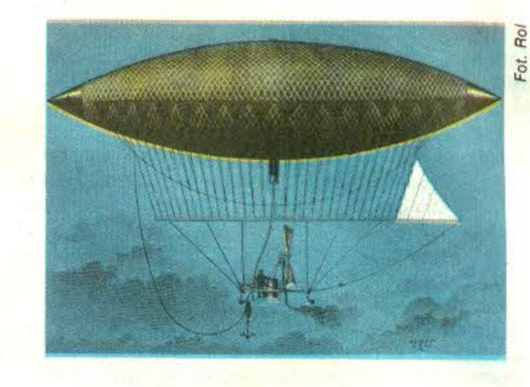


Fot. Picon



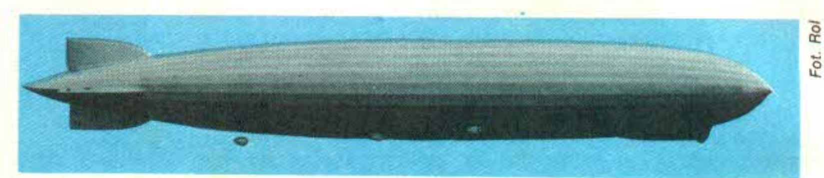
Fot. Giraudon

Montgolfier (1783).



Fot. Rol

Dirigible de vapor de Giffard (1852).



Fot. Rol

Dirigible «Graf Zeppelin» (1928).

Transporte aéreo

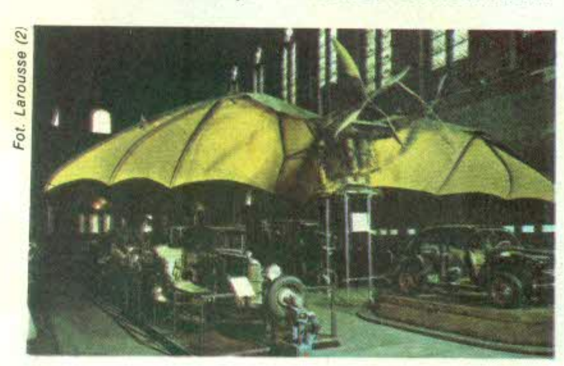
Reseña histórica. — El hombre siempre ha soñado en poder elevarse por los aires, a imitación de las aves, y en la mitología helénica existe la célebre leyenda de Dédalo e Ícaro, en la que este último huye del laberinto de Creta sirviéndose de unas alas de plumas trabadas con cera.

Leonardo de VINCI (1452-1519) estudió los problemas relativos al vuelo y dejó una serie de planos y trabajos referentes al modo de conseguirlo. Sin embargo, la primera ascensión realizada en la Historia se debió a los hermanos Joseph (1740-1810) y Étienne (1745-1799) de MONTGOLFIER, quienes, en 1783, se elevaron, gracias a la fuerza ejercida por el aire caliente producido por una llama, a bordo de un globo construido con tela y papel, abierto por su extremidad inferior y provisto de una barquilla para los pasajeros. Más adelante se utilizó el hidrógeno o el helio, gases menos densos que el aire atmosférico, en aparatos de peso inferior al aire que han caído por completo en desuso y sólo se citan por su valor histórico. Únicamente algunos modelos perfeccionados, como los dirigibles del tipo *Zeppelin*, prestaron servicios de transporte hasta el final de la Segunda Guerra mundial. Varios accidentes graves aconsejaron abandonar este sistema, sobre todo en una época en que la aviación tenía ya un alto grado de perfección.

La aviación se inicia, tras un largo período de investigación, con el avión del francés Clément ADER (1841-1925), propulsado por un motor de vapor, que hizo la primera ascensión en octubre de 1890. El alemán Otto LILIENTHAL (1848-1896) encontró la muerte en uno de los vuelos planeados que efectuó. Los norteamericanos Wilbur (1867-1912) y Orville (1871-1948) WRIGHT equiparon un planeador con un motor de explosión, y con él lograron despegar del suelo (1903) en una playa desierta de Carolina del Norte. El segundo de ellos llegó a volar durante más de una hora en 1909. El brasileño Alberto SANTOS-DUMONT (1873-1932) y el francés Charles VOISIN (1882-1912) realizaron en las cercanías de París vuelos con aparatos provistos de motor (1907). Henri FARMAN (1874-1958), de la misma nacionalidad que el anterior, consiguió en 1908 cubrir una distancia de un kilómetro en circuito cerrado y, unos meses más tarde, estableció el enlace por vía aérea entre las ciudades de Châlons y Reims. Esta época heroica de la aviación se cierra brillantemente el 25 de julio de 1909 con la travesía del Canal de la Mancha por el ingeniero y piloto francés Louis BLÉRIOT (1872-1936).

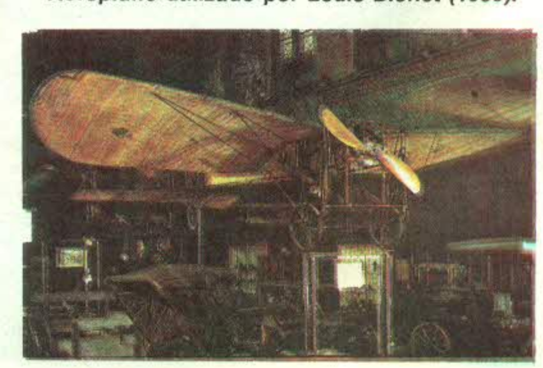
Durante la Primera Guerra mundial, la aviación se desarrolla considerablemente. La línea del avión se va modificando de modo paulatino, y cada año se establecen nuevas marcas en cuanto al espacio recorrido o a la altura alcanzada. En 1923 efectúa su primera ascensión el autogiro diseñado por el ingeniero español Juan de la CIERVA Y CODORNÍU (1896-1936). Una tripulación espa-

Avión construido por el francés Clément Ader.



Fot. Larousse (2)

Aeroplano utilizado por Louis Blériot (1909).



Autogiro diseñado por el español Juan de la Cierva (1923).



ñola, compuesta por el comandante Ramón Franco, el capitán Julio Ruiz de Alda, el teniente de navío Durán y el mecánico Rada, a bordo de un hidroavión llamado *Plus Ultra*, lleva a cabo con éxito la travesía del Atlántico Sur (1926), cubriendo en diecinueve días los 10 mil kilómetros que separan Palos de Moguer (Huelva) de Buenos Aires, con paradas en Las Palmas de Gran Canaria, Cabo Verde, Fernando de Noronha, Pernambuco, Río de Janeiro y Montevideo. Poco tiempo después, los capitanes Lóriga y Gallarza inician la travesía Madrid-Manila y, en 17 etapas, recorren, a lo largo de las costas del Mediterráneo y del continente asiático, 17 mil kilómetros en algo más de 111 horas. Tal vez la hazaña más sensacional de aquellos tiempos sea el vuelo directo entre Nueva York y París (1927), efectuado sin escalas por el norteamericano Charles LINDBERGH (1902-1974). A partir de entonces empiezan a establecerse líneas comerciales que ponen en comunicación las principales ciudades, tanto de Europa como de los Estados Unidos. Se desarrolla también el enlace aéreo intercontinental, distinguiéndose en este terreno la Compañía General Aeropostal francesa, servida por prestigiosos pilotos, que une Francia con algunos países de América del Sur a partir de 1928.

La Segunda Guerra mundial aporta profundas modificaciones técnicas y se produce una verdadera revolución que deja bien atrás los aviones que acaban de reseñarse. Se alcanza, a mucho mayor altitud, velocidades del orden de los 1 000 km/h, los océanos se cruzan con relativa facilidad, los bombarderos y aviones de transporte adquieren capacidades superiores y aparecen los turborreactores y motores de reacción. Al final del conflicto bélico surgen los cohetes teledirigidos alemanes, bautizados con los nombres de V1 y V2, precursores de la futura técnica aeroespacial. (V. ASTRONÁUTICA, capítulo 12 de *Física*.)

Los años de posguerra han visto el vertiginoso desarrollo de la aviación civil, con el uso de reactores que permiten velocidades comerciales de unos 900 km/h. Una enmarañada red de líneas aéreas, con aviones de numerosas compañías, cubre todos los parajes de la Tierra. Este tráfico, particularmente denso en Europa occidental y en América del Norte, hace necesaria la existencia de una amplia y moderna infraestructura y de servicios de ayuda a la navegación aérea. Dos organismos internacionales, la I. A. T. A. (International Air Transport Association) y la O. A. C. I. (Organización de la Aviación Civil Internacional), regulan las relaciones entre las compañías.

Aviación

El *avión*, vehículo más pesado que el aire y capaz de volar, se ha impuesto desde hace mucho tiempo a los globos aerostáticos, habiéndose convertido en el medio de transporte aéreo más común. Consta esencialmente de un *fuselaje alargado*, un par de *alas* para asegurar la sustentación, unos *estabilizadores*, un *timón de cola*, uno o varios *motores* encargados de la propulsión y un *tren de aterrizaje* destinado a permitir que la aeronave se desplace por el suelo de modo semejante a un automóvil.

Aerodinámica. — El avión se sustenta en el espacio aéreo gracias a la acción que ejerce el aire sobre un plano inclinado o *ala*. Ésta tiende a levantarse más cuanto mayores sean su superficie y la velocidad; la intensidad de la *fuerza de sustentación* está en función de la forma o *perfil* que tiene.

Cuatro fuerzas influyen en el vuelo de un avión : el *peso* de éste, dirigido en sentido vertical; la *fuerza de propulsión*, ejercida en la dirección de su eje; la *fuerza de sustentación*, perpendicular al plano de las alas; y la *resistencia al avance*, que frena el movimiento en el sentido del eje del vehículo. La fuerza de sustentación, en vuelo horizontal, ha de equilibrar totalmente el peso, mientras que la de propulsión debe ser superior a la resistencia al avance. Las operaciones de ascenso, descenso o viraje de la aeronave, en el que interviene también la fuerza centrífuga, exigen la realización de una serie de equilibrios.

Alas. — Algunos aviones representan una carga de 400 kg por metro cuadrado de ala y sólo pueden volar si se mueven a una elevada velocidad. Los aparatos lentos requieren, por tanto, una mayor superficie de sustentación. Las *alas*, equipadas con una serie de estabilizadores capaces de modificar la curvatura general para producir un efecto de frenado, están sometidas a la fricción del aire que crea turbulencias. Tienen una posición más o menos inclinada en relación con el fuselaje, formando de este modo un ángulo diedro que limita el balanceo y contribuye a la estabilidad, aunque ésta se deba sobre todo a los planos vertical y horizontal del timón de cola.

Los aviones supersónicos plantean problemas aerodinámicos diferentes ya que el aire, a causa de la velocidad alcanzada, no se aparta antes de que pasen, como ocurre con los subsónicos, sino que experimenta una fuerte compresión y constituye una onda de choque que se

«Mirage III», avión de combate francés polivalente.





Fot. De Havilland Canada Aircraft and Co

Avión de transporte con propulsión a hélice.

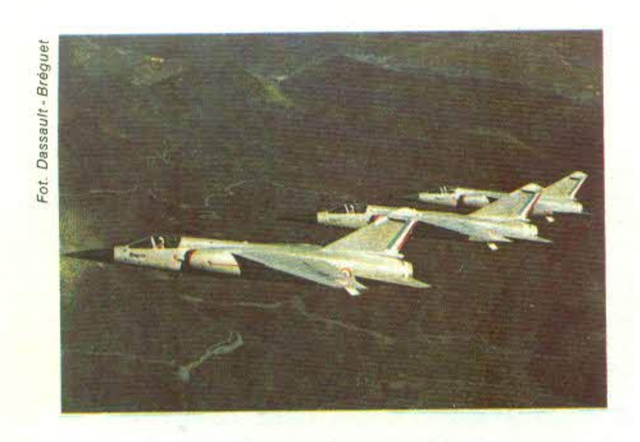
propaga hasta el suelo con un violento ruido de explosión *(bang)*. Este inconveniente se atenúa con la adopción de alas en forma de flecha o, en el caso de algunos aviones militares, de geometría variable, en las que el ángulo formado con el fuselaje es pequeño en el momento del despegue y se modifica cuando se alcanza cierta velocidad.

Propulsión a hélice. — Hasta 1944, año en que aparecieron los reactores, todos los aviones estaban dotados de un motor clásico de pistones, análogo al del automóvil y accionado por una hélice, cuyo movimiento provocaba, al expulsar el aire hacia atrás, el desplazamiento de la aeronave hacia adelante. Este sistema, sin embargo, deja de ser válido cuando se sobrepasan los 700 km/h ya que los extremos de las palas alcanzan velocidades supersónicas. Los únicos vehículos equipados actualmente con hélice y motor de pistones, que nunca puede rebasar los 3 000 CV, son los pequeños aviones de entrenamiento o de turismo, cuya velocidad es inferior a 200 km/h.

Motor de reacción. — Los grandes aviones comerciales, así como los cazas y bombarderos de las fuerzas aéreas, utilizan el *motor de reacción*, consistente en un compresor que aspira el aire. Este, sometido a una elevada compresión e introducido en una cámara de combustión, se mezcla con el combustible, casi siempre queroseno, y arde. Los gases accionan una turbina que va acoplada al compresor y, al salir a gran velocidad por una tobera, producen, en virtud del principio de acción y reacción, un empuje del avión hacia adelante.

En los aviones de reacción, que consumían en sus principios abundante combustible, el rendimiento se incrementa en función de la velocidad. La gran potencia que poseen estos aparatos permite el transporte de varios centenares de pasajeros, mejorando así la rentabilidad relativa a la explotación comercial al disminuir considerablemente el consumo de combustible por pasajero y por kilómetro.

Algunos aviones militares de caza y reconocimiento, gracias al motor de reacción, han llegado a superar la velocidad del sonido (1 200 km/h, llamada también Mach 1). Tras muchos años de investigación y costosas



Fot. Dassault - Bréguet

Aviones monorreactores y con alas en forma de flecha.

Avión «Mirage G», con alas de geometría variable.



Fot. Marcel Dassault

«Mig 21», aviones soviéticos de caza.



Fot. Demeulle

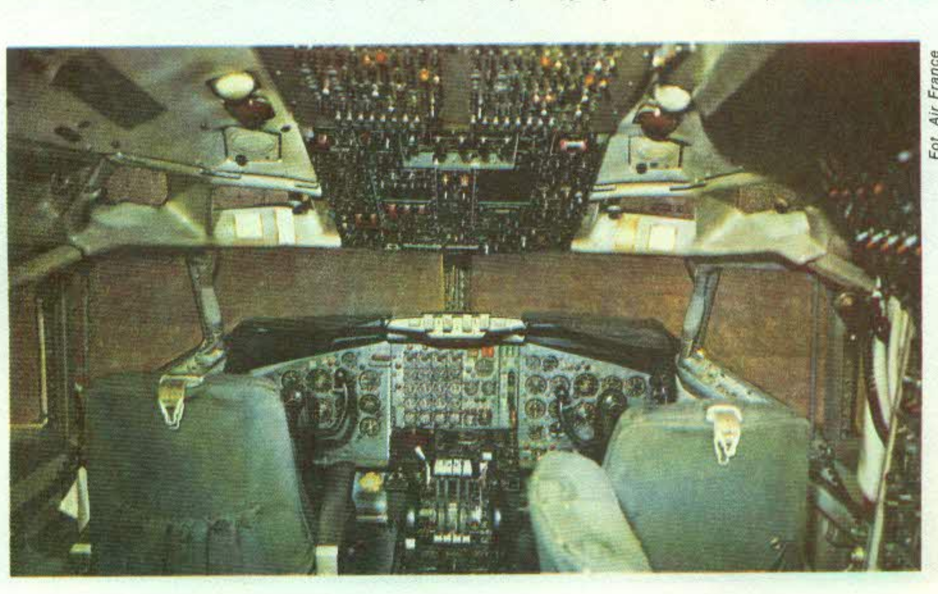


Despegue del «Concorde», avión comercial supersónico construido en estrecha colaboración por Francia y la Gran Bretaña.

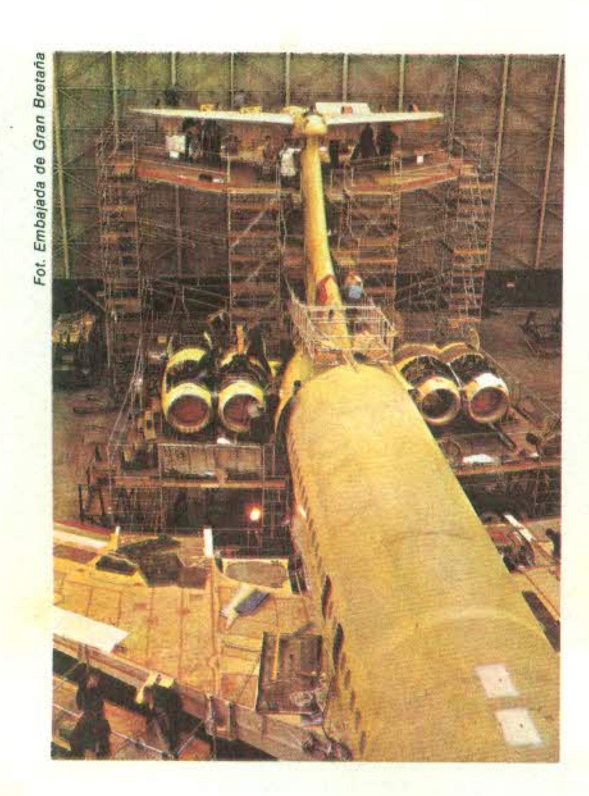
inversiones, se ha construido el «Concorde», avión comercial francobritánico en servicio regular desde 1976, que, con un máximo de 140 pasajeros, es capaz de volar a Mach 2,2. La proeza técnica que representa este modelo, así como la belleza de sus líneas, no han podido compensar todavía las dificultades de explotación, debidas a los elevados gastos de amortización y vuelo que han de repartirse entre un número de pasajeros inferior al de los vehículos subsónicos.

Pilotaje del avión. — El piloto cuenta con varios instrumentos para dirigir el vuelo de la aeronave. Una *manilla* regula el régimen de los gases e incide en la propulsión. Una *palanca de mando* acciona los *timones de profundidad*, colocados en los planos de estabilización de cola, y, según se oriente hacia adelante o hacia atrás, hace ascender o descender el avión. La oscilación, a derecha o a izquierda, de dicha palanca provoca la modificación de los *alerones de alabeo* de las alas y éstos, que se mueven de modo disimétrico, imprimen al aeroplano una determinada inclinación para efectuar los virajes, en combinación con otra *palanca de pedales* que gobierna el *timón de dirección* situado en la deriva vertical posterior. El piloto, para aterrizar, dispone de unos *alerones hipersustentadores*, destinados a incrementar la fuerza de sustentación cuando la velocidad del avión se ha reducido mucho, además de *frenos mecánicos*, análogos a los de un automóvil, y de un *freno aerodinámico*, que utiliza inmediatamente después de haber tomado tierra.

Para dar mayor seguridad al vuelo, especialmente en condiciones atmosféricas adversas o durante la noche, los aviones poseen a bordo una serie de equipos auxiliares, cada día más complejos, que consisten en una *radioemisora* para mantener un contacto permanente con las torres de control existentes en cualquier aeropuerto, *dispositivos electrónicos* destinados a la radionavegación, pilotaje y aterrizaje automáticos, *radar*, etc.



Los numerosos y complejos instrumentos que se encuentran en la cabina de pilotaje de los grandes aviones modernos permiten dirigir el vuelo de las aeronaves con la mayor seguridad.



Fot. Embajada de Gran Bretaña

Cadena de montaje final en una importante planta británica donde se construyen distintos tipos de aviones.

Construcción aeronáutica. — Los grandes aviones militares o de línea son producto de una técnica muy evolucionada y, por tanto, tienen un costo muy elevado. La construcción de estos aparatos se efectúa en grandes plantas, localizadas en un número muy reducido de países (Estados Unidos, Unión Soviética, Gran Bretaña y Francia). Los norteamericanos se distinguen por su alta producción, los británicos se han especializado sobre todo en la fabricación de motores y los franceses destacan particularmente en el diseño de prototipos.

Los aviones se fabrican con aleaciones ligeras que constituyen una estructura autoportante, es decir, en la que la chapa exterior contribuye a la rigidez del conjunto. La presurización de los aviones de línea, destinada a mantener una presión interior equivalente a la que existe a 2 000 m de altitud, requiere la estanqueidad del revestimiento metálico. La ligereza y calidad de estos materiales repercuten lógicamente en el precio de coste. Además, deben verificarse exámenes radiográficos de las chapas metálicas y de los cristales y ha de comprobarse la resistencia de los mismos a cualquier choque accidental (contra un pájaro en vuelo, por ejemplo) para limitar las consecuencias de las vibraciones y los esfuerzos a que son sometidas las diversas piezas. Los prototipos sufren una serie de pruebas en laboratorio destinadas a determinar los efectos de sobrecarga, presión elevada, fatiga mecánica y resistencia a las variaciones de temperatura.

Terminada la construcción del prototipo, se inician los ensayos reales en vuelo con objeto de cotejar los cálculos hechos separadamente para cada parte del avión, coordinar las reacciones de los diversos elementos y comprobar la aptitud del aparato para cumplir las misiones que se le han asignado. Si así lo requieren los resultados obtenidos, se efectúan modificaciones para llegar a definir de modo exacto las características del nuevo avión. Las autoridades conceden el permiso de utilización una vez que se han realizado numerosas horas de vuelo experimentales en todas las condiciones que puedan presentarse en la explotación futura.

Tipos de aeronaves. — Aunque en las anteriores líneas se ha hablado exclusivamente del avión, por ser sin duda el más utilizado en la navegación aérea, existen otros tipos de aeronaves.

El *hidroavión*, de dimensiones mucho más reducidas que la mayoría de los aviones, es un aparato que, basándose en las reacciones del elemento líquido sobre

Fot. Canadair



Hidroavión destinado a combatir y sofocar los incendios que se producen en los bosques.

◀

Planeador, aparato cuya propulsión se basa en las corrientes atmosféricas.

▶

Helicóptero de la Marina británica y el llamado «Djinn», aparato con un dispositivo para el riego de los cultivos.


Fot. Aérospatiale

los flotadores y el casco, puede flotar, posarse y despegar desde el mar, un río, un estanque o un lago. Antes del despegue, planea durante cierto tiempo por el agua con objeto de adquirir la velocidad necesaria para que la fuerza de sustentación de las alas le permita elevarse por los aires.

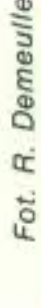
El *planeador*, aeroplano que no lleva ningún elemento propulsor, utiliza las corrientes atmosféricas ascendentes y debe ser previamente remolcado por un avión normal o por un cable de unos 250 m enrollado a un torno accionado por un motor. Se emplea mucho en las competiciones deportivas (vuelo a vela) y, entre las cualidades requeridas, figuran en primer lugar un excelente aerodinamismo y alas estrechas de gran envergadura. Ha de construirse con materiales ligeros muy resistentes (armazón de madera con revestimiento de papel o tela engomada) para que pueda soportar sin peligro las zonas de turbulencia atmosférica. Los utilizados para el transporte son mucho más pesados.

El *helicóptero*, aparato capaz de despegar y aterrizar casi verticalmente, no necesita, como los aviones, largas pistas, sino una superficie de pocos metros cuadrados. Resulta, por consiguiente, muy útil en operaciones de salvamento o transporte sanitario y en determinadas acciones militares o de policía. La sustentación y la propulsión horizontal de esta aeronave, cuya velocidad no suele superar los 300 km/h, se efectúan gracias a la variación cíclica del paso (distancia entre dos espiras consecutivas) de las palas de un rotor, gran hélice de eje vertical.

El *autogiro*, cuya sustentación se debe a un rotor que la acción de la corriente generada por la velocidad de desplazamiento hace girar, se mueve mediante una hélice colocada como en un avión normal. No puede inmovilizarse en el aire ni despegar del mismo modo que el helicóptero, pero efectúa aterrizajes casi verticales. Inventada por el español Juan de la CIERVA y CODORNÍU (1923), esta aeronave alcanzó cierto auge en la década comprendida entre los años 1930 y 1940, pero posteriormente cayó en desuso y fue sustituida por el helicóptero.


Fot. Larousse


Fot. Demeulle





Terminal central y « satélites » del aeropuerto internacional Charles-de-Gaulle en Roissy-en-France (París).



Aeropuerto civil internacional Kennedy (Nueva York).

Torre de control del aeropuerto de Barajas (Madrid).



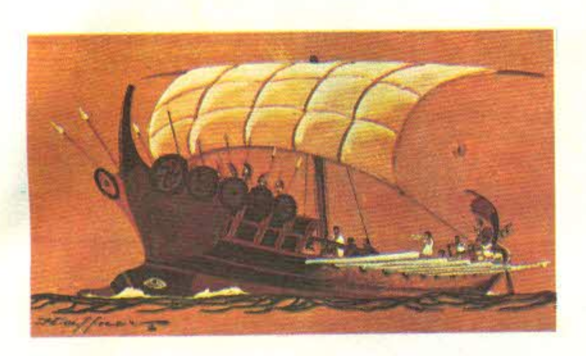
Espaciosa cabina destinada a los pasajeros en un Boeing 747, avión comercial de construcción americana.



Navegación aérea y aeropuertos. — La *navegación aérea*, más importante tal vez que el pilotaje propiamente dicho, consiste en dirigir los aviones a sus respectivos destinos, situándolos a diferentes niveles de altitud y haciéndolos pasar por determinadas aerovías o pasillos aéreos. Al llegar cerca del aeropuerto, las aeronaves han de seguir un circuito de espera hasta que reciban el permiso de aterrizaje dado por la *torre de control*, que, junto a otras instalaciones existentes a lo largo de las principales rutas aéreas, se encarga de ordenar el tráfico, particularmente denso en determinadas regiones de Europa y de los Estados Unidos.

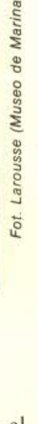
Los *aeropuertos* cubren inmensas superficies, que a veces superan las 1 500 hectáreas, y constan de diferentes secciones dedicadas a los viajeros, aduanas, terminales de carga, áreas de servicio y mantenimiento de aviones, zonas de seguridad, suministro de combustibles, servicios comerciales y técnicos, transporte interior, aparcamientos, etc. El espacio reservado a los aviones comprende las vías de circulación, los cobertizos y las pistas de aterrizaje o despegue. Éstas, revestidas de hormigón, pueden tener una longitud superior a 3 000 m, se orientan en función de los vientos dominantes en la región y están provistas de balizas para señalizar su trazado a los pilotos.

Los organismos internacionales que regulan la aviación civil han establecido una serie de normas que han de ser observadas en la construcción y acondicionamiento de los aeropuertos, los cuales, según los servicios que prestan, se clasifican en varias categorías.



Galera griega con una sola fila de remos.





Navío birreme romano.

Transporte marítimo y fluvial

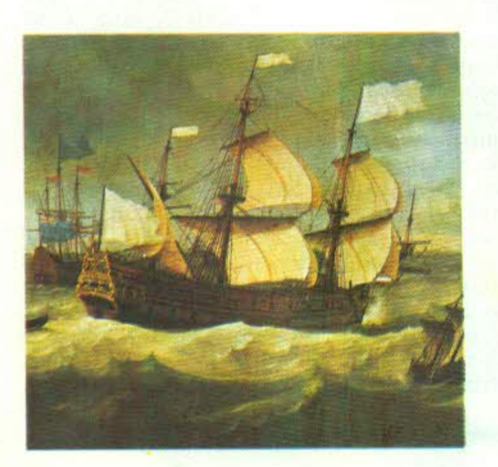
La navegación marítima, a pesar de la gran diversidad de los medios motorizados de transporte por vía terrestre o aérea, sigue ocupando, a finales del siglo XX, un lugar importante.

Reseña histórica. — Desde los tiempos más remotos de la Historia, el hombre atravesó ríos, lagos y mares, navegando a bordo de un simple tronco de árbol ahuecado, una balsa, conjunto de maderos unidos entre sí para formar una plataforma flotante, o una canoa. Los países ribereños del Mediterráneo, varias centurias antes de nuestra era, habían alcanzado ya notable destreza en la construcción naval y utilizaban como medio de propulsión los remos, que sustituyeron muy pronto por las velas, aprovechando de este modo el impulso del viento.

Desde la época de los fenicios, griegos y romanos hasta el final de la Edad Media, la *navegación de cabotaje*, es decir, a orillas del litoral, permitió a los pueblos de Europa mantener relaciones entre sí por medio del mar. En los albores de la Edad Moderna, el perfeccionamiento de las técnicas y la aparición de instrumentos como la brújula y el sextante dieron un impulso a la *navegación de altura* e hicieron posible los grandes descubrimientos geográficos del siglo XV, cuya culminación fue la llegada al Continente americano (1492). El curso de la Historia queda determinado en gran medida por el desarrollo de la técnica naval, y el dominio de los mares es una de las metas políticas de los gobernantes. El transporte de pasajeros y mercancías entre América y Europa adquiere un volumen creciente, y Gran Bretaña, al gozar del poderío marítimo a partir del siglo XIX, conquista y coloniza extensos territorios en los cinco continentes. La utilización del vapor como fuerza propulsora supone una revolución en la industria naval, completada más adelante con el motor Diesel y, en nuestros días, con la energía nuclear. La importancia militar de las marinas de guerra se hace patente en los conflictos mundiales del siglo XX y, en épocas de paz, existe una dura competencia en las construcciones navales, distinguiéndose el Japón, fabricante del 40 por ciento del tonelaje que sale anualmente de todos los astilleros existentes en el mundo.

Flotación. — La *flotación* de un barco se basa en el conocido principio de Arquímedes. Un cubo macizo de hierro, cuyo volumen es 1 dm^3, pesa exactamente un kilo menos si se sumerge en el agua que cuando se encuentra fuera de ella. Esta diferencia es igual al peso del mismo volumen de agua desplazado por el cubo o, dicho de otro modo, corresponde al *empuje* de un kilo, siguiendo lo postulado por el sabio griego. El cubo, al ser de hierro, se hunde, porque este metal tiene un peso específico (relación entre el peso y el volumen de una materia) de 7,8, pero es capaz de flotar si se fabrica con madera, sustancia cuyo peso específico es inferior al del agua, que se considera como unidad. Un barco, cualesquiera que sean sus dimensiones y el material con que esté

Barco de velas del final del siglo XVII.



Velero de altura con cuatro palos de fines del siglo XIX.



Fot. Larousse (Museo de Marina)


Fot. Oy Wartsila ab Helsinki Shippard

Los prestigiosos transatlánticos se utilizan cada vez más en nuestros días para efectuar cruceros de recreo.

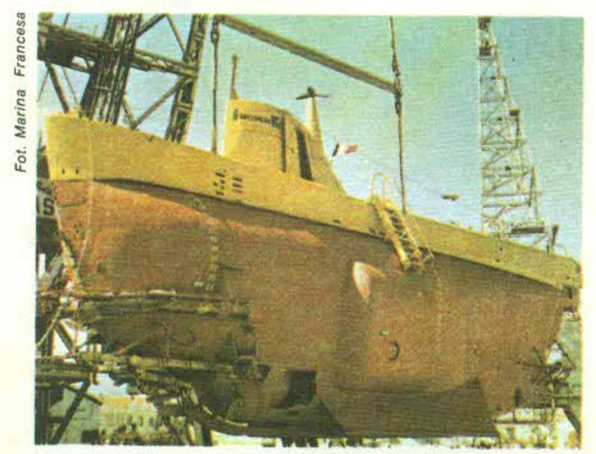
construido, flotará, por consiguiente, si el volumen total del mismo es mayor que su peso, y se sumergirá hasta el nivel en que el volumen desplazado sea equivalente al peso total de la embarcación.

Tonelaje y dimensiones. — El tonelaje de un barco, indicador de la capacidad total de éste, se expresa en toneladas de arqueo (100 pies cúbicos ó 2,83 m^3). El *tonelaje bruto* representa el volumen del conjunto del navío, deduciendo los compartimientos para la tripulación y el lastre. El *tonelaje neto* se obtiene restando del anterior el volumen de la sala de máquinas y el de los depósitos de combustible. El *desplazamiento* es el peso, expresado en toneladas, del agua desplazada por el barco cargado.

Las dimensiones de un barco son sumamente variables y dependen del tipo a que éste pertenezca y del uso a que se destine. La *eslora* es la longitud del casco entre los puntos más salientes de proa y popa, la *manga* corresponde a la anchura máxima, el *puntal* a la altura entre el suelo de la bodega y la cubierta superior, y el *calado* a la distancia que media entre el borde inferior de la quilla y la línea de flotación, es decir, a la parte del buque que se encuentra bajo el agua.

Tipos de barcos. — El *barco de pasajeros,* llamado *transatlántico* cuando es de grandes dimensiones y dedicado al servicio internacional, es probablemente el tipo más prestigioso de embarcación en la marina mercante. Se trata de una verdadera ciudad flotante, capaz de ofrecer al viajero toda clase de comodidades, como camarotes de lujo, bares, restaurantes, tiendas, piscinas e instalaciones deportivas, y está equipado con potentes motores o con calderas de vapor que mueven las turbinas para accionar las hélices. Se gobierna desde el puente de mando con un *timón,* cuyo movimiento se ve facilitado por un servomando, y la tripulación dispone de importantes instrumentos auxiliares de navegación (telégrafo, radio, radar, brújulas, giroscopios, etc.). Estos buques vivieron su época de mayor esplendor entre las dos guerras mundiales, pero, desde el auge alcanzado, a partir de 1950, por la aviación civil, se emplean cada vez más para realizar cruceros turísticos y menos para el transporte de viajeros. Con objeto de que la explotación comercial de estos barcos siga siendo rentable, ha sido necesario reducir las dimensiones de los mismos, suprimir ciertos servicios que no son imprescindibles y utilizar todos los nuevos adelantos para intentar competir de este modo con las líneas aéreas.

Los *barcos de carga* o *cargueros* suelen ser más pequeños que los anteriormente descritos, aunque su tamaño varía con el uso al que se destinen, y se dividen en diferentes tipos : carboneros, mineraleros, metaneros, butaneros, buques frigoríficos, portacontenedores, transbordadores *(ferries),* bananeros, etc. Los *petroleros,* como ya se indicó en el capítulo dedicado a la energía, han aumentado su tonelaje de modo espectacular en los últimos tiempos. En la actualidad, navegan *superpetroleros* que sobrepasan las 500 000 toneladas, con esloras de 300 m y calados de 20 m. Han adquirido particular importancia los *portacontenedores,* en los cuales se aprovecha al máximo la capacidad de las bodegas, donde se apilan cajas metálicas de dimensiones normalizadas *(contenedores)* para facilitar las maniobras de carga o descarga y reducir así, hasta en un 80 % en comparación con los cargueros normales, el costo del transporte.


Fot. Marina Francesa

Batíscafo, barco empleado para la exploración submarina.


Fot. Claude Rives-Marina-C. E. D. R. I.

Hovercraft o aerodeslizador en una travesía marítima.


Fot. Brodogradiliste - « SPLIT »

Moderno carguero destinado a transportar contenedores.

Aviones de combate de diferentes tipos despegan y aterrizan en la inmensa cubierta de los portaviones.


Fot. TAM

Los *navíos de guerra*, equipados con las armas más modernas, tienen una estructura de características muy especiales. Así, el casco, protegido por planchas blindadas, tiene una forma que les da mayor velocidad y mejor maniobrabilidad. Entre los tipos más frecuentes se hallan los acorazados, cruceros, destructores, torpederos, fragatas, cazatorpederos, dragaminas o cazaminas, portaviones, portahelicópteros, guardacostas y lanchas rápidas. En este grupo hay que incluir también el *submarino*, capaz de sumergirse y navegar bajo la superficie del agua por un sistema de lastres. La propulsión nuclear se emplea en algunos buques de guerra, especialmente en la última clase citada, pero no se utiliza todavía en los barcos mercantes.

Para terminar, existen numerosas variedades de *embarcaciones pesqueras* adaptadas a las distintas regiones marítimas. Diminutos barcos de madera, equipados con motores de escasa potencia, se dedican a la pesca de bajura. Los buques-factoría, dotados de adelantos que permiten a la tripulación vivir varios meses en alta mar, faenan en bancos alejados de las costas y están equipados para preparar y congelar el pescado capturado.


Fot. Interinfo

Submarino atómico al salir a la superficie del agua.

Barcos especiales. — Además de los ya mencionados, hay otros tipos de buques, algunos de los cuales presentan características muy peculiares por su forma, modo de propulsión o uso. Entre ellos se encuentra el *batíscafo*. Este barco, inventado por el físico suizo Auguste PICCARD (1884-1962) para la exploración submarina de profundidades que llegan hasta 11 000 m, consta de una cabina esférica, destinada a la tripulación y capaz de resistir las fuertes presiones, y de un flotador con unos depósitos, que se llenan de gasolina, líquido menos denso que el agua. El descenso se efectúa expulsando una pequeña cantidad de gasolina y sustituyéndola por agua para aumentar el peso del conjunto. La subida se realiza largando el lastre constituido por limaduras de hierro.

Los *aerodeslizadores*, conocidos también con la palabra inglesa *hovercrafts*, son unos vehículos terrestres, acuáticos o anfibios, que, mediante un colchón de aire, se mantienen a escasa altura por encima de la superficie sobre la que se desplazan. Se inyecta para ello en la amplia cavidad inferior del aparato aire comprimido y éste, al escaparse por los orificios situados en el fondo, origina una fuerza de reacción que permite la sustentación. La propulsión se consigue con una hélice o un reactor horizontal, y la velocidad, al ser muy reducida la resistencia, es elevada. Estos vehículos, cómodos y rápidos, se utilizan para las travesías marítimas o fluviales no muy largas.


Fot. Berrety - Rapho

Rompehielos en el Océano Antártico.

Construcción naval. — Un barco, que para alcanzar la estabilidad precisa ha de tener el centro de gravedad lo más bajo posible y los pesos repartidos de modo racional y simétrico, se construye en una *grada* o en un *dique seco*, donde se coloca la *quilla*. Se ensamblan luego las *cuadernas* y se procede al cierre del *casco* mediante planchas de acero unidas con roblones o por soldadura eléctrica. Se hacen a continuación los cálculos relativos a la estabilidad y flotabilidad de la nave en condiciones muy diversas, teniendo en cuenta que el movimiento originado por las olas puede levantar el barco por el centro o por los extremos, y se lleva a cabo, en último lugar, la *botadura* o lanzamiento al agua.


Fot. Coirier

Grada de construcción naval y botadura de un barco.


Fot. Algar

Astilleros de La Carraca en San Fernando (Cádiz).

Los astilleros modernos han logrado un alto grado de automatismo en el trazado a partir de los planos, en el cimbrado de las planchas de acero, indispensable para obtener el casco redondeado, y en las operaciones de soldadura por medio del arco eléctrico. Se han construido incluso series de barcos, especialmente cargueros, con elementos prefabricados (sistema *Pioneer*).

El buque cuando navega debe avanzar lo más rápidamente posible, evitando los movimientos laterales *(balanceo)* y longitudinales *(cabeceo)*, que dependen en gran parte de la concepción del casco. Éste, si es muy alargado, combate mejor el oleaje y permite alcanzar mayor velocidad, pero disminuye la resistencia y aumenta el costo del barco. El balanceo se neutraliza colocando unos estabilizadores laterales, consistentes en dos aletas, gobernadas de modo automático por un dispositivo giroscópico, o en un par de planos fijos.

Las hélices, órgano de propulsión, son a veces de paso variable, tienen un diámetro que puede medir varios metros y están accionadas por motores Diesel o por turbinas de vapor. En este último caso, el calentamiento de la caldera se efectúa por quemadores de gasóleo, procedimiento que ha sustituido prácticamente al tradicional del horno de carbón, o incluso por medio de la energía nuclear, aunque este sistema se encuentra aún en fase experimental y sólo se emplea, para darles mayor autonomía, en algunos buques rompehielos y submarinos. Estos últimos reciben el oxígeno necesario por electrólisis del agua del mar y pueden permanecer indefinidamente sumergidos.

Los barcos, al igual que los aviones, van equipados con un complejo sistema de radio, telégrafo, radar, sonar, giroscopios, etc., elementos que son indispensables para la navegación y contribuyen a la seguridad de la misma.

Navegación interior. — La *navegación interior*, que se sirve principalmente del curso de los ríos caudalosos, de las aguas de los lagos y de los canales artificiales, ha sido considerada durante mucho tiempo como la más económica dentro de un mismo país o entre dos que no estén separados por el mar. No obstante, las condiciones geográficas y climáticas reducen la navegación fluvial a determinadas zonas de la Tierra en las que el caudal presenta cierta regularidad, caso de las regiones templadas e intertropicales, y obligan, muy a menudo, a efectuar trabajos continuos de dragado del fondo, a causa de la erosión constante y del arrastre de arenas, para mantener siempre la profundidad adecuada a los diferentes calados de las naves. Debe haber asimismo una señalización por medio de boyas o luces para evitar accidentes.

La construcción de canales es posible en las zonas donde las líneas divisorias de las aguas entre los valles se encuentran a una altitud relativamente baja, como por ejemplo en las regiones europeas regadas por los ríos Don, Volga, Rin y Mosa. En el continente americano, la cuenca del Misisipí ha permitido el establecimiento de una red de canales. El relieve representa un obstáculo para la realización de estas vías de agua y, para salvarlo, se divide el curso en varios tramos de diferente nivel, a los cuales puede accederse sucesivamente mediante *esclusas*. Éstas, que sólo funcionan un número determinado de veces por día, reducen la velocidad de circulación y limitan el tráfico.

Las *barcazas*, de forma plana y achatada, tienen poco calado en comparación con las embarcaciones marítimas y, gracias a sus amplias bodegas, transportan por ríos y canales productos a granel, hidrocarburos, etc. Cuando navegan a favor de la corriente, necesitan muy poca energía para desplazarse. La propulsión se lleva a cabo también por tracción animal o mecánica, sirviéndose de unas veredas acondicionadas a orillas de los ríos o canales *(caminos de sirga)* o de un remolcador.

En algunos casos, buques marinos de grandes dimensiones penetran en el curso inferior de ciertos ríos (Amazonas, Plata, Congo, Yang tse Kiang, etc.) y pueden llegar a puertos fluviales situados muy al interior.

Puertos. — Los *puertos*, refugios naturales o artificiales dotados de las instalaciones necesarias para las operaciones de carga y descarga de mercancías o embarque y desembarque de pasajeros, constituyen el punto de enlace entre la circulación marítima y la terrestre o fluvial. Se han construido tradicionalmente al fondo de una rada o bahía, al abrigo de un cabo o de unas islas, en la zona inferior de un río o junto a un estuario. Los más grandes son casi siempre artificiales y consisten ya sea en la ampliación de los naturales hacia el mar mediante diques, ya sea en su extensión hacia el interior, porque las ensenadas no suelen tener las dimensiones requeridas para albergar los barcos o las distintas instalaciones necesarias (muelles, dársenas, depósitos, talleres, silos, grúas, cintas transportadoras, etc.).

Los puertos especializados, cada día más numerosos, se dedican a una actividad particular, atendiendo, por ejemplo, preferentemente a los buques mineraleros o petroleros. Dado el tonelaje creciente de estos últimos, se han creado modernos *superpuertos*, situados, por razones de seguridad, lejos de las zonas pobladas o aguas abajo de los grandes complejos portuarios.

Los puertos fluviales, lugar de transbordo de mercancías entre la flotilla del interior y los buques marítimos, se hallan comunicados de manera general lo mismo con el sistema ferroviario que con la red de carreteras.


Fot. B. Holmeester

Vista del puerto internacional de Rotterdam (Holanda).

Indice alfabético

V

W

X

Y

Z

Esta obra se terminó de imprimir en agosto de 1988
en los talleres de Litografía Senefelder,
Calle Bernal Díaz 33, México, D.F.

La encuadernación fue elaborada en Ediciones
Intercontinentales, S.A. Calle Nardo 48
San Bernardino, Xochimilco.

La edición consta de 5 000 ejemplares